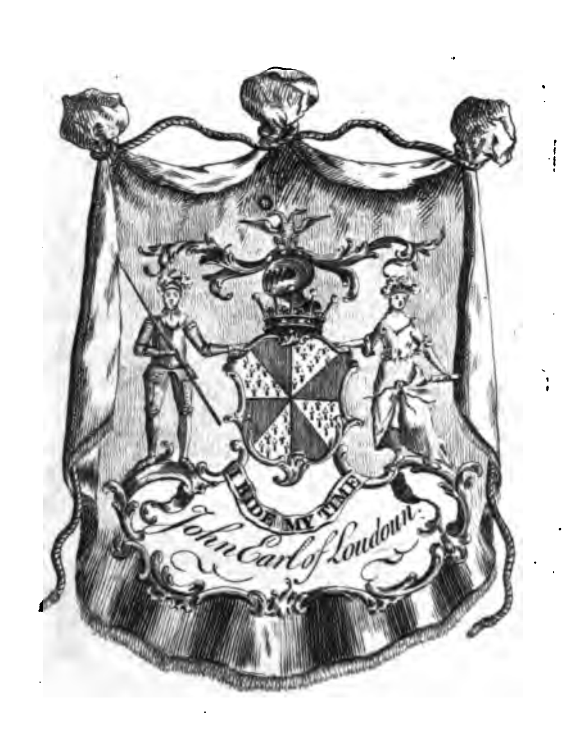

I BIDE MY TIME
John Earl of Loudoun

LES SIX PREMIERS LIVRES

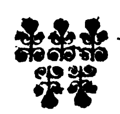
DES ELEMENTS D'EVCLIDE,

Demonstrez par Notes, d'vne Methode tres-brieve & intelligible.

Auecles principalles parties des Mathematiques, expliquees succinctement sans Notes.

Et de plus, vn petit Dictionnaire, contenant les etymologies & significations des noms & termes plus obscurs des Mathematiques.

Par PIERRE HERIGONE, *Professeur és Mathematiques*



A PARIS,
Chez SIMEON PIGÉT, ruë S. Iacques, à l'enseigne de la Fontaine.
M. DC. XLIV.
Auec Priuilege du Roy.

Annotation sur l'Altimetrie.

La distance de la premiere station iusques à la seconde se peut faire égale à la distance, hauteur, ou interualle à mesurer, non seulement en l'vsage du baston de Iacob, comme nous auons monstré au 3. t. p. 131. mais aussi au graphometre, compas de proportion, & autres instruments propres à obseruer les quantitez des angles. Par exemple, afin que la ligne des stations AC, de la figure de la page 366 de ce liure, soit égale à la distance AB, qu'on desire trouuer, on fera l'angle BAC de la premiere station, de telle grãdeur qu'on voudra, comme en cet exemple de 82 deg. qu'on soustraira de 180 deg. & restera 98 deg. dont la moitié est 49. Partant, si auparauant que de partir du poinct A, on faict l'angle AC B de l'instrument de 49 deg. & sans changer cet angle, on chemine vers C, iusques à ce qu'on voye les poincts A & B par les pinulles CF & CG, par la 6 du 1 des elem. la ligne des stations CA sera égale à la distãce requise AB.

En la figure de la page suiuante, si on se retire de l'angle droict B iusques à ce que l'angle AFR soit de 45 deg. qui est la moitié de ce qui reste de 180 deg. ayant soustraict l'angle droict B de 180 degr. la distance AB sera égale à la hauteur perpendiculaire BC.

En la 3 figure de la page 369, si on fait l'angle de l'instrument ADC égal au quart de l'angle de la premiere station A C B, & qu'on se retire vers D, iusques à ce qu'on voye A & C par l'angle de l'instrument qu'on aura fait, CD sera égale à AC.

Que si l'angle de la premiere station ACB vaut 60 degrez, celuy de la seconde ADB 30 degrez, & que D C estant continuée directement tombe perpendiculairement sur la moitié de AB, l'interualle AB sera égal à CD: Mais si l'angle ACB ne vaut 60 degrez, afin que la ligne des stations CD soit égale à l'interualle AB, on fera l'angle ACB de la premiere station égal à quelqu'vn des angles qui sont en suite de la lettre suiuante A: & l'angle ADB égal à l'angle B, qui est directement dessous.

1. station.	A. 20.	30.	40.	50.	60.	70.	80.	90.	100.
2. station.	B. 14,51'.	19,47'.	23,48'.	27,8'.	30,0'.	32,32'.	34,48'.	36,52'.	38,48'.

Partant, si l'angle ACB de la premiere station est de 20 degrez, celuy de la 2 station ADB deura estre de 14 degrez 51', afin que CD soit égale à l'interualle AB.

Pour plus grande intelligence des quadrans declinans, nous noterons icy, que le plan du quadrant diuise l'axe du monde en deux parties, & que la face meridionale du quadrant est celle, qui a pour stile oblique la partie meridionale de l'axe, qui descend vers le pole antarctique, & l'autre face, qui a pour stile la partie de l'axe qui monte vers le pole arctique, s'appelle Septentrionale: D'où s'ensuit, qu'en la face Meridionale le centre du quadrant est au dessus du stile perpendiculaire & de la ligne horizontale: & qu'au contraire, en la face Septentrionale, le stile perpendiculaire & la ligne horizontale sont au dessus du centre du quadrant: & par consequent, en la 6 propos. page 438 de ce liure, pour trouuer le centre du quadrant de la face Septentrionale, on fera l'angle EFR égale à l'eleuation du pole, & non EFA, afin d'auoir le centre du quadrant en la meridienne AR au dessous de la ligne horizontale HF, & du centre qu'on aura trouué, ayant tiré la ligne substilaire par le pied du stile C, on fera la construction, comme il a esté enseigné en ladite 6. prop. page 438. On nottera aussi, que si on ne fait le quadrant sans obseruer la declinaison de son plan, comme nous anons enseigné en ce liure, que l'angle de la declinaison se doit tousiours faire du costé que sera la meridienne ou section, par laquelle le plan du quadrant est couppé par le plan du meridien qui passe par le sommet du stile perpédiculaire, laquelle en ce plan declinant de 46 degrez est AR, soit que le quadrant se face en la face Septentrionale, ou en la meridionale, comme il a esté fait en l'exemple de ladite 6. propos.

Il faut encore noter, que les stiles perpédiculaires ne peuuẽt bien monstrer les heures, principalement s'ils sont quelque peu grands, à cause que l'extremité de l'ombre obscure, qui est celle qui n'a aucune lumiere, correspond au bort superieur du Soleil, & le commẽcement de l'ombre au bort inferieur, & que la vraye heure est en l'ombre correspondant au centre du Soleil, qui ne se peut cognoistre, si le stile perpendiculaire n'a a son sommet vn petit bouton ou globe, comme il a esté dit en la page 694 du 4 tome, le semidiametre duquel globe doit contenir le semidiametre de sa moindre ombre obscure (qui est celle de la premiere heure du matin, ou penultiesme du soir) & de plus la 229 partie de la distance de ladite moindre ombre au sommet du stile perpendiculaire.



DE LA DIVISION DES MATHEMATIQVES.

LEs Mathematiques sont ainsi nommées du mot Grec *Manthano*, qui signifie *apprendre*, à cause qu'elles s'apprennent, auec plus de certitude & euidence, que les autres parties de la Philosophie. Les Pythagoriciens, qu'on estime estre les premiers inuenteurs d'icelles, les ont toutes diuisées en quatre parties, sçauoir en l'Arithmetique, la Geometrie, l'Astronomie, & la Musique.

D'autres diuisent plus subtilement tout le corps Mathematique en deux especes, sçauoir en Pure & Mixte, dont celle là considere la quantité separée de toute matiere : & parce qu'il y a deux genres de quantité, sçauoir la Continuë & la Discrete, la Mathematique Pure à raison de son obiect est diuisée en la Geometrie & Arithmetique.

La Mathematique Mixte considere la quantité conjointe & meslée auec la matiere, & se subdiuise en l'Optique, la Mechanique, l'Astronomie, & la Musique.

Vne chacune de ces six parties des Mathematiques est subdiuisée en la Theorique & Practique, comme on peut voir en leurs traictez particuliers, qui sont dans mon Cours Mathematique.

Des principes des Mathematiques.

LEs principes sont les sources & origines de toute cognoissance, & ne reçoiuent point de preuue, mais ils sont les fondemens de toutes preuues: Il y en a de trois genres aux Mathematiques.

Au premier, se trouuent toutes les Definitions, que quelques-vns appellent Suppositions, par icelles sont expliquées les termes de l'Art, afin qu'au traicté de la science ne soyons trompez par l'ambiguité & obscurité des noms, & ne tombions en des parallogismes.

Au second genre sont les Petitions ou Demandes, esquelles sont tellement claires & manifestes en ceste science, qu'elles n'ont besoin d'aucune preuue: mais demandent seulement le consentement de l'Auditeur, afin qu'il n'y ait aucune hesitation ou difficulté en la demonstration.

Au troisiesme sont les Axiomes ou Maximes, & communes notions de l'esprit, lesquelles non seulement en la science proposée, mais aussi en toutes les autres, sont tellement manifestes & euidentes, que celuy qui entendra bien les termes, ne pourra en aucune façon douter de leur verité.

Or Euclide en la tradition de ces principes a obserué cet ordre, qu'il met en l'entrée de la Science les principes communs à toute la Geometrie, puis aux commencemens des autres Liures, selon que la chose requiert, il explique les principes, lesquels proprement & pour certaine raison particuliere, semblent appartenir à la matiere dont il s'agist en iceux.

Et n'a pas expliqué en ces Elements tous les principes Geometriques, ains il y a beaucoup d'autres Axiomes, desquels Euclide & ses Interpretes se seruent sans les auoir expliqué aux premices, lesquels s'ils n'estoient concedez, leurs demonstrations ne prouueroient rien. Mais nostre methode, en laquelle on ne peut rien dire qu'il n'aye esté expliqué aux premices, ny rien affirmer qu'il ne soit confirmé par la citation de ce qui a esté expliqué & concedé auparauant, requiert que tous les principes dont on se veut seruir aux demonstrations soient premierement expliquez: partant, encore que les autres Axiomes se puissent entendre facilement de ceux qu'a expliqué Euclide, & que la pluspart d'iceux sont si manifestes, qu'ils n'ont besoin d'aucune explication, neantmoins nous auons mis au rang des Axiomes, afin de les pouuoir citer au besoin, tous ceux dont Euclide & ses Interpretes se seruent comme de choses manifestes, sans les auoir premierement expliqué: Et afin de ne changer point l'ordre des Axiomes d'Euclide, ceux que nous auons adjousté, horsmis le dernier, nous les auons mis en suite de ceux auec lesquels ils ont plus d'affinité & similitude, auec des lettres de l'alphabet, pour les distinguer des autres, qui sont d'Euclide, ou adjoustez par Clauius, la version & ordre duquel nous auons suiui.

Explication des Notes.

ad. adde, *adjoustez.*	semic. *demy-cercle.*
rbitr. *arbitraire.*	sml. *semblable.*
ttouch. *attouchement.*	snt. *sont.*
ircscr. *circonscrite.*	subtr. subtrahe, *ostez.*
ommun. *commune.*	√. *racine ou costé.*
ontr. *contraire.*	+. *plus.*
). *donné.*	∼. *moins.*
emonstr. *demonstration.*	:∼: *difference.*
iamet. *diametre.*	ie. *entr'elles, ou entr'eux.*
lem. *elements.*	Ɯ, *ou.*
quiang. *equiangle.*	☛, a.
quilat. *equilateral.*	5∠. *pentagone.*
nom. *gnomon.*	6∠. *hexagone, &c.*
tersect. *intersection.*	═, *parallele.*
nagd. *magnitude.*	⊥, *perpendiculaire.*
isur: *mesure.*	.. *de*
iultd. *multitude.*	; *signifie le plurier.*
ultipl. *multiple.*	2|2 *egale.*
: *non.*	3|2 *plus grande.*
ar. *partie.*	2|3 *plus petite.*
art. *parties.*	¼ *vn quart.*
repar. *preparation.*	⅔ *deux tiers.*
ropos. *proposition.*	• *est vn poinct.*
aõ. *raison.*	— *est vne ligne droicte.*
eq. *requis.*	<, ∠, *est vn angle.*
eq. ☛. demonstr. *Requis à demonstrer.*	⅃ *est vn angle droict.*
	⊙ *est vn cercle.*

EXPLICATION DES NOTES.

∩, ∪, *est une circonference.*

⌓, ⌓, *est un segment de cercle.*

△, *est un triangle.*

□, *est un quarré.*

▭, *est un rectangle.*

▱, *est un parallelogramme.*

a,b: *ou* ab, *signifie A multiplié par B: c'est à dire le produit qui vient en multipliant A par B.*

a 2|2 b, *A est égal à B.*

a 3|2 b, *A est plus grand que B.*

a 2|3 b, *A est plus petit que B.*

a 2|2 5b, *A est égal à 5B.*

a 2|2 ½b, *A est égal à la moitié de B.*

a msur: b, *A mesure B.*

a est part.. b, *A est partie de B.*

b est multipl.. a, *B est multiple de A.*

a π b. 2|2 c π d, *A est à B comme C à D.*

raõ..a π c 2|2 raõ..a π b + raõ..b π c, *La raison de A à C est égale à la raison de A à B, plus à la raison de B à C.*

a π | b
c π | d — *A est à B comme C à D.*

a π b 3|2 c π d, *A à B a plus grande raison que C à D.*

a π 3 | b
c π 2 | d — *A à B a plus grande raison que C à D.*

a π b 2|3 c π d, *A à B a plus petite raison que C à D.*

a π 2 | b
c π 3 | d — *A à B a plus petite raison que C à D.*

b msur: a 2|2 d msur: c, *B mesure A, autant de fois que D mesure C.*

b msur: | a
d msur: | c — *B mesure A, autant de fois que D mesure C.*

multd..part..a 2|2 multd..part..c, *La multitude des parties de A est égale à la multitude des parties de C*

ab multipl..e 2|2 cd multipl..f, *AB est multiple de E comme CD est multiple de F : c'est à dire, que AB contient E autant de fois que CD contient F : ce qui s'escrit aussi ainsi.*

ab multipl.. | e, *AB est multiple de E, comme CD est multiple de F.*
cd multipl.. | f

ab multipl..e 2|2 ab+cd multipl..e+f, *AB est multiple de E, comme AB plus CD est multiple de E plus F : ce qui s'escrit aussi ainsi.*

ab multipl.. | e *AB est multiple de E, comme AB plus CD est multiple de E plus F.*
ab+c multipl.. | e+f,

La similitude des equimultiples des antecedens au respect des equimultiples des consequens se marque ainsi,

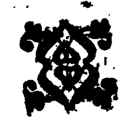
e, | 2, 3, 4, | 3, g,
f, | 2, 3, 4, | 3, h.

C'est à dire, que E & F au respect de G & H, ou defaillent ensemble, ou ensemble sont égaux, ou ensemble excedent. Voyez une plus ample explication de cette note en la 6. definition du 5. livre.

.12. C.7. | a 2|2 c+d. *A est égal à C plus D : c'est à dire, que A est égal à la somme de C plus D.*
.5. D.5. |
E.5. | b 2|2 d&e. *B est égal à D & E : c'est à dire, que B est égal à D, & aussi à E separément.*

Explication des Citations.

1.5.d.1. *Quinziesme definition du premier liure.*
1.p.1. *Premier postulat ou demande du premier liure.*
3.a.1. *Troisiesme axiome du premier liure.*
3.1. *Troisiesme proposition du premier liure.*
c.17.1. *Corollaire de la dixseptiesme du premier.*
1.c.4.2. *Premier corollaire de la 4. propos. du second liure.*
3.s.1.d.2. *Troisiesme scholie de la premiere definition du second liure.*
c.34.1. *Conuerse de la trente-quatriesme du premier liure*
a.5. *Axiome du 5. liure.*
hyp. *Hypothese.*
constr. *Construction.*
concl. *Conclusion.*
1.concl. *Premiere conclusion.*
suppos. *Supposition.*
2.suppos. *Seconde supposition.*
symp. *Symperasme.*
1.nota, *premiere note ou remarque.*
d.α. *Par la mesme demonstration qu'a esté prouué la conclusion α.*
α. *est la citation de ce qui a esté desia demonstré en la demonstration.*



PREMIER LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.

I.

LE Poinct est, ce qui n'a aucune partie.

Il y a deux sortes de poincts, à sçauoir le Physique & le Mathematique.

Le poinct Physique est le moindre object de la veuë, comme la pointe d'vne aiguille tres-pointuë.

Le poinct Mathematique est le moindre object de l'intellect, ce n'est pas vne grandeur, mais il est commencement de toute grandeur.

Le poinct conuient auec l'vnité en quelques choses, & differe en d'autres : Car comme l'vnité est le principe & le commencement de tout nombre, ainsi le poinct est le principe de toute grandeur : mais ils different aussi en ce que, l'vnité est partie du nombre ; mais le poinct, encore qu'il soit le commencement & la fin de la ligne, il n'est pas neantmoins partie de la ligne. Ils different aussi en ce que l'vnité ne requiert aucune position ny situation au nombre. mais le poinct a sa situation & position en la grandeur.

Le poinct a quelque similitude, auec le son en la musique, auec l'instant au temps, & auec le changement de lieu au mouuement.

Or les Mathematiciens, qui considerent les grandeurs separées de toute matiere, ne les peuuent exposer à la veuë que physiquement : comme en ceste definition, ils representent le poinct Mathematique par vn poinct Physique, tel qu'est le poinct A.

● A

II.

La Ligne est vne longueur sans largeur.

La ligne se definit aussi estre le flux ou coulement d'vn poinct, parce qu'elle n'a aucune grosseur.

III.

Les extremitez de la ligne sont poincts.

Toute ligne, & toute grandeur, est terminée actuellement, & le Mathematicien ne considere aucune quantité qu'elle ne soit terminée : & quand Euclide parle de la ligne infinie, il entend qu'elle n'est point terminée, & qu'elle a telle longueur qu'on voudra.

IV.

La ligne droicte est, telle qui est également estenduë entre ses poincts.

A ———— B

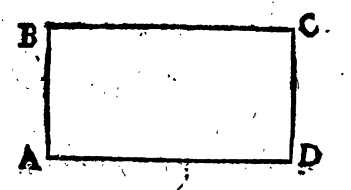
C ⌒ D

Les Mathematiciens considerent trois sortes de lignes, la droite comme AB, la circulaire ou courbe, comme CD, & la mixte, qui est composée de l'vne & de l'autre. Euclide descrit en ce lieu la droite, en laquelle il n'y a rien de courbe, & n'est point plus abaissé

ou esleué en vn endroit qu'en vn autre, mais elle est la plus courte de celles qui ont mesmes extremitez.

V.

La Superficie est, ce qui a tant seulement longueur & largeur, comme ABCD.



VI.

Mais les extremitez de la superficie sont lignes

VII.

Superficie plane, est celle qui est également estenduë entre ses lignes.

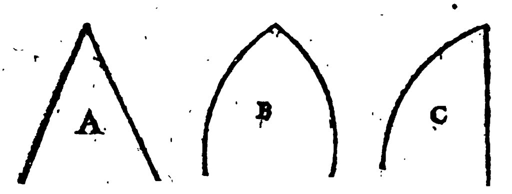
VIII.

Angle plan est l'inclination de deux lignes lesquelles se touchent l'vne l'autre en vn plan & ne se rencontrent directement.

La quantité de tout angle consiste en la seule inclination, & non en la longueur des lignes, car le prolongement des lignes n'augmente point leur inclination, ny par consequent la quantité de l'angle.

IX.

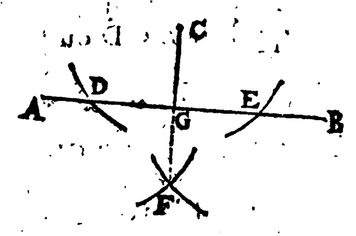
Or quand les lignes, qui comprennent l'angle, sont droites, l'angle s'appelle Rectiligne.



Tout angle plan est faict, ou de deux lignes droites, & est appellé angle Rectiligne, comme A, & d'iceluy traicte seulement icy Euclide : ou de deux lignes courbes, comme B, qui peut estre appellé Curuiligne : ou d'vne ligne droite & d'vne courbe, comme C, qui s'appelle Mixtiligne.

X.

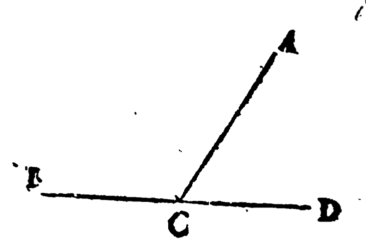
Quand vne ligne droicte tombant sur vne autre ligne droicte, fait les angles de suite, ou d'vne part & d'autre, égaux entr'eux, l'vn & l'autre d'iceux angles égaux est droict : & la ligne droicte tombante est dite Perpendiculaire à celle-là sur laquelle elle tombe.



Les angles sont droits, quand vne ligne droite tombante sur vne autre ligne droite, n'incline pas dauantage d'vne part que de l'autre : comme si la ligne droite C G, n'incline pas dauantage vers B que vers A, vn chacun des angles CGA & C G B sera droict, & la ligne CG est dite Perpendiculaire à la ligne AB, sur laquelle elle tombe.

XI.

L'angle obtus est, celuy qui est plus gran qu'vn droict, comme ACB.



XII.

Mais l'aigu est, celuy qui est plus petit qu'vn droict, comme ACD.

Nous noterons icy que plusieurs angles estans à vn poinct, il fau trois lettres pour nommer celuy qu'on veut d'iceux, lequel se trouue tousiours au poinct de la lettre du milieu : comme en ceste figure, pour nommer l'angle obtus du poinct C, on dira ACB ou BCA : & l'aigu s'appellera ACD ou DCA.

XIII.

Terme, est l'extremité de quelque chose.

Il y a trois sortes de termes selon ceste definition; car le poinct est le terme ou l'extremité de la ligne; la ligne est le terme de la superficie; & la superficie, du corps; mais le corps ne peut rien terminer, d'autant qu'il ne se trouue aucune quantité qui ait plus de trois dimensions : & toute chose terminée excede son terme d'vne dimension, comme il est manifeste par les exemples proposez.

XIV.

Figure est, ce qui est contenu sous vn ou plusieurs termes.

Toute quantité terminée ne peut pas estre appellée figure, mais seulement les grandeurs qui sont enuironnées de leurs termes: partant la ligne qui est terminée par deux poincts, n'est pas vne figure, à cause que les poincts n'enuironnent pas la ligne: aussi les superficies infinies, ou les corps infinis, n'estant enclos d'aucun terme, ne doiuent aucunement estre appellez figures. Les figures contenuës d'vn seul terme sont le Cercle, l'Ellipse, la Sphere, la Spheroïde, & autres semblables: & les figures encloses de plusieurs termes, sont le Triangle, le Quarré, le Cube, la Pyramide, &c.

XV.

Le Cercle est vne figure plane, contenuë sous vne seule ligne, appellée Circonference, à laquelle toutes les lignes droictes menées d'vn seul poinct, de ceux qui sont posez au dedans de la figure, sont égales entr'elles.

COROLLAIRE.

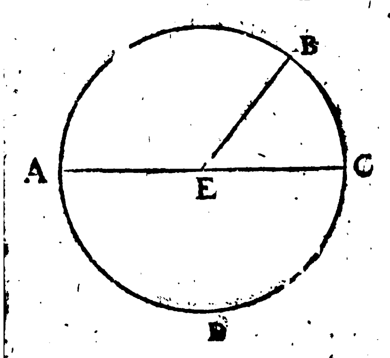
De ceste definition s'ensuit, que ce qui est esloigné du centre du cercle de la quantité du semidiametre est en la circonference; si moins, dans le cercle; si plus, hors du cercle, pourueu qu'ils soient en mesme plan que le cercle.

XVI.

Mais ce poinct est appellé Centre du cercle.

XVII.

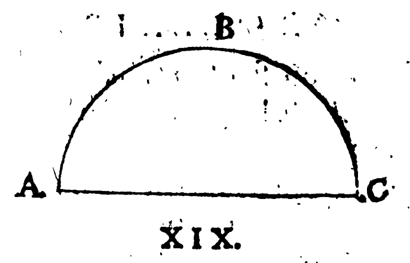
Le diametre du cercle eſt vne ligne droicte menée par le centre, & terminée de part & d'autre à la circonference du cercle, laquelle diuiſe le cercle en deux également.



ABCD eſt vn cercle.
E eſt le centre du cercle.
AC eſt le diametre du cercle.

XVIII.

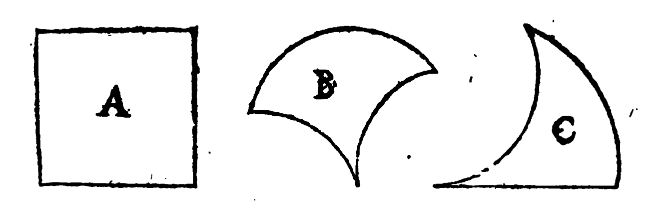
Le demy-cercle eſt vne figure, contenuë ſous le diametre, & ſous la ligne retranchée de la circonference du cercle, comme ABC.



XIX.

Figures rectilignes ſont celles qui ſont contenuës ſous des lignes droictes.

Toutes les figures planes encloses de tous costez de lignes droictes, sont appellées figures Rectilignes, & aussi Polygones: d'où il appert que les figures planes enuironnées des lignes courbes sont appellées Curuilignes: mais celles qui sont circonscrites en partie de lignes droites, & en partie de courbes, sont appellées Mixtes.



Comme la figure A est rectiligne: B, curuiligne: & C est mixte.

XX.

Figures Trilateres sont, celles qui sont contenuës sous trois costez.

XXI.

Les figures Quadrilateres sont, celles qui sont contenuës sous quatre costez.

XXII.

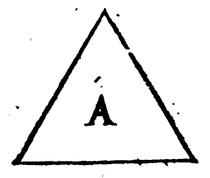
Les figures Multilateres, ou de plusieurs costez sont celles qui sont contenuës sous plus de quatre lignes droites.

Les especes des figures rectilignes sont innumerables, à cause du progrez infiny des nombres: car trois lignes droites enuironnant vne figure, constituent la premiere espece: quatre lignes droites, la seconde espece: cinq lignes droites, la troisiesme espece & ainsi de suite à l'infiny. Or Euclide afin de n'estre contraint d

pourſuiure ceſte infinité, il appelle toutes autres figures rectilignes, circonſcrites de plus de quatre lignes, d'vn nom general Multilateres.

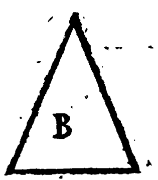
XXIII.

Or des figures trilateres, celle qui a trois coſtez égaux, s'appelle triangle Equilateral, comme A.



XXIV.

Mais le triangle Iſoſcele eſt, celuy qui a ſeulement deux coſtez égaux, comme le triangle B.



XXV.

Et le Scalene qui a les trois coſtez inégaux, comme le triangle D I E.

I

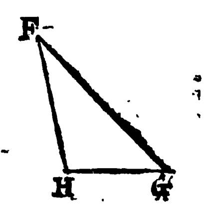
D E

XXVI.

Au surplus des figures trilateres, le triangle ortogone ou rectangle est, celuy qui a vn angle droict, comme le triangle ABC.

XXVII.

L'Amblygone est celuy qui a vn angle obtus ou moussu, comme le triangle HFG.



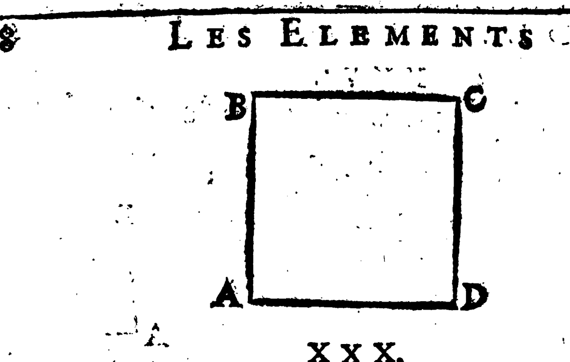
XXVIII.

L'Oxygone est celuy qui a tous les trois angles aigus, comme le triangle C.

Vne figure est equiangle, si tous ses angles sont égaux entr'eux: mais deux figures sont equiangles, si chaque angle de l'vne est égal à chaque angle de l'autre.

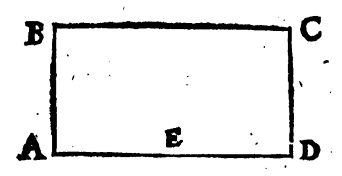
XXIX.

Or des figures quadrilateres, le quarré est celuy qui est equilatere & rectangle, comme ABCD.



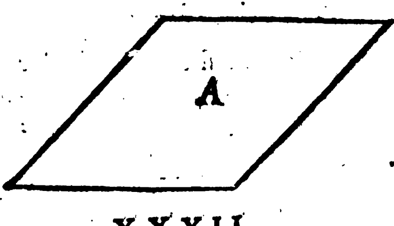
XXX.

Le quarré long ou rectangle eſt, vne figure qui a les angles droicts, mais qui n'eſt pas equilateral, comme A B C D.



XXXI.

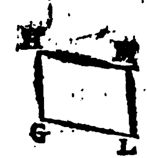
Rhombe eſt vne figure equilatere, mais n'eſt pas rectangle, comme A.



XXXII.

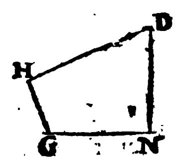
Rhomboïde eſt vne figure, laquelle a les coſtez opposez égaux, & les angles opposez auſſi

égaux, mais n'est pas equilatere ny rectangle, comme GLMH.



XXXIII.

Mais outre ces figures, toutes les autres quadrilateres sont appellées trapezes, comme GNDH.



XXXIV.

*P*aralleles sont lignes droictes, lesquelles estan en vn mesme plan, & prolongées infiniment de part & d'autre, ne se rencontrent d'vn costé ny d'autre, comme A & B.

A———
B———

Euclide a icy fini les definitions du premier liure, les deux suiuantes sont de Clauius, & celles qui suiuent nous les auons adioustées.

XXXV.

Parallelogramme est vne figure quadrilatere, de laquelle les costez opposez sont paralleles ou equidistantes, comme GLMH.

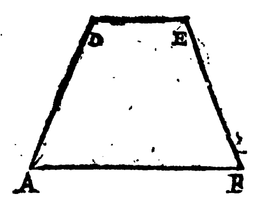
Notez, que pour plus grande briefueté, les Geometres ont de coustume d'exprimer le parallelogramme tant rectangle que non rectangle, par deux lettres seulement, à sçauoir par celles qui sont opposées diametralement : comme celuy-cy se pourra nommer le parallelogramme GM ou HL.

Or les figures quadrilateres sont diuisées en parallelogrammes & trapezes.

Il y a quatre especes de parallelogrammes, à sçauoir le quarré, le rectangle, le rhombe, & le rhomboïde.

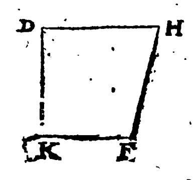
Il y a aussi trois especes de trapezes, à sçauoir trapeze isoscele, trapeze scalene, & trapeze irregulier.

Trapeze isoscele est celuy qui a deux costez opposez paralleles, & les deux autres costez égaux entr'eux mais non paralleles, comme ABED.



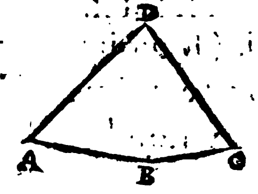
hyp. | de ═ ab,
hyp. | ad 2|2 be,
ergo | adeb *est trapeze isoscele.*

Trapeze scalene est celuy qui a deux costez opposez paralleles, & les deux autres costez inégaux entr'eux, comme DHFK.



hyp. | dh ═ kf,
hyp. | fh 3|2 kd,
ergo | kdhe *est trapeze scalene.*

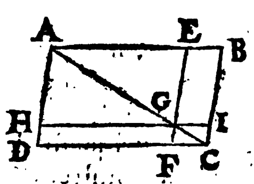
Trapeze irregulier est celuy qui n'a aucuns costez paralleles, comme ABCD.



XXXVI.

Mais quand en vn parallelogramme, on meine vn diametre ou diagonale, & deux lignes droictes paralleles aux costez, coupantes le diametre en vn mesme poinct, en sorte que le parallelogramme soit diuisé par icelles lignes paralleles, en quatre parallelogrammes; les deux par où le diametre ne passe, sont appellez complements: mais les deux autres, par lesquels le diametre passe, sont dits estre à l'entour du diametre.

Les parallelogrammes DG & GB sont complements, mais les parallelogrammes HE & FI sont dits estre à l'entour du diametre.



XXXVII.

La figure reguliere est, celle qui est equilatere & equiangle.

XXXVIII.

Descrire ou construire vne figure Geometrique, est la representer auec les iustes mesures de toutes ses parties.

XXXIX.

En la Geometrie (sçauoir) est mesurer par vne mesure cognuë, ou d'exprimer chaque partie de la figure proposée par nombres.

La construction represente vne figure en sa vraye forme. Mais la cognoissance, la represente mesurée d'vne mesure cognuë, & exprimée par ses nombres.

XL.

Probleme est, quand on propose quelque chose à faire, ou à cognoistre,

XLI.

Theoreme est, quand on propose quelque chose à demonstrer.

La fin du probleme est la construction, ou l'inuention : mais la fin du theoreme, est la cognoissance de la cause de la proprieté qui se trouue en la quantité proposée.

Les parties du probleme sont, l'explication de l'hypothese; si quelque chose est donnée: l'explication du requis: la construction & aussi quelquefois la preparation : la demonstration, par laquelle est demonstré, que par la methode enseignée en la construction, on trouuera necessairement le requis.

Les parties du theoreme sont, l'explication de l'hypothese, ou le ce qui est donné : l'explication du requis; la preparation pour la demonstration, qui n'est pas tousiours necessaire, mais le plus souuent : Et la demonstration, par laquelle il est rendu manifeste que la passion ou proprieté, dont est question, se trouue aux grandeurs proposées.

Le probleme a besoin du theoreme à cause de la demonstration & le theoreme du probleme à cause de la preparation.

Le Postulat differe du Probleme de la seule facilité de co struire, car il n'y a aucune difficulté d'exhiber le requis du post lat, & n'est pas besoin de monstrer que le requis se peut faire, comment, & par quelle methode il se peut faire: parce qu'au p stulat la construction du requis, & la demonstration de la constr ction, sont d'elles-mesmes manifestes: mais au probleme, la co struction du requis n'est pas si manifeste, qu'elle n'aye besoin demonstration.

La Maxime ou Axiome differe aussi du Theoreme par la seu euidence de la consequence, qui se fait de l'hypothese au requi car en l'axiome, icelle consequence est de soy euidente & manif ste; mais au theoreme, elle n'est pas de soy si manifeste, qu'elle n'a besoin de demonstration: & afin de la rendre euidente & manif ste, entre le donné & le requis s'interposent plusieurs consequen ces, à nous manifestes, ou d'elles-mesmes, ou par la cognoissan que nous auons desia acquise, qui nous donnent à cognoistre qu'icelle consequence de l'hypothese au requis, est certaine & n cessaire.

Or il y a deux sortes de demonstrations parmy les Mathemat ciens, à sçauoir l'ostensiue, & celle qui nous conduit à l'impossibl

En l'ostensiue, la suite des consequences se fait de l'hypothe au requis.

Et au contraire, en celle qui nous conduit à l'impossible, la sui des consequences se fait, du contraire de ce qui est à conclure ve l'hypothese, ou vers ce qui est donné & concedé iusques à ce qu nous tombions en quelque absurdité; d'où on conclud, que qui a esté supposé contraire au requis est faux, & par consequen que le requis est vray.

XLII.

Corollaire est vne consequence, outre le re quis qu'on infere de la demonstration.

XLIII.

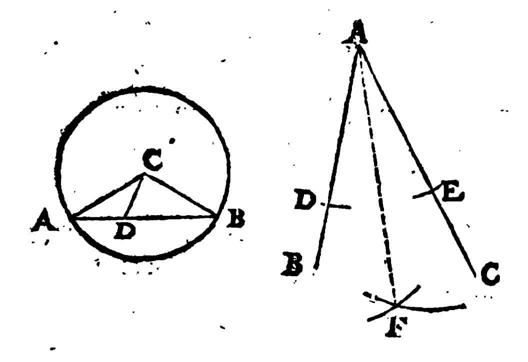
Lemme est vne demonstration qu'on fait se

parément, pour rendre la demonſtration du requis plus briefue.

XLIV.

Arbitraire eſt ce qui eſt pris ou faict à la volonté.

Comme s'il eſt beſoin de prendre quelque poinct arbitraire en la ligne droite AB, il ne ſera pas beſoin de conſiderer en quel endroit de la ligne AB on le prendra. Pareillement, s'il faut deſcrire des centres D & E, deux cercles égaux qui ſ'entrecoupent, ces cercles s'appelleront Arbitraires; à cauſe qu'il n'importe de quelle grandeur ils ſoient, pourueu qu'ils s'entrecoupent.



Le Scholie eſt proprement vne briefue interpretation ou annoation, neantmoins tous les problemes & theoremes que nous uons adjouſtez à ces Elements, outre les corollaires & les lemnes, nous les auons mis ſous le nom de Scholie, afin de les pouoir citer par la meſme lettre S.



PETITIONS OV DEMANDES

I.

SOIT demandé, de tout poinct donné, à tout autre poinct donné, mener vne lign droicte, soit concedé.

A———B   1.p.1 | ab *est* —.

Comme s'il faut tirer vne ligne droicte du poinct A au poinct B, Euclide suppose que cela se puisse faire, & ne donne pas la methode de la tirer.

II.

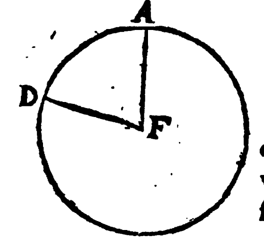
Et de prolonger directement vne ligne droit donnée & terminée.

A———B——C   2.p.1 | abc *est* —.

Icy Euclide demande, qu'il luy soit concedé, qu'on puisse continuer vne ligne directement, comme la ligne AB iusques en C.

III.

Semblablement de quelconque centre & interualle descrire vn cercle.



3.p.1 | fda *est* ⊙.

Comme s'il faut descrire le cercle FDA du centre F, & interualle FD, Euclide veut qu'on luy concede, que cela se puisse faire.

IV.

Semblablement quelconque grandeur estant donnée, pouuoir prendre vne autre plus grande ou plus petite.

La 4. demande a esté adjoustée par Clauius aux trois precedentes, qui sont d'Euclide

COMMVNES NOTIONS, AXIOMES *ou Sentences, qui s'appellent aussi Maximes.*

I. a. I.

Les choses égales à vne mesme, sont aussi égales entr'elles.

hyp.	ab 2|2 ef,
hyp.	cd 2|2 ef,
1. a. 1	ab 2|2 cd.

A——B
C——D
E——F

Les six axiomes suiuants distinguez par les lettres b,c,d,e,f,g, se rapportent à ce premier ; & ne sont pas d'Euclide, non plus que les autres qui sont distinguez par lettres.

I. a. b.

Les choses égales aux choses égales, sont aussi égales entr'elles.

hyp.	c 2|2 d,
hyp.	a 2|2 c,
hyp.	b 2|2 d,
1. a. b,	a 2|2 b.

A——
B——
C——
D——

I. a. c.

Et ce qui eſt plus grand ou plus petit que l'vn de égaux, eſt auſſi plus grand' ou plus petit que l'autre de égaux.

hyp. | b 2|2 c,
hyp. | a 3|2 b,
I. a. c. | a 3|2 c.

B — A — C —

I. a. d.

Et ſi l'vn des égaux eſt plus grand ou plus petit qu quelque grandeur, l'autre des égaux ſera auſſi plu grand ou plus petit que la meſme grandeur.

hyp. | a 2|2 b,
hyp. | a 3|2 c,
I. a. d. | b 3|2 c.

A — C — B —

I. a. e.

Et ce qui eſt plus grand que le plus grand, eſt auſ plus grand que le plus petit, & ce qui eſt plus petit qu le plus petit, eſt auſſi plus petit que le plus grand.

hyp. | b. 3|2 c,
hyp. | a 3|2 b,
I. a. I. | a 3|2 c.

A — B — C —

I. a. f.

Le changement des choſes égales n'oſte pas l'égalité

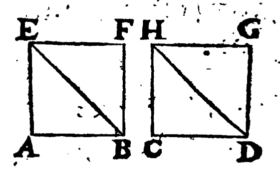
hyp. | a+c 2|2 b+d,
hyp. | c 2|2 d.
I. a. f. | a+d 2|2 b+c.

A — C — B — D —

1. a. g.

L'interpretation ne change point l'égalité.

yp.	□af 2|2 □cg,
yp.	af *est* □.ab,
yp.	cg *est* □.cd.
a.g.	□.ab 2|2 □.cd.



C'est à dire, que si le quarré AF est égal au quarré CG, & que F soit le quarré de AB, & CG le quarré de CD: la consequence ra, que le quarré de AB est égal au quarré de CD.

2. a. 1.

Et si à choses égales on adjouste choses égales, les tous sont égaux.

yp.	ab 2|2 cd,
yp.	bf 2|2 dg,
a. 1.	af 2|2 cg.

A——B——F
C——D——G

3. a. 1.

Et si des choses égales on retranche choses égales, les restes sont égaux.

yp.	ab 2|2 cd,
yp.	ae 2|2 cf,
a. 1.	eb 2|2 fd.

A——E——B
C——F——D

3. a. b.

Et si d'vn tout on retranche la moitié, restera la moitié: & si on retranche plus de la moitié, restera moins le la moitié: mais si on retranche la troisiesme partie, esteront les deux tiers, &c.

hyp. | ac 2|2 $\frac{1}{2}$ab,
3.a.b | cb 2|2 $\frac{1}{2}$ab,
hyp. | df 3|2 $\frac{1}{2}$de,
3.a.b | fe 2|3 $\frac{1}{2}$de,
hyp. | hl 2|2 $\frac{1}{3}$gl,
3.a.b | gh 2|2 $\frac{2}{3}$gl.

4. a. I.

Et si à choses inégales on adiouste choses égales, les tous sont inégaux.

hyp. | ab 3|2 cd,
hyp. | be 2|2 df,
4.a.I. | ae 3|2 cf.

4. a. b.

Et si à choses égales on adjouste choses inégales, les tous sont inégaux.

hyp. | ab 2|2 cd,
hyp. | be 3|2 df,
4. a. b. | ae 3|2 cf.

4. a. c.

Et si à choses inégales on adjouste choses inégales à la plus grande la plus grande, & à la plus petite la plu petite, les tous sont inégaux, celuy-là plus grand, & celuy-cy plus petit.

hyp. | ab 3|2 cd,
hyp. | be 3|2 df,
4. a. c. | ae 3|2 cf.

5. a. I.

Et ſi de choſes inégales on oſte choſes égales, es reſtes ſont inégaux.

yp.	ab 3|2 cd,
yp.	eb 2|2 fd,
. a. I.	ae 3|2 cf.

A——E——B
C——F——D

5. a. b.

Et ſi de choſes égales on oſte choſes inégales, les re-tes ſont inégaux.

yp.	ab 2|2 cd,
yp.	ae 3|2 cf,
. a. b.	eb 2|3 fd.

A——E——B
C——F——D

5. a. c.

Et ſi de choſes inégales on oſte choſes inégales, ſça-uoir de la plus grande moins, & de la plus petite plus, es reſtes ſont inégaux, ſçauoir eſt celuy-là plus grand, & celuy-cy plus petit.

yp.	ab 3|2 cd,
yp.	cf 3|2 ae,
. a. c.	eb 3|2 fd.

A——E——B
C——F——D

Or en toutes ces notions, excepté la premiere, par le mot de quantitez égales, faut entendre auſſi vne meſme, commune à pluſieurs.

6. a. I.

Et les choſes qui ſont doubles d'vne meſme, ſont égales entr'elles.

hyp.	a 2|2 2c,
hyp.	b 2|2 2c,
6.a.1.	a 2|2 b.

A———— B———— C————

6. a. b.

Le double du plus grand est plus grand que le doubl du plus petit.

hyp.	c 3|2 d,
hyp.	a 2|2 2c,
hyp.	b 2|2 2d,
6.a.b.	a 3|2 b.

A———— C———— B———— D————

6. a. c.

Et ce qui est double de l'vn des égaux, est aussi dou ble de l'autre des égaux.

hyp.	b 2|2 c,
hyp.	a 2|2 2b,
6.a.c.	a 2|2 2c.

B———— A———— C————

6. a. d.

Et si l'vn des égaux est double de quelque grandeur l'autre des égaux sera aussi double de la mesme gran deur.

hyp.	a 2|2 b,
hyp.	a 2|2 2c,
6.a.d.	b 2|2 2c.

A———— C———— B————

7. a. 1.

Et les choses qui sont moitiés d'vne mesme font égales entr'elles.

yp.	a 2|2 $\frac{1}{2}$c.
yp.	b 2|2 $\frac{1}{2}$c,
.a.1.	a 2|2 b.

7.a.b.

La moitié du plus grand excede la moitié du plus etit.

yp.	c 3|2 d,
yp.	a 2|2 $\frac{1}{2}$c,
yp.	b 2|2 $\frac{1}{2}$d,
.a.b.	a 3|2 b.

7.a.c.

Et ce qui est moitié de l'vn des égaux, est aussi moitié le l'autre des égaux.

yp.	b 2|2 c,
yp.	a 2|2 $\frac{1}{2}$b,
.a.c.	a 2|2 $\frac{1}{2}$c.

7.a.d.

Et si l'vn des égaux est moitié de quelque grandeur, 'autre des égaux sera aussi moitié de la mesme granleur.

yp.	a 2|2 b,
yp.	a 2|2 $\frac{1}{2}$c,
.a.d.	b 2|2 $\frac{1}{2}$c.

Aux sixiesme & septiesmes axiomes, les choses qui ont esté dites u double, & de la moitié, se peuuent aussi entendre du triple, uadruple, quintuple, &c. & des tierces, quartes, quintes, &c.

8. a. 1.

Et les choſes qui conuiennent entr'elles, ſont égales entr'elles.

Les grandeurs qui conuiennent ſont celles, dont les parties eſtans miſes l'vne ſur l'autre, occupent eſpace égal, ou vn meſme lieu.

9. a. 1.

Et le tout eſt plus grand que ſa partie.

9. a. b.

La meſure n'eſt pas plus grande que la choſe meſurée.

Les deux axiomes ſuiuants 10. & 11. ont eſté adjouſtez par Clauius.

10. a. 1.

Deux lignes droictes n'ont pas vn meſme ſegment commun.

hyp.	abc *eſt* —,
10 a. 1.	gbc *n̄ eſt* —.

A g B C

Par exemple, il eſt impoſſible qu'en vne fourche, le manche auec chaque fourchon face ligne droicte.

11. a. 1.

Deux lignes droites ſe rencontrant à vn poinct, ſi elles ſont toutes deux prolongées, elles s'entrecouperont neceſſairement au meſme poinct.

12. a. 1.

Tous les angles droicts sont égaux entr'eux.

yp. | <a *est* ⌋,
yp. | <b *est* ⌋, a⌋ b⌋
a.1 | <a 2|2 <b.

12. a. b.

Si vn des angles égaux est droict, vn chacun des autres est aussi droict.

yp. | a, b, c, *snt* <; 2|2 *ĳe*.
yp. | <a *est* ⌋, a⌋ b⌋ c⌋
a.b. | <b & <c *snt* ⌋.

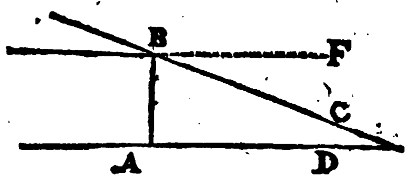
Explication des notes.

A,B,C sont angles égaux entr'eux.
L'angle A est droict, par l'hypothese.
Partant les angles B & C sont droicts, par le 12. a. b.

13. a. 1.

Et si sur deux lignes droictes tombe vne autre igne droicte, faisant les angles internes & de mesne part moindres que deux droicts, icelles deux ignes droictes estant prolongées infiniment, se couperont l'vne l'autre de la part où les deux angles sont moindres que deux droicts.

yp. | <bad + <abc *snt* 2|3 2⌋.
3.a.1 | ad & bc *n̄ snt* = *ĳe*.



Explication des notes.

L'angle BAD, plus l'angle ABC, sont plus petits que deux angles droicts, par l'hypothese.

Partant les lignes AD & BC ne sont point parallèles entr'elles, ains estant continuées vers D, se rencontreront l'vne l'autre, par le 13. ax. du 1.

14. a. 1.

Deux lignes droictes ne contiennent pas vn espace.

C'est à dire, que deux lignes droites n'enuironnent pas vn espace.

14. a. b.

Si vn poinct est en deux lignes droictes, il sera en leur intersection, ou attouchement.

14. a. c.

Si deux poincts sont en vn mesme plan, la ligne droite qui les conjoinct sera aussi au mesme plan : & si vne partie d'vne ligne droicte est en vn plan, toute la ligne sera dans le mesme plan.

15. a. 1.

Si à choses égales on adjouste choses inégales, l'excez des toutes sera égal à l'excez des adjoustées.

yp.	16 2|2 16,
yp.	12 3|2 7, *l'excez des adjouſtées eſt 5.*
5.a.1	28 3|2 23, *l'excez des toutes eſt 5.*

16. a. 1.

Si à choſes inégales on adjouſte choſes égales, l'excez des toutes ſera égal à l'excez de celles qui eſtoient au commencement.

yp.	18 5|2 12 *l'excez eſt 6.*
yp.	7 2|2 7 *les adiouſtées.*
5.a.1	25 3|2 19 *l'excez des toutes eſt 6.*

17. a. 1.

Si de choſes égales on retranche choſes inégales, l'excez des reſtantes ſera égal à l'excez des retranchées.

yp.	16 2|2 16,
yp.	12 3|2 7 *l'excez des retranchées eſt 5.*
5.a.1	4 2|3 9 *l'excez des reſtantes eſt 5.*

18. a. 1.

Si de choſes inégales on retranche choſes égales, l'excez des reſtantes ſera égal à l'excez des toutes.

hyp.	18 3|2 12 *l'excez des toutes est 6.*
hyp.	7 2|2 7. *les retranchées.*
18.a.1	11 3|2 5 *l'excez des restantes est 6.*

19. a. 1.

Le tout est égal à toutes ses parties prises ensemble.

hyp.	ac, cd, db, *sont parties de* ab.
19. a. 1	ab 2|2 ac + cd + db.

A——C—D—B

19. a. b.

Si les parties d'vn tout sont égales entr'elles, le tout sera autant multiple de chaque partie, qu'il y aura de parties : & chaque partie sera denommée du nombre des parties.

A——B——C——D——E

hyp.	ab, bc, cd, de *sont* 2|2 *de.*
19.a.b.	AE *est quadruple de* AB.
19.a.b.	AB *est le quart de* AE.

20. a. 1.

Si vn tout est double d'vn tout, & le retranché du retranché, le reste sera aussi double du reste.

hyp.	ab 2|2 2cd,
hyp.	ae 2|2 2cf,
20.a.1	eb 2|2 2fd.

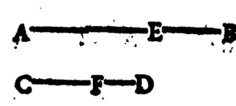
A——E————B

C—F——D

20. a. b.

Si chaque partie de la premiere grandeur est double le chaque partie de la seconde grandeur, la premiere ;randeur sera double de la seconde.

yp. | ac 2|2 2cf,
yp: | eb 2|2 2fd,
D. a. b. | ab 2|2 2cd.

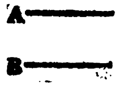


I'ay adjousté l'axiome suiuant, à cause qu'il est necessaire aux emonstrations, qui conduisent à l'impossible.

21. a. I.

Toute grandeur est telle qu'elle se dit, si elle ne eut estre autrement.

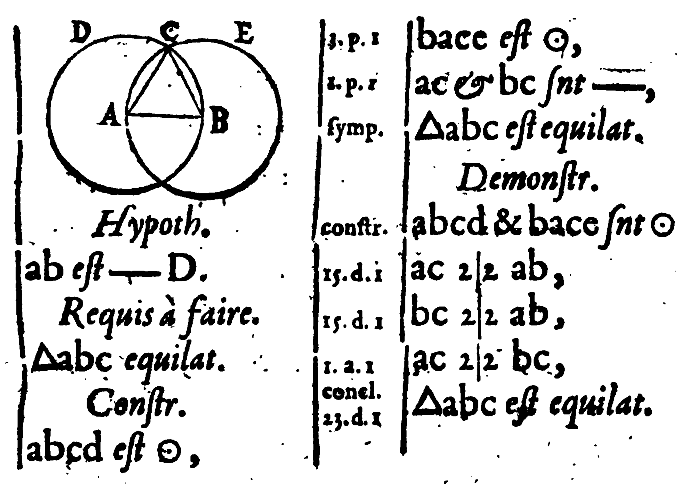
yp. | a $\bar{n}$ *est* 3|2 b,
yp. | a $\bar{n}$ *est* 2|3 b,
.a.I. | a 2|2 b.





PROBLEME I. PROPOSITION I.

SVr vne ligne droicte donnée & terminée, descrire vn triangle equilateral.



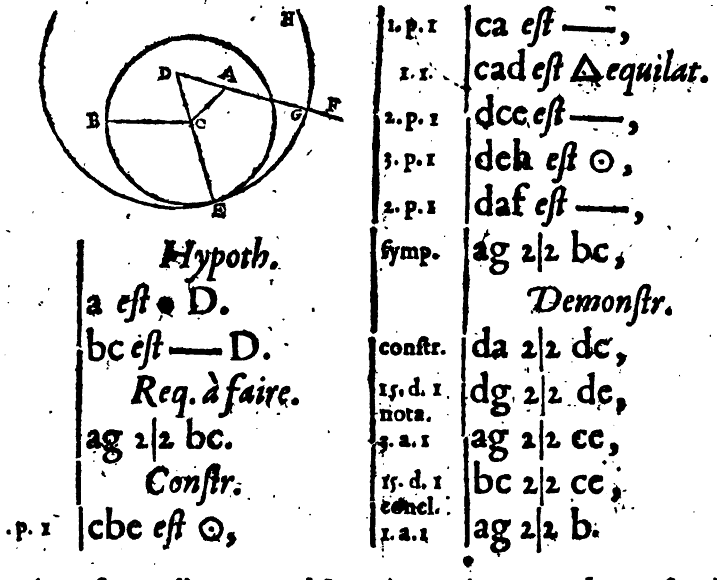
Notez qu'aux constructions & preparations, on ne cite que de postulats & des problemes : & qu'on les prononce ordinairemen par paroles de commandement : comme en la construction de cet te proposition, pour la premiere citation, 3. p. 1. on dira, par l troisiesme postulat ou demande, du centre A & de l'interualle AB soit descrit le cercle B C D. Pour la citation 1. p. 1. on dira, de poincts A & B à la section C, soient tirées les lignes droictes AC & BC. Au sympérasme, on doit affirmer que la construction es bien faite, comme icy on dira ; Ie dis que le triangle ABC est equi lateral.

En la demonstration toute citation, horsmis hyp. & constr. s doit prendre pour vne note qui signifie *ergo*, ou consequence d syllogisme : dont la majeure est la chose citée : la mineure, ce qu

eſt deſia prouué par conſtruction ou demonſtration. Comme en cette demonſtration, la premiere citation 15. d. 1. ſe mettra en ſylogiſme ainſi. *Par la 15. def. du 1. les lignes tirées du centre à la circonference ſont égales entr'elles*: la mineure eſt, *mais par la conſtruction AC & AB ſont tirées du centre à la circonference*: ergo *AC eſt égal à AB*: & ainſi des autres citations.

PROBL. II. PROPOS. II.

A vn poinct donné, poſer vne ligne droicte, égale à vne ligne droicte donnée.

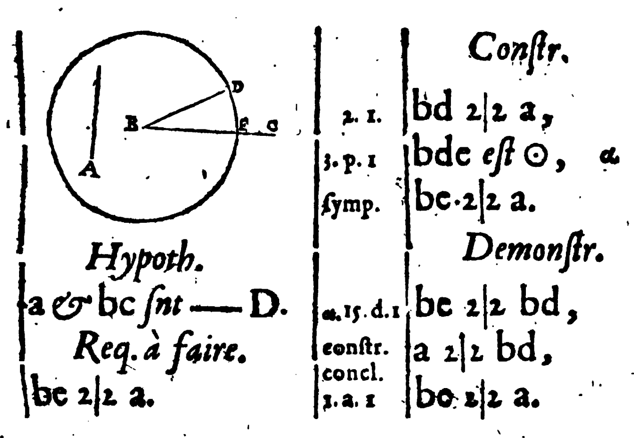


	Hypoth.	1. p. 1	ca *eſt* —,
	a *eſt* • D.	1. 1.	cad *eſt* △ *equilat.*
	bc *eſt* — D.	2. p. 1	dce *eſt* —,
	Req. à faire.	3. p. 1	deh *eſt* ⊙,
	ag 2|2 bc.	2. p. 1	daf *eſt* —,
	Conſtr.	ſymp.	ag 2|2 bc,
.p. 1	cbe *eſt* ⊙,		*Demonſtr.*
		conſtr.	da 2|2 dc,
		15. d. 1 nota.	dg 2|2 de,
		3. a. 1	ag 2|2 ce,
		15. d. 1 concl.	bc 2|2 ce,
		1. a. 1	ag 2|2 b.

A cauſe que l'on entend & retient mieux vne demonſtration diſtinguée en ſes principales parties, que ſans nulle diſtinction: aux demonſtrations quelque peu longues, nous mettrons ce mot (nota) parmy les citations, pour monſtrer qu'elles ſeront les choſes plus notables à retenir en la ſuite d'icelle: comme en cette demonſtration ce mot (nota) qui eſt parmy les citations, ſignifie qu'il faut retenir que AG eſt égal à CE.

PROBL. III. PROPOS. III.

Deux lignes droictes inégales estans données, oster de la plus grande vne ligne droicte égale à la plus petite.

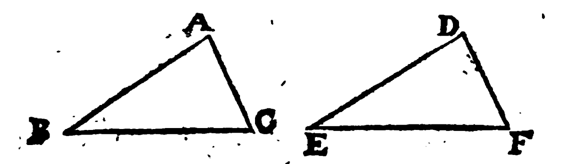


Les lettres Grecques, qui se trouuent aux citations, seruent à citer & remettre en memoire ce qui a esté desia demonstré en la suite de la demonstration; comme en la premiere ligne de cette demonstration, il y a double citation. Car α nous renuoyant à l'autre α, qui est en la construction, nous monstre que BDE est vn cercle, par la construction : & l'autre partie de la citation, qui est (15. d. 1.) nous donne à cognoistre que BE est égal à BD, par la definition du cercle.

THEOR. I. PROPOS. IV.

Si deux triangles ont deux costez égaux à deux costez, chacun au sien, & l'angle contenu d'iceux costez égaux, égal à l'angle : Ils auront la base égale à la base, & le triangle sera égal au triangle, & les

autres angles soustendans iceux costez égaux, seront égaux aux autres angles chacun au sien.



Hypoth.	*Requis à demonstrer.*
aux △; abc & def,	bc 2|2 ef,
ab 2|2 de,	△abc 2|2 △def,
ac 2|2 df,	<b 2|2 <e,
<bac 2|2 <edf.	<c 2|2 <f.

Demonstration.

Car si on suppose que le poinct A soit mis sur le poinct D, & la ligne AB sur la ligne DE, le poinct B tombera sur le poinct E: Car si suiuant cette supposition, le poinct B ne tomboit sur le poinct E, il seroit manifeste par le 9. ax. du 1. que le costé AB ne seroit pas égal au costé DE, mais par l'hypothese il est égal; il est donc necessaire que le poinct B tombe sur le poinct E. Par la mesme methode on demonstrera que AC tombera sur DF, & le poinct C sur le poinct F: Car il seroit euident par le 9. ax. du 1. que si AC ne tomboit sur DF, que l'angle A ne seroit égal à l'angle D: & si C ne tomboit en F, le costé AC ne seroit égal au costé DF: ce qu'estant, contre l'hypothese, il est necessaire, que AC tombe sur DF, & le poinct C sur F. Ayant ainsi demonstré que AB & AC conuiennent, & peuuent estre en mesme lieu que DE & DF, il sera manifeste par le 14. ax. du 1. que la base BC conuiendra aussi auec la base EF, & par consequent le triangle ABC conuiendra auec le triangle DEF, & par le 8. ax. du 1. la base BC sera égale à la base EF: & le triangle ABC au triangle DEF: l'angle B à l'angle E: & l'angle C à l'angle F: ce qu'il falloit demonstrer.

SCHOLIE.

Quelques Interpretes (entre lesquels est Pelletier) estiment que cette demonstration & autres, qui se font par la congruence sont mechaniques: Mais on leur respond, que si on appliquoi reellement des triangles, ou autres quantitez materielles, l'vn contre l'autre, pour iuger à la veuë si elles conuiennent, ou non, l demonstration seroit mechanique: Mais en cette demonstration les triangles ne s'appliquent pas l'vn contre l'autre, que par ima gination: & par consequent, puis que l'intellect seul est iuge d leur congruence, & que la veuë n'y sert de rien, la demonstratio est geometrique. En quoy nous noterons, que toute consequenc necessaire se peut prendre pour demonstration geometrique: E qu'vne consequence est necessaire, quand il n'y a point d'erreur ny aux principes, ny au raisonnement, l'erreur duquel est nommé pa les Grecs, Parallogisme: Que si les principes sont seulement vray semblables, la consequence ne pourra estre necessaire, veu qu'il n'y peut auoir plus de certitude en la consequence, qu'aux principes d'où elle depend.

THEOR. II. PROPOS. V.

Des triangles isosceles, les angles qui sont à la base, sont égaux entr'eux: Et les lignes droictes égales estans prolongées, les angles qui sont sous la base, seront égaux entr'eux.

Les demonstrations de ceste proposition, & des deux suiuantes sont des plus difficiles, pour ceux qui commencent: Mais si pou la premiere fois on se contente d'apprendre seulement le sens, o pourra entendre facilément les demonstrations, apres qu'on aur appris celles des autres propositions du premier liure.

Hypoth.	ab 2|2 ac,
au △abc	abd *&* ace *snt* —

Req. à demonstrer.

<abc 2|2 <acb,
<cbd 2|2 <bce.

Preparation.

	ad *est arbitraire.*
i. 1	af 2|2 ad,
p. 1	cd & bf *sont* —.

Demonstr.

	aux △;acd & abf
nstr.	ad 2|2 af,
hyp.	ac 2|2 ab,
	<a *est commun.*
4. 1	dc 2|2 bf, α
4. 1	<adc 2|2 <afb, β
1. nota 4. 1	<acd 2|2 <abf, γ
constr.	ad 2|2 af,
hyp.	ab 2|2 ac,
1. a. 1	bd 2|2 cf, δ
	aux △;bdc & cfb,
δ	bd 2|2 cf,
α	dc 2|2 bf.
β	<bdc 2|2 <cfb,
1. concl. 4. 1.	<dbc 2|2 <fcb,
2. nota 4. 2	<dcb 2|2 <fbc,
γ	<acd 2|2 <abf,
2. concl. 5. a. 1.	<acb 2|2 <abc.

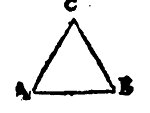
<a est commun. C'est à dire que l'angle A est commun aux deux [tr]iangles proposez, ACD & ABF, & s'explique de mesme aux de[m]onstrations suiuantes. Il est manifeste en cette demonstration [l'u]sage qu'ont les lettres Grecques, à citer ce qui est desia prouué [en] la demonstration.

COROLL.

De cette cinquiesme proposition il s'ensuit que tout triangle [e]quilateral est aussi equiangle.

Hypoth.

abc *est* △ *equilat.*



	Req. à demonstr.	5. 1	<b 2|2 <c,
	abc *est* △ *equiang.*	hyp. 2.concl.	bc 2|2 ba,
	Demonstr.	5. 1	<a 2|2 <c,
		3.concl. a. 1, a. 1	<a 2|2 <b,
hyp. 1.concl.	ac 2|2 ab,	c. 18 d. 1	△abc *est equiang.*

THEOR. III. PROPOS. VI.

Si deux angles d'vn triangle sont égaux entr'eux, les costez foustendans iceux angles égaux, seront aussi égaux entr'eux.

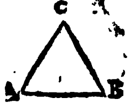
Cette proposition est la conuerse de la precedente, car l'hypothese de la precedente est en celle-cy le requis à demonstrer : Et le requis à demonstrer de la precedente est l'hypothese de celle-cy.

A, D, B, C		*Demonstr.*
	suppos.	db 2|2 ac, α
	1. p. 1	cd *est* —,
		aux △; dbc *&* acb
Hypoth.	hyp.	<dbc 2|2 <acb,
au △abc.	α	db 2|2 ac,
<abc 2|2 <acb.		bc *est commun.*
	4. 1	△dbc 2|2 △acb,
Req. à demonstr.		*contr. 9. a. 1.*
ab 2|2 ac.	concl. 21. a. 1	ab 2|2 ac.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit de cette proposition que tout triangle equiangle est aussi equilateral.

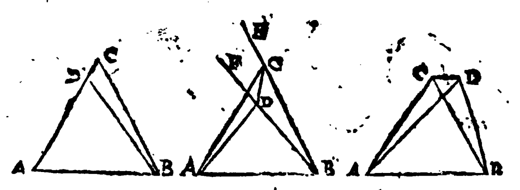
Hypoth.
abc *est* △ *equiang.*



Req. à demonst.	1. concl. 6. 1	ac 2|2 ab,	a
abc *est* △ *equilat.*	hyp. 2. concl.	<bac 2|2 <bca,	
Demonstr.	6. 1	bc 2|2 ab,	
	a. 1. a. 1	ac 2|2 bc,	
hyp. <abc 2|2 <acb.	23. d. 1	△abc *est equilat.*	

THEOR. IV. PROPOS. VII.

Si des extremitez de quelque ligne droicte on meine deux lignes droictes, se rencontrant à vn poinct, des mesmes extremitez on n'en pourra pas mener deux autres égales à icelles, chacune à la sienne, & de mesme part, se rencontrant à vn autre poinct.



Hypoth.	bd 2|2 bc.
abc *est* △,	*Requis à demonstr.*
ad 2|2 ac,	•d *est en* c.

C'est à dire, que le concours des deux lignes AD & BD ne se peut faire ailleurs qu'en C. Ce qui se prouue, en monstrant l'in-

inconuenient qui arriueroit, si ce concours se faisoit ailleurs, comme en la premiere figure sur le costé AC : en la seconde figure, au dedans du triangle ABC : & en la troisiesme figure, au dehors du triangle ABC.

Demonstr.

Cas de la 1. figure.

suppos. ● d *est en* ac,
hyp. ad 2|2 ac,
contr. 9. a. 1.

Cas de la 2. figure.

suppos. ● d *est dans le* △acb,
1. p. 1 cd *est* —,
1. p. 1. bdf *&* bce *sont* —,
hyp. 1. nota ad 2|2 ac,
5. 1 <adc 2|2 <acd, α
hyp. 2. nota bd 2|2 bc,
5. 1 <fdc 2|2 <ecd. β
9. a. 1. <ecd 3|2 <acd,
?. 1. a. c. <ecd 3|2 <adc,
β. 1. a. d. <fdc 3|2 <adc,
contr. 9. a. 1.

Cas de la 3. figure.

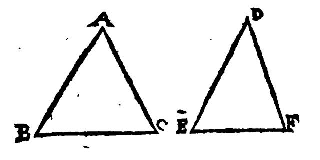
suppos. ● d *est hors le* △acb,
1. p. 1. cd *est* —,
hyp. 1. nota ad 2|2 ac,
5. 1 <acd 2|2 <adc. γ
hyp. 2. nota bd 2|2 bc,
5. 1 <bcd 2|2 <bdc,
9. a. 1. <bdc 3|2 ∠adc,
1. a. d. <bcd 3|2 ∠adc,
γ. ∠adc 2|2 ∠acd,
1. a. d. <bcd 3|2 ∠acd,
contr. 9. a. 1.
concl. 21. a. 1. ● d *est en* c.

THEOR. V. PROPOS. VIII.

Si deux triangles ont deux costez égaux à deux costez, chacun au sien, & qu'ils ayent la base égale à la base, ils auront aussi l'angle contenu d'iceux costez égaux égal à l'angle.

Hypoth.

aux △; abc *&* def
ab 2|2 de,
ac 2|2 df,
bc 2|2 ef.



Req. à demonstr.
<bac 2|2 <edf.

Demonstration.

Car si on suppose que le poinct B soit mis sur le poinct E, & ligne BC sur la ligne EF, le poinct C tombera sur le poinct F : c si le poinct C ne tomboit sur le poinct F, il seroit manifeste par 9. ax. que la ligne BC ne seroit pas égale à la ligne EF, mais p l'hypothese la ligne BC est égale à la ligne EF, par consequent poinct C tombera sur le poinct F : & par la 7. propos. le poinct tombera aussi sur le poinct D, puisque par l'hypothese BA est ég à ED, & CA à FD : & par le 14. ax. le triangle ABC conviendi auec le triangle DEF, d'où s'ensuit par le 8. ax. que l'angle A e égal à l'angle D, ce qu'il falloit demonstrer.

	Coroll.		
1. concl. 8. a. 1.	∠b 2|2 ∠e,	2. concl. 8. a. 1.	∠c 2|2 ∠f,
		3. concl. 8. a. 1.	△abc 2|2 △def.

PROBL. IV. PROPOS. IX.

Couper en deux égalément vn angle rectiligne donné.

Hypoth.		*Constr.*
∠bac *est* D.		ad *est arbitr.*
Requis à faire.	3. 1	ac 2|2 ad,
∠fab 2|2 ∠fac.	1. p. 1.	de *est* ——,

del

D E

		sump.	<fad 2|2 <fae,
			Demonstr.
			aux Δ;afd & afe
		constr.	ad 2|2 ac,
			af *est commun.*
1. 1	def *est* Δ *equilat.*	constr.	df 2|2 ef,
1. p. 1.	af *est* —,	concl. 8. 1.	<fad 2|2 <fae.

Practique.

hyp.	bac *est* <D.
p. 1	ade, df, ef, *snt* ⊙ 2|2 de. *arbitr.*
p. 1	af *est* —,
symp.	<fab 2|2 <fac.
	Demonstr.
1	<fad 2|2 <fae.

A D E B C F

PROBL. V. PROPOS. X.

Couper vne ligne droicte donnée & terminée en deux parties égales.

Hypoth.

ab *est* — D.

Req. à faire.

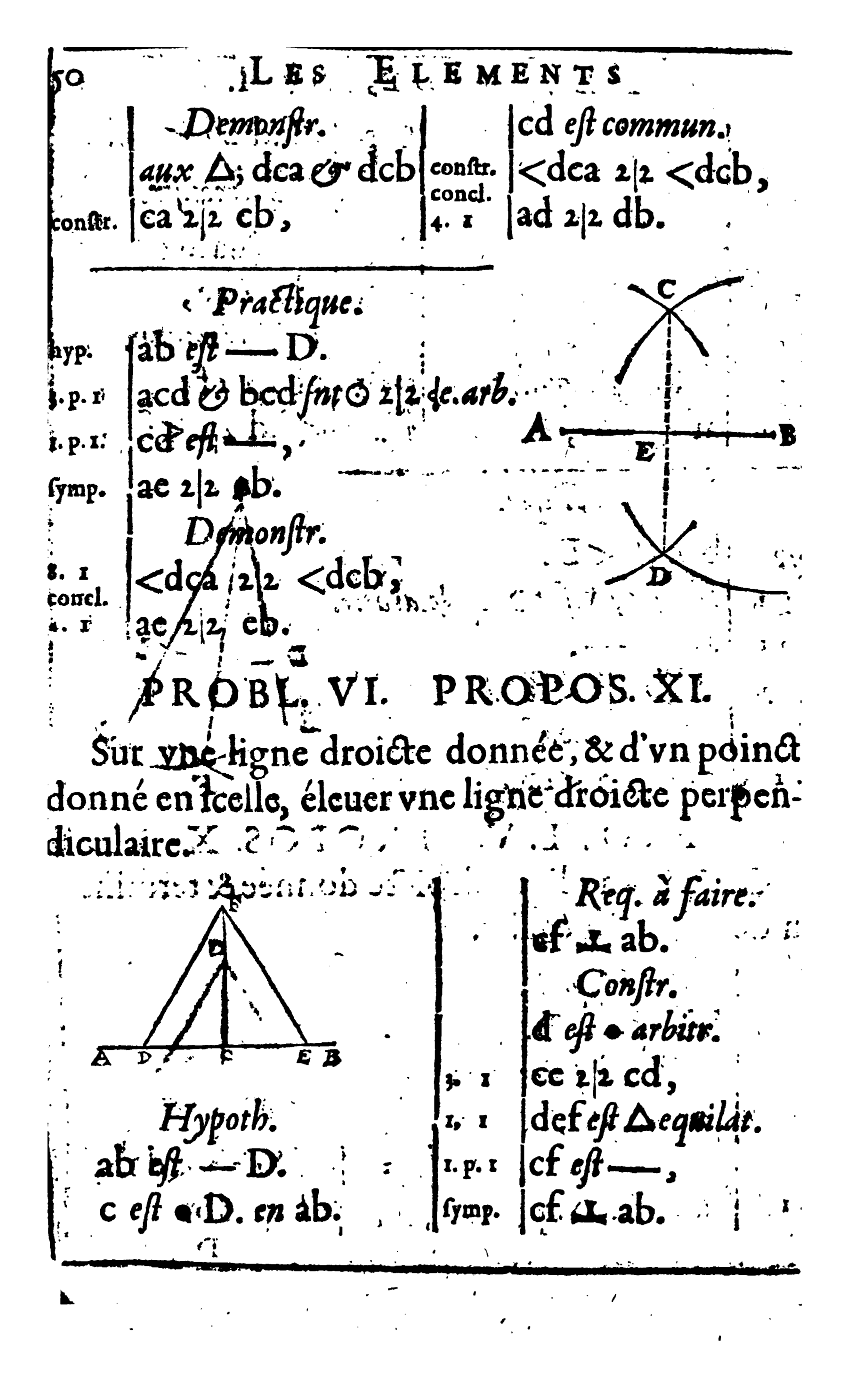
ad 2|2 db,

Constr.

1	abc *est* Δ *equilat.*	9. 1	<dca 2|2 <dcb,
		symp.	ad 2|2 db.

C A D B

D



Demonstr.

aux △ dca & dcb

constr. ca 2|2 cb,

cd *est commun.*

constr. <dca 2|2 <dcb,

concl. 4. 1 ad 2|2 db.

Practique.

hyp. ab *est* — D.

3. p. 1 acd & bcd *snt* ⊙ 2|2 *de.arb.*

1. p. 1 cd *est* ⊥,

symp. ae 2|2 eb.

Demonstr.

8. 1 <dca 2|2 <dcb,

concl. 4. 1 ae 2|2 eb.

PROBL. VI. PROPOS. XI.

Sur vne ligne droicte donnée, & d'vn poinct donné en icelle, éleuer vne ligne droicte perpendiculaire.

Hypoth.

ab *est* — D.

c *est* • D. *en* ab.

Req. à faire.

cf ⊥ ab.

Constr.

d *est* • *arbitr.*

3. 1 ce 2|2 cd,

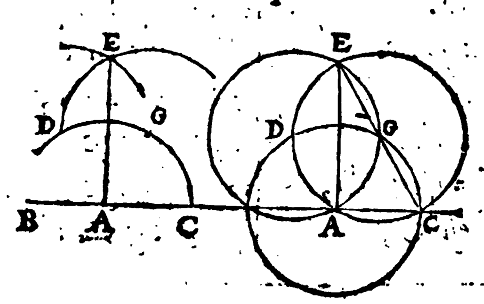
1. 1 def *est* △ *equilat.*

1. p. 1 cf *est* —,

symp. cf ⊥ ab.

	Demonstr.	constr.	df 2|2 ef,
	aux △; fcd *&* fce	8. 1	<fcd 2|2 <fce,
constr.	ce 2|2 cd,	10.d.1	<fcd *&* ∠fce *sont* ⊥,
	cf *est commun.*	conel. 10.d.1	fc ⊥ ab.

Practique.



hyp. a *est* • D. *en* bc,
3.p.1 acgd, cg, gde, dge *sont* ⊙ 2|2 *de arbitr.*
1.p.1 ae *est* —,
symp. ae ⊥ bc.
Demonstr. est au schol. 15. 4.

PROBL. VII. PROPOS. XII.

Sur vn ligne droicte donnée & infinie, d'vn poinct donné hors d'icelle abaisser vne ligne perpendiculaire.

Hypoth.

ab *est* —— D.

c *est* • D.

Req. à faire.

cg ⊥ ab.

Constr.

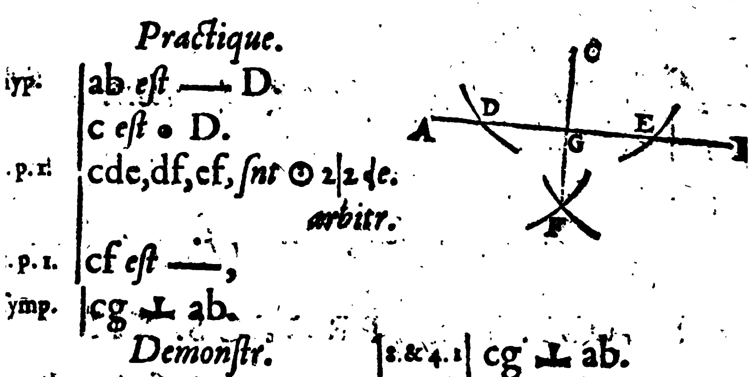
arbitr.	d *est* • *sous* ab,
1. p. 1	cdef *est* ⊙,
10. 1	eg 2|2 gf,
1. p. 1	cg *est* ——,
symp.	cg ⊥ ab.

Preparation.

1. p. 1.	ce & cf *sont* ——.

Demonstr.

constr.	eg 2|2 gf,
	cg *est commun.*
15. d. 1	ce 2|2 cf,
8. 1	<egc 2|2 <fgc,
10. d. 1	<egc & <fgc *sont* ⊥
concl. 10. d. 1	cg ⊥ ab.



Practique.

hyp.	ab *est* —— D.
	c *est* • D.
3. p. 1	cde, df, ef, *sont* ⊙ 2|2 de. *arbitr.*
1. p. 1.	cf *est* ——,
symp.	cg ⊥ ab.

Demonstr.

8. & 4. 1	cg ⊥ ab.

THEOR. VI. PROPOS. XIII.

Quand vne ligne droicte tombant sur vne

gne droicte, fait angles, ou elle fera deux angles droicts, ou égaux à deux droicts.

Hypoth.

cbd *est* —,

ab *est* —,

Req. à demonstr.

<abd + <abc 2|2 2⌋.

Preparation.

.1 | be ⊥ cd. α

Demonstr.

.a.1 | <ebd 2|2 <eba + <abd,

| <ebc *commun. add.*

.nota
.a.1 | <ebd + <ebc 2|2 <eba + <abd + <ebc. β

.a.1 | <abc 2|2 <abe + <ebc,

| <abd *commun. add.*

...opa
.a.1 | <abc + <abd 2|2 <abe + <ebc + <abd,

.1.a.1 | <abc + <abd 2|2 <ebd + <ebc,

.10.d.1 | <ebd + ∠ebc 2|2 2⌋,

oncl.
.a.1 | <abc + ∠abd 2|2 2⌋.

COROLL. I.

...p. | ∠ebd *est* ⌋,

.13.1 | ∠ebc *est* ⌋.

COROLL. II.

hyp. | ∠abd 2|3 ⌋,

2.c.13.1 | ∠abc 3|2 ⌋.

Cette proposition est de soy manifeste, car de la mesme quantit que l'angle obtus ABC excede l'angle droict EBC, l'angle aigu ABD est excedé par l'angle droict EBD. Neantmoins pour la de monstrer par les principes donnez cy deuant, le syllogisme ou rai sonnement se fait ainsi. Les deux angles droicts EBC & EBD son égaux aux trois angles EBC, EBA & ABD: mais l'obtus ABC & l'aigu ABD sont aussi égaux aux trois mesmes angles EBC, EBA & ABD: par consequent l'obtus & l'aigu sont égaux aux deux angles droicts.

∠ebc *commun. add.* Cette ligne & autres semblables, où il y aura *commun. add.* ou *commun. subtr.*, qui est à dire, commun adjoustez, ou commun ostez, on les peut sauter, & ne seruent qu'à monstrer, la quantité exprimée en cette ligne a esté adjoustée ou soustraicte des deux quantitez de la ligne prochaine superieure.

THEOR. VII. PROPOS. XIV.

Si à quelque ligne droicte, & à vn poinct en icelle, sont menées deux lignes droictes, non de mesme part, faisant les angles de part & d'autre égaux à deux droicts: icelles lignes droictes se rencontreront directement l'vne l'autre.

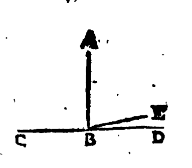
Cette proposition est la conuerse de la precedente, car en icelle on a demonstré, que si CBD est vne ligne droicte, les deux angles contigus ABC & ABD sont égaux à deux angles droicts: mais en celle cy il faut demonstrer, que si les deux angles contigus ABC & ABD sont égaux à deux angles droicts, que CBD est vne ligne droicte.

Hypoth.

∠abc + ∠abd *snt.* 2|2 2∟.

Req. à demonst.

cbd *est* —.



	Demonst.		
suppos.	cbe *est* —,		
13. 1	∠abc + ∠abc 2|2 2⌐. α		
hyp.	∠abd + ∠abc 2|2 2⌐. α		
	∠abc *commun. subtr.*	concl.	*contr. 9. a. 1.*
α.3.a.1	∠abc 2|2 ∠abd,	α1.a.1	cbd *est* —.

THEOR. VIII. PROPOS. XV.

Si deux lignes droictes se coupent l'vne l'autre elles feront les angles au sommet égaux entr'eux.

Les quatre angles que font deux lignes se couppans l'vne l'autre, se distinguent en deux denominations differentes, à sçauoir en angles contigus ou de suite ; & en angles opposez au sommet. Comme en cette figure les angles de suite sont, A & B ; A & D ; B & C ; & aussi C & D. Et les angles opposez au sommet, sont A & C ; & aussi D & B.

Hypoth.		*Demonstr.*
ef & gh *sont* — ;	13. 1.	∠d + ∠a 2|2 2⌐. α
	13. 1	∠b + ∠a 2|2 2⌐. α
Req. à demonstr.		∠a *commun. subtr.*
∠d 2|2 ∠b,	concl. α.3.a.1	∠d 2|2 ∠b. β
∠a 2|2 ∠c.	d. β	∠a 2|2 ∠c.

d.β. (c'est à dire, demonstration β.) signifie qu'il faut demonstrer que l'angle A est égal à l'angle C, par la mesme methode, qu'il a esté demonstré, que l'angle D est égal à l'angle B.

COROLLAIRE I.

De cette proposition s'ensuit, que deux lignes droictes s'entrecoupant l'vne l'autre, font quatre angles égaux à quatre angles droicts.

COROLL. II.

Il s'ensuit aussi que tous les angles constituez à l'entour d'vn mesme poinct, sont tant seulement égaux à quatre angles droicts.

SCHOLIE I.

Si à quelque ligne droicte, & à vn poinct en icelle, sont menées deux lignes droictes, non de mesme part, faisant les angles opposez au sommet égaux entr'eux: icelles lignes droictes se rencontreront directement.



Hypoth.	hyp.	∠d 2|2 ∠b,
gah *est* —,		∠a *commun. add.*
∠d 2|2 ∠b.	2. a. 1	∠d + ∠a 2|2 ∠b + ∠a,
Req. à demonstr.	a. 13. 1	∠d + ∠a 2|2 2⊥,
eaf *est* —.	1. a. 1 concl.	∠b + ∠a 2|2 2⊥,
Demonstr.	14. 1	eaf *est* —.

SCHOL. II.

Si quatre lignes droictes tirées d'vn mesme poinct font les angles opposez au sommet égaux entr'eux, chaque deux lignes opposées seront constituées directement.

Hypoth.

<aed 2|2 <ceb, α
<aec 2|2 <deb. α

Req. à demonstr.

acb & ced *snt* —.

Demonstr.

2.c.15.1 | <aed + <aec + <ceb + <deb 2|2 4 ⅃,
α.2.a.1 | <aed + <aec 2|2 <ceb + <deb,
19.a.b | <aed + <aec 2|2 2 ⅃,
1 concl. 14.1 | ced *est* —,
2 concl. 1.s.15.1 | acb *est* —.

THEOR. IX. PROPOS. XVI.

De tout triangle, vn costé estant prolongé, l'angle externe est plus grand que chacun des internes & opposez.

Tout angle qui est hors d'vn triangle ne s'appelle pas externe, mais seulement ceux qui sont contigus ou de suite aux angles internes d'vn triangle se nomment externes. Comme du triangle ABC ayant continuez directement les costez BC & AC iusques en D & G, les angles ACD & BCG sont externes, à cause qu'ils sont de suite à l'interne ACB : mais l'angle GCD, qui n'est pas de suite à vn angle interne, n'est pas externe.

Hypoth.	*Req. à demonstr.*
abc *est* △,	<acd 3|2 <cab,
bcd *est* —,	<acd 3|2 <cba,

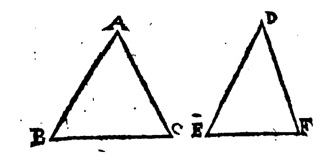
Hypoth.

aux △; abc *&* def

ab 2|2 de,

ac 2|2 df,

bc 2|2 ef.



Req. à demonstr.

∠bac 2|2 ∠edf.

Demonstration.

Car si on suppose que le poinct B soit mis sur le poinct E, & la ligne BC sur la ligne EF, le poinct C tombera sur le poinct F: car si le poinct C ne tomboit sur le poinct F, il seroit manifeste par le .ax. que la ligne BC ne seroit pas égale à la ligne EF, mais par l'hypothese la ligne BC est égale à la ligne EF, par consequent le poinct C tombera sur le poinct F: & par la 7. propos. le poinct A tombera aussi sur le poinct D, puisque par l'hypothese BA est égal à ED, & CA à FD: & par le 14. ax. le triangle ABC conuiendra auec le triangle DEF, d'où s'ensuit par le 8. ax. que l'angle A est égal à l'angle D, ce qu'il falloit demonstrer.

	Coroll.		
.concl. .a. 1.	∠b 2|2 ∠e,	2. concl. 8. a. 1.	∠c 2|2 ∠f,
		3. concl. 8. a. 1.	△abc 2|2 △def.

PROBL. IV. PROPOS. IX.

Couper en deux égalément vn angle rectiligne donné.

Hypoth.		*Constr.*
∠bac *est* D.		ad *est arbitr.*
Requis à faire.	3. 1	ae 2|2 ad,
∠fab 2|2 ∠fac.	1. p. 1.	de *est* —,

def

1. 1 | def *est* △ *equilat.*
1. p. 1. | af *est* —,
symp. | <fad 2|2 <fae,

Demonstr.

aux △, afd *&* afe
constr. | ad 2|2 ae,
af *est commun.*
constr. | df 2|2 ef,
concl. 8. 1. | <fad 2|2 <fae.

Practique.

hyp. | bac *est* <D.
3. p. 1 | ade, df, ef, *snt* ⊙ 2|2 *de. arbitr.*
1. p. 1 | af *est* —,
symp. | <fab 2|2 <fac.

Demonstr.

8. 1 | <fad 2|2 <fae.

PROBL. V. PROPOS. X.

Couper vne ligne droicte donnée & terminée en deux parties égales.

Hypoth.

ab *est* — D.

Req. à faire.

ad 2|2 db,

Constr.

1. 1 | abc *est* △ *equilat.*
9. 1 | <dca 2|2 <dcb,
symp. | ad 2|2 db.

Demonstr.

aux △; dca & dcb

constr. ca 2|2 cb,

cd *est commun.*

constr. <dca 2|2 <dcb,

concl. 4. 1 ad 2|2 db.

Practique.

hyp. ab *est* — D.

3. p. 1 acd & bcd *sont* ⊙ 2|2 *de arb.*

1. p. 1 cd *est* ⊥,

symp. ae 2|2 eb.

Demonstr.

9. 1 <dca 2|2 <dcb,

concl. 4. 1 ae 2|2 eb.

PROBL. VI. PROPOS. XI.

Sur vne ligne droicte donnée, & d'vn poinct donné en icelle, éleuer vne ligne droicte perpendiculaire.

Hypoth.

ab *est* — D.

c *est* ● D. *en* ab.

Req. à faire.

cf ⊥ ab.

Constr.

d *est* ● *arbitr.*

3. 1 ce 2|2 cd,

1. 1 def *est* △ *equilat.*

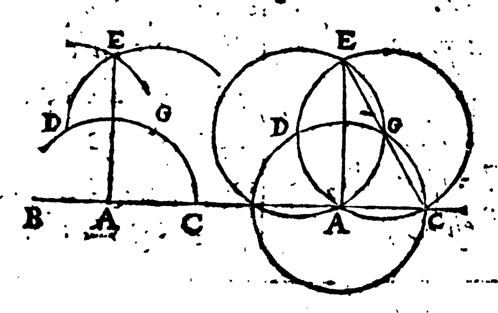
1. p. 1 cf *est* —,

symp. cf ⊥ ab.

Demonstr.
aux △; fcd & fce
constr. ce 2|2 cd,
cf *est commun.*

constr. df 2|2 ef,
8. 1 <fcd 2|2 <fce,
10.d.1 <fcd & ∠fce *sont* ⊥
conel. 10.d.1 fc ⊥ ab.

Practique.



hyp. a *est* • D. *en* bc,
3. p. 1 acgd, cg, gde, dge *sont* ⊙ 2|2 *de. arbitr.*
1. p. 1 ae *est* —,
symp. ae ⊥ bc.
Demonstr. est au schol. 15. 4.

PROBL. VII. PROPOS. XII.

Sur vn ligne droicte donnée & infinie, d'vn poinct donné hors d'icelle abaisser vne ligne perpendiculaire.

Hypoth.

ab *est* — D.

c *est* • D.

Req. à faire.

cg ⊥ ab.

Constr.

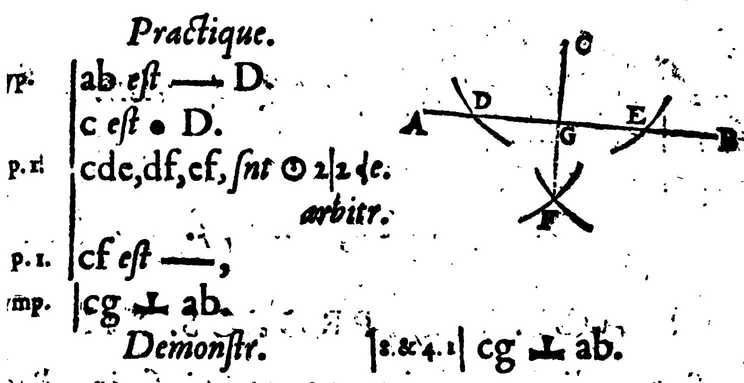
arbitr.	d *est* • *sous* ab,
p. 1	cdef *est* ⊙,
10. 1	eg 2|2 gf,
1. p. 1	cg *est* —,
symp.	cg ⊥ ab.

Preparation.

1. p. 1.	ce & cf *snt* —.

Demonstr.

constr.	eg 2|2 gf,
	cg *est commun.*
15. d. 1	ce 2|2 cf,
8. 1	<egc 2|2 <fgc,
10. d. 1	<egc & ∠fgc *snt* ⌋,
concl. 10. d. 1	cg ⊥ ab.



Practique.

rp.	ab *est* — D.
	c *est* • D.
p. 1	cde, df, ef, *snt* ⊙ 2|2 de. *arbitr.*
p. 1.	cf *est* —,
mp.	cg ⊥ ab.

Demonstr.

8. & 4. 1	cg ⊥ ab.

THEOR. VI. PROPOS. XIII.

Quand vne ligne droicte tombant sur vne li-

gne droicte, fait angles, ou elle fera deux angles droicts, ou égaux à deux droicts.

Hypoth.

cbd *est* —,
ab *est* —,

Req. à demonstr.

<abd+<abc 2|2 2⊥.

Preparation.

11. 1 | be ⊥ cd. α

Demonstr.

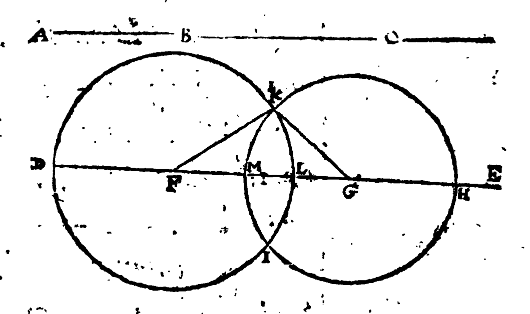
19. a. 1 | <ebd 2|2 <eba+<abd,
| <ebc *commun. add.*
1. nota 2. a. 1 | <ebd+<ebc 2|2 <eba+<abd+<ebc. β
19. a. 1 | <abc 2|2 <abe+<ebc,
| <abd *commun. add.*
2. nota 2. a. 1 | <abc+<abd 2|2 <abe+<ebc+<abd,
β. 1. a. 1 | <abc+<abd 2|2 <ebd+<ebc,
α. 10. d. 1 | <ebd+∠ebc 2|2 2⊥,
concl. 1. a. 1 | <abc+∠abd 2|2 2⊥.

COROLL. I.

hyp. | ∠ebd *est* ⊥,
1. c. 13. 1 | ∠ebc *est* ⊥.

COROLL. II.

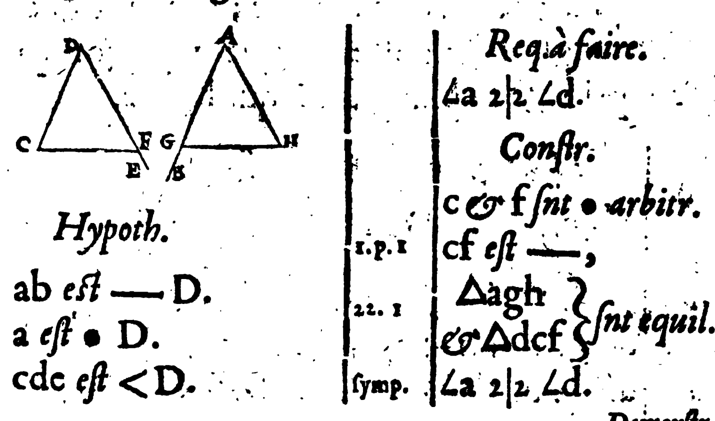
hyp. | ∠abd 2|3 ⊥,
2. c. 13. 1 | ∠abc 3|2 ⊥.



	Demonstr.		
		2 concl. constr.	fg 2|2 b,
15. d. 1	fK 2|2 fd,	15. d. 1	gK 2|2 gh,
constr.	a 2|2 fd,	constr.	c 2|2 gh,
concl. a. 1	fK 2|2 a,	3 concl. 1. a. 1	gK 2|2 c.

PROBL. IX. PROPOS. XXIII.

A vne ligne droicte donnée, & à vn poinct donné en icelle, faire vn angle rectiligne égal à vn angle rectiligne donné.



Hypoth.

ab *est* —— D.
a *est* • D.
cde *est* < D.

Req. à faire.

∠a 2|2 ∠d.

Constr.

	c & f *sont* • *arbitr.*
1. p. 1	cf *est* ——,
22. 1	Δagh & Δdcf } *sont equil.*
symp.	∠a 2|2 ∠d.

Demonstr.

	Demonstr.		
constr.	ag 2|2 dc,	constr. concl.	gh 2|2 cf,
constr.	ah 2|2 df,	8. 1	∠gah 2|2 ∠cdf.

Practique.

Hypoth.

ne *est* —— D.

d *est* • D.

a *est* < D.

Constr.

3. p. 1	afg & dhl *snt* ⊙ 2|2 *se. arbitr.*
3. p. 1	⊙hl 2|2 ⊙fg,
1. p. 1	dl *est* ——,
symp.	∠hdl 2|2 ∠a.

	Demonstr.
8. 1	∠hdl 2|2 ∠a.

THEOR. XV. PROPOS. XXIV.

Si deux triangles ont deux costez égaux à deu costez, chacun au sien, & l'angle contenu d'iceu costez plus grand que l'angle, ils auront aussi la base plus grande que la base.

Hypoth.

abc & def *snt* Δ,

ab 2|2 de,

ac 2|2 df,

∠bac 3|2 ∠edf.

Req. à demonstr.

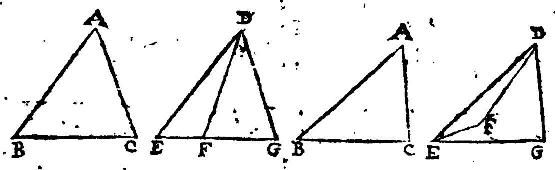
bc 3|2 ef.

Preparation.

23. 1	∠edg 2|2 bac,
3. 1	dg 2|2 ac,
1 p. 1.	eg & fg ∫nt ——.

Demonst. du 1. cas.

hyp.	de 2|2 ab,
constr.	dg 2|2 ac,
constr.	∠edg 2|2 ∠a,
4. 1.	eg 2|2 bc, α
hyp.	df 2|2 ac,
constr.	dg 2|2 ac,
1. a. 1	df 2|2 dg, β
5. 1	∠dfg 2|2 ∠dgf,
9. a. 1.	∠dgf 3|2 ∠egf,
1. a. d	∠dfg 3|2 ∠egf,
9. a. 1	∠efg 3|2 ∠dfg,
1. a. e	∠efg 3|2 ∠egf,
19. 1	eg 3|2 ef,
concl. α. 1. a. d	bc 3|2 ef.



Demonstr. du 2. cas.

9. a. 1.	eg 3|2 ef,
α	bc 2|2 eg,
concl. 1. a. d	bc 3|2 ef.

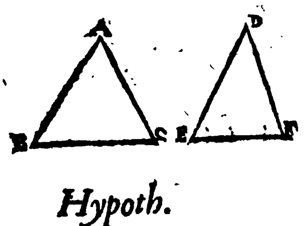
Demonstr. du 3. cas.

21. 1	eg + dg 3|2 ef + df,
β	dg 2|2 df,
concl. 5. a. 1	eg ⊔ bc 3|2 ef.

THEOR. XVI. PROPOS. XXV.

Si deux triangles ont deux costez égaux à deux

costez chacun au sien, & la base plus grande que la base ; ils auront aussi l'angle contenu d'iceux plus grand que l'angle.



Hypoth.

ab 2|2 de, a

ac 2|2 df, a

bc 3|2 ef.

Requis à demonstr.

∠bac 3|2 ∠edf.

Demonstr.

suppos.	∠bac 2|2 ∠edf,
a. 4. 1	bc 2|2 ef,
	contr. hypoth.
suppos.	∠bac 2|3 ∠edf,
a. 24. 1	bc 2|3 ef,
	contr. hypoth.
concl. 21. a. 1.	∠bac 3|2 ∠edf.

THEOR. XVII. PROPOS. XXVI.

Si deux triangles ont deux angles égaux à deux angles, chacun au sien, & vn costé égal à vn costé sçauoir est, ou celuy qui est adjacent à iceux angles égaux, ou bien celuy qui soustient l'vn d'iceux angles égaux : ils auront les autres costez égaux aux autres costez, chacun au sien, & l'autre angle égal à l'autre angle.

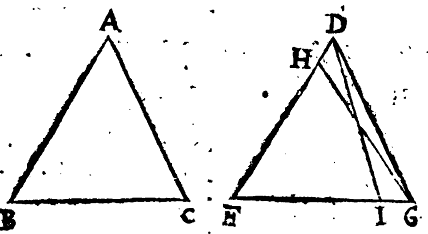
Hypoth. commune.

<e 2|2 <b,

<dge 2|2 <acb.

Hypoth. 1.

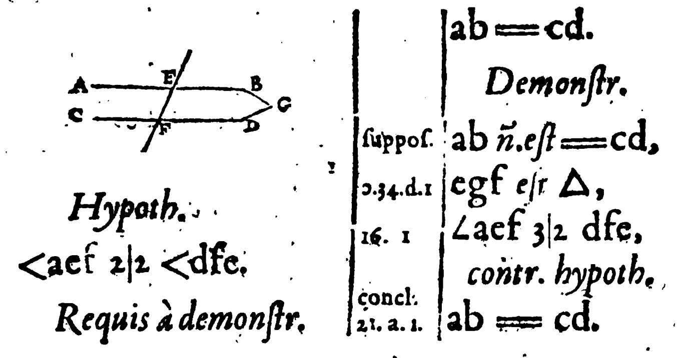
eg 2|2 bc.



	Req. à demonstrer.		Req. à demonstr.
	de 2|2 ab,		eg 2|2 bc,
	dg 2|2 ac,		gd 2|2 ca,
	∠edg 2|2 ∠bac.		∠edg 2|2 ∠a.
	Demonstr.		Demonstr.
ppos.	eh 2|2 ba,	suppos.	ei 2|2 bc,
p. 1.	gh est —,	1. p. 1	di est —,
yp.	eg 2|2 bc,	hyp.	ed 2|2 ba, γ
yp.	∠e 2|2 ∠b,	hyp.	∠e 2|2 ∠b,
1	∠egh 2|2 ∠c,	4. 1	∠eid 2 2 ∠c,
yp.	∠egd 2|2 ∠c,	hyp.	∠egd 2|2 ∠c,
a.	∠egh 2|2 ∠egd.	1. a. 1	∠eid 2|2 ∠egd,
concl.	contr. 9 a. 1.	2 concl.	contr. 16. 1.
1. a.	ed 2|2 ba, β	21 a. 1.	eg 2|2 bc, δ
β. 4. 1	gd 2|2 ca,	γδ. 4. 1	gd 2|2 ca,
β. 4. 1	∠edg 2|2 ∠a.	γδ. 4. 1	∠edg 2|2 ∠bac.
	Hypoth. 2.		Coroll.
	ed 2|2 ba,	4. 1	△egd 2|2 △bca.

THEOR. XVIII. PROPOS. XXVII.

Si vne ligne droicte tombante sur deux autre lignes droictes, fait les angles alternes égaux entr'eux : icelles lignes droictes seront paralleles entr'elles.



Hypoth.

<aef 2|2 <dfe.

Requis à demonstr.

ab = cd.

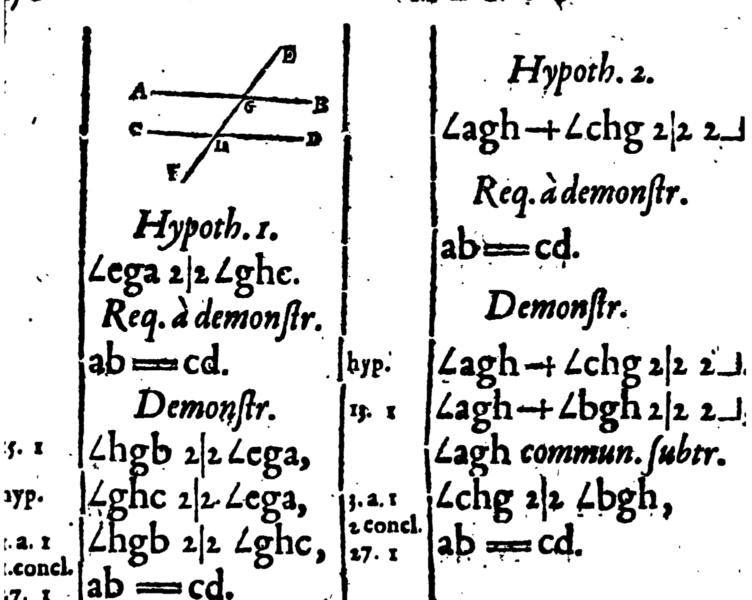
Demonstr.

suppos.	ab *n. est* = cd,
2.34.d.1	egf *est* Δ,
16. 1	∠aef 3|2 dfe,
	contr. hypoth.
concl. 21. a. 1.	ab = cd.

En cette demonstration, pour monstrer l'inconuenient qui arriueroit, on suppose que E B & F D continuées directement rencontrent en G : d'où s'ensuit, que la figure EFG est vn triang rectiligne, & par consequent par la 16. du 1. l'angle externe A E est plus grand que son interne & opposé E F G, ce qu'estant contre l'hypothese, il est manifeste que les lignes EB & FD continuées directement ne se peuuent rencontrer, & par consequent qu'el sont paralleles entr'elles.

THEOR. XIX. PROPOS. XXVIII.

Si vne ligne droicte tombant sur deux lign droictes, fait l'angle externe égal à l'interne, opposé, & de mesme part ; ou les internes de mesme part égaux à deux droicts, icelles lignes droictes seront paralleles entr'elles.



Hypoth. 1.

∠ega 2|2 ∠ghe.

Req. à demonstr.

ab ═ cd.

Demonstr.

:5. 1	∠hgb 2|2 ∠ega,
hyp.	∠ghc 2|2 ∠ega,
. a. 1 / .concl.	∠hgb 2|2 ∠ghc,
.7. 1	ab ═ cd.

Hypoth. 2.

∠agh + ∠chg 2|2 2∟

Req. à demonstr.

ab ═ cd.

Demonstr.

hyp.	∠agh + ∠chg 2|2 2∟
13. 1	∠agh + ∠bgh 2|2 2∟
	∠agh *commun. subtr.*
3. a. 1 / 2 concl.	∠chg 2|2 ∠bgh,
27. 1	ab ═ cd.

De cette proposition, & de la precedente, est manifeste, que les angles que fait vne ligne droicte, en couppant deux lignes droictes paralleles, sont respectiuement de trois denominations differentes, à sçauoir alternes, qui sont de diuers costez de la ligne couppante, comme AGH est alterne à DHG, & BGH est aussi alterne à CHG : L'externe & l'interne opposé de mesme part, comme BGE est externe, & son interne & opposé est DHG; pareillement les externes DHF, FHC, & EGA, les internes & opposez de mesme part sont BGH, AGH, & EHC, chacun au sien : Les internes de mesme part sont, [illegible]GH & DHG, & aussi AGH & CHG.

THEOR. XX. PROPOS. XXIX.

Si vne ligne droicte tombe sur deux lignes droictes paralleles ; elle fera les angles alternes égaux entr'eux, & l'externe égal à son interne &

opposé de mesme part ; & les deux internes de mesme part, égaux à deux droicts.

	Hypoth.	13.a.1	ab *n. est* ═ cd,
	ab ═ cd.	1.concl.	*contr. hypoth.*
	Req. à demonstr.	21.a.1	∠agh + ∠chg 2|2 2⌋
	<dhg 2|2 <agh,	13.1	∠dhg + ∠chg 2|2 2⌋
	<bge 2|2 <dhe,	2 concl	∠chg *comm. subtr.*
	∠agh + ∠chg 2|2 2⌋.	3.a.1	∠dhg 2|2 ∠agh β
	Demonstr.	15.1	∠bge 2|2 ∠agh,
suppos.	∠agh	β	∠dhg 2|2 ∠agh,
	+ ∠chg } *n. sont* 2|2 2⌋	3.concl. 1.a.1	∠bge 2|2 ∠dhg.

SCHOL. I.

Si l'angle externe est égal à l'interne & opposé de mesme part ; la ligne tombant sur lignes droictes paralleles est droicte.

Hypoth.		*Demonstr.*
ab ═ cd,	hyp.	∠egb 2|2 ∠ghd,
∠egb 2|2 ∠ghd.		∠bgh *commun. add.*
	2.a.1	∠egb + ∠bgh 2|2 ∠ghd + ∠bgh
Req. à demonstr.	29.1	∠ghd + ∠bgh 2|2 2⌋,
egh *est* —.	1.a.1 concl.	∠egb + ∠bgh 2|2 2⌋,
	14.1	egh *est* —.

SCHOL. II.

Tout parallelogramme, qui a vn angle droict, est parallelogramme rectangle.

	Demonstr.	12.d.1 1.concl.	∠b 2|2 ∠adb,
hyp.	∠adb *est* ⅃,	19.1	ad 2|3 ab, α
1.c.17.1	∠b 2|3 ⅃,	2.concl. d. α	ad 2|3 ac.

THEOR. XIII. PROPOS. XX.

De tout triangle deux costez sont plus grands que l'autre, en quelque façon qu'ils soient prins.

D A B C

	Hypoth.	1.p.1	cd *est* —.
	abc *est* △.		*Demonstr.*
	Req. à demonstr.	constr.	ad 2|2 ac,
	ba + ac 3|2 bc,	5.1	∠acd 2|2 ∠d,
	Prepar.	9.a.1	∠bcd 3|2 ∠acd,
1.p.1	bad *est* ——,	1.a.c	∠bcd 3|2 ∠d,
3.1	ad 2|2 ac.	19.1	bd 3|2 bc, α
		constr	ac 2|2 ad,
			ba *commun. add.*
		2.a.1	ba + ac 2|2 bd,
		d. α	ba + ac 3|2 bc.

THEOR. XIV. PROPOS. XXI.

Si des extremitez d'vn costé de quelque triangle, on mene deux lignes droictes se rencontrans au dedans d'iceluy; icelles seront plus petites que les deux autres costez du triangle, mais elles contiendront vn plus grand angle.

Hypoth.

abc *est* △.

Req. à demonstr.

bd+cd 2|3 ba+ca,

∠bdc 3|2 ∠bac.

Preparation.

4.p.1 | bde *est* ——.

Demonstr.

20.1	cd 2|3 ce+ed,
	bd *commun. add.*
4.a.1	bd+dc 2|3 be+ec, *a*
4.a.1	be 2|3 ab+ac,
	ec *commun. add.*
4.a.1 1.concl.	be+ec 2|3 ba+ac,
4.1.a.e	bd+dc 2|3 ba+ac,
16.1	∠bdc 3|2 ∠bec,
16.1	∠bec 3|2 ∠a,
2.concl. 1.a.e	∠bdc 3|2 ∠a.

PROBL. VIII. PROPOS. XXII.

De trois lignes droictes égales à trois lignes droictes données, descrire vn triangle: mais il faut que deux, de quelque façon qu'elles soient prises, soient plus grandes que l'autre; d'autant que de tout triangle deux costez de quelque façon qu'ils soient prins, sont plus grands que l'autre.

Hypoth.

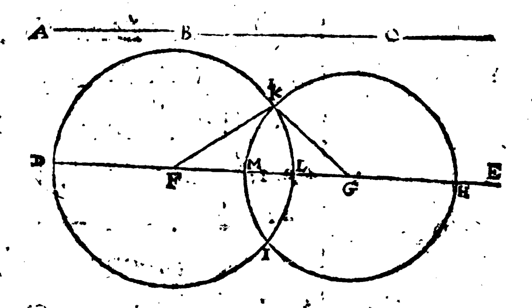
a, b, c, *sont* —— D.

Constr.

arbitr. | de 2|2 a+b+c,

3.1 | df 2|2 a,

3.1	fg 2|2 b,
3.1	gh 2|2 c,
3.p.1	fdkl *est* ⊙,
3.p.1	ghkm *est* ⊙,
1.p.1	fk & gk *sont* ——,
symp.	△fgk *est req.*



	Demonstr.		
15. d. 1	fK 2|2 fd,	2 concl. constr.	fg 2|2 b,
constr.	a 2|2 fd,	15. d. 1	gK 2|2 gh,
1. concl.		constr.	c 2|2 gh,
1. a. 1	fK 2|2 a,	3 concl. 1. a. 1	gK 2|2 c.

PROBL. IX. PROPOS. XXIII.

A vne ligne droicte donnée, & à vn poinct donné en icelle, faire vn angle rectiligne égal à vn angle rectiligne donné.

Hypoth.

ab *est* — D.
a *est* • D.
cde *est* < D.

	Req. à faire.
	∠a 2|2 ∠d.
	Constr.
	c & f *snt* • *arbitr.*
1. p. 1	cf *est* —,
22. 1	Δagh & Δdcf } *snt equil.*
symp.	∠a 2|2 ∠d.

	Demonstr.		
constr.	ag 2|2 dc,	constr.	gh 2|2 cf,
constr.	ah 2|2 df,	concl. 8. 1	∠gah 2|2 ∠cdf.

Practique.

Hypoth.

ne *est* — D.

d *est* • D.

a *est* < D.

Constr.

3. p. 1	afg & dhl *snt* ⊙ 2|2 *se. arbitr.*
3. p. 1	⊙hl 2|2 ⊙fg,
1. p. 1	dl *est* —,
symp.	∠hdl 2|2 ∠a.

	Demonstr.
8. 1	∠hdl 2|2 ∠a.

THEOR. XV. PROPOS. XXIV.

Si deux triangles ont deux costez égaux à deux costez, chacun au sien, & l'angle contenu d'iceux costez plus grand que l'angle, ils auront aussi la base plus grande que la base.

Hypoth.

abc & def *snt* △,

ab 2|2 de,

ac 2|2 df,

∠bac 3|2 ∠edf.

E

Req. à demonstr.

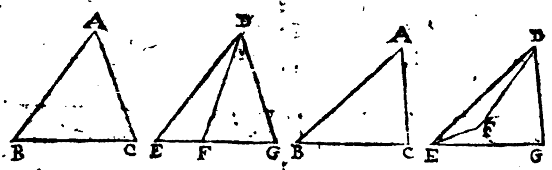
	bc 3|2 ef.

Preparation.

23. 1	∠edg 2|2 bac,
3. 1	dg 2|2 ac,
1 p. 1.	eg & fg *sint* ——.

Demonst. du 1. cas.

hyp.	de 2|2 ab,
constr.	dg 2|2 ac,
constr.	∠edg 2|2 ∠a,
4. 1.	eg 2|2 bc, α
hyp.	df 2|2 ac,
constr.	dg 2|2 ac,
1. a. 1	df 2|2 dg, β
5. 1	∠dfg 2|2 ∠dgf,
9. a. 1.	∠dgf 3|2 ∠egf,
1. a. d	∠dfg 3|2 ∠egf,
9. a. 1	∠efg 3|2 ∠dfg,
1. a. e	∠efg 3|2 ∠egf,
19. 1	eg 3|2 ef,
concl. α. 1. a. d	bc 3|2 ef.



Demonstr. du 2. cas.

9. a. 1	eg 3|2 ef,
α	bc 2|2 eg,
concl. 1. a. d	bc 3|2 ef.

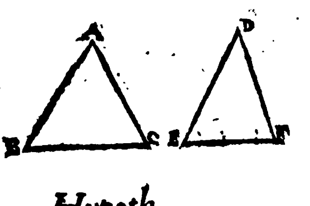
Demonstr. du 3. cas.

21. 1	eg + dg 3|2 ef + df,
β	dg 2|2 df,
concl. 5 a. 1	eg ⊔ bc 3|2 ef.

THEOR. XVI. PROPOS. XXV.

Si deux triangles ont deux costez égaux à deux

coſtez chacun au ſien, & la baſe plus grande que la baſe ; ils auront auſſi l'angle contenu d'iceux plus grand que l'angle.



Hypoth.
ab 2|2 de, *a.*
ac 2|2 df, *a.*
bc 3|2 ef.
Requis à demonſtr.
∠bac 3|2 ∠edf.
Demonſtr.

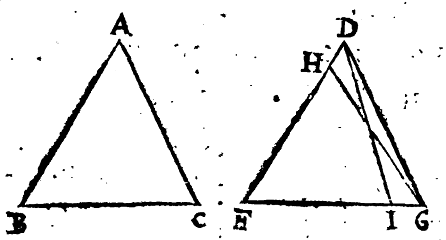
ſuppoſ.	∠bac 2|2 ∠edf,
a. 4. 1	bc 2|2 ef,
	contr. hypoth.
ſuppoſ.	∠bac 2|3 ∠edf,
a. 24. 1	bc 2|3 ef,
	contr. hypoth.
concl. 21. a. 1.	∠bac 3|2 ∠edf.

THEOR. XVII. PROPOS. XXVI.

Si deux triangles ont deux angles égaux à deux angles, chacun au ſien, & vn coſté égal à vn coſté: ſçauoir eſt, ou celuy qui eſt adjacent à iceux angles égaux, ou bien celuy qui ſouſtient l'vn d'iceux angles égaux : ils auront les autres coſtez égaux aux autres coſtez, chacun au ſien, & l'autre angle égal à l'autre angle.

Hypoth. commune.
<e 2|2 <b,
<dge 2|2 <acb.

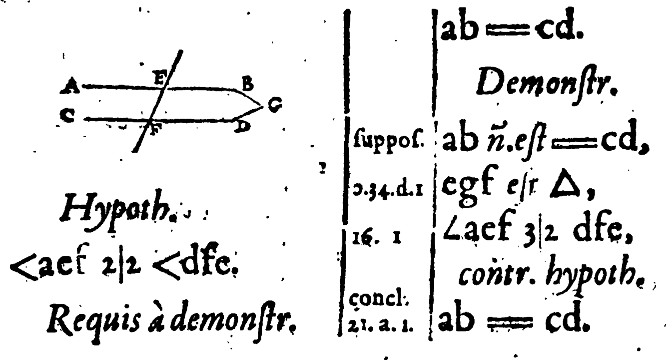
Hypoth. 1.
eg 2|2 bc.



	Req. à demonstrer.		*Req. à demonstr.*
	de 2|2 ab,		eg 2|2 bc,
	dg 2|2 ac,		gd 2|2 ca,
	∠edg 2|2 ∠bac.		∠edg 2|2 ∠a.
	Demonstr.		*Demonstr.*
ppos.	eh 2|2 ba,	suppos.	ei 2|2 bc,
p. 1.	gh *est* —,	1. p. 1	di *est* —,
yp.	eg 2|2 bc,	hyp.	ed 2|2 ba, γ
yp.	∠e 2|2 ∠b,	hyp.	∠e 2|2 ∠b,
1.	∠egh 2|2 ∠c,	4. 1	∠eid 2|2 ∠c,
yp.	∠egd 2|2 ∠c,	hyp.	∠egd 2|2 ∠c,
a. 1.	∠egh 2|2 ∠egd.	1. a. 1	∠eid 2|2 ∠egd,
concl.	*contr. 9 a. 1.*	2 concl.	*contr. 16. 1.*
1. a. 1	ed 2|2 ba, β	21 a. 1.	eg 2|2 bc, δ
β. 4. 1	gd 2|2 ca,	γδ. 4. 1	gd 2|2 ca,
β. 4. 1	∠edg 2|2 ∠a.	γδ. 4. 1	∠edg 2|2 ∠bac.
	Hypoth. 2.		*Coroll.*
	ed 2|2 ba,	4. 1	△egd 2|2 △bca.

THEOR. XVIII. PROPOS. XXVII.

Si vne ligne droicte tombante sur deux autre lignes droictes, fait les angles alternes égaux entr'eux : icelles lignes droictes seront paralleles entr'elles.



Hypoth.

<aef 2|2 <dfe.

Requis à demonstr.

ab = cd.

Demonstr.

suppos.	ab *n. est* = cd,
2.34.d.1	egf *est* △,
16. 1	∠aef 3|2 dfe,
	contr. hypoth.
concl. 21. a. 1.	ab = cd.

En cette demonstration, pour monstrer l'inconuenient qui e arriueroit, on suppose que E B & F D continuées directement rencontrent en G : d'où s'ensuit, que la figure EFG est vn triang rectiligne, & par consequent par la 16. du 1. l'angle externe A E est plus grand que son interne & opposé E F G, ce qu'estant co tre l'hypothese, il est manifeste que les lignes EB & FD continué directement ne se peuuent rencontrer, & par consequent qu'ell sont paralleles entr'elles.

THEOR. XIX. PROPOS. XXVIII.

Si vne ligne droicte tombant sur deux ligne droictes, fait l'angle externe égal à l'interne, opposé, & de mesme part ; ou les internes de me me part égaux à deux droicts, icelles lignes dro tes seront paralleles entr'elles.

Hypoth. 1.

∠ega 2|2 ∠ghc.

Req. à demonstr.

ab ══ cd.

Demonstr.

15. 1 ∠hgb 2|2 ∠ega,

hyp. ∠ghc 2|2 ∠ega,

1. a. 1 ∠hgb 2|2 ∠ghc,

1. concl. 27. 1 ab ══ cd.

Hypoth. 2.

∠agh + ∠chg 2|2 2∟.

Req. à demonstr.

ab ══ cd.

Demonstr.

hyp. ∠agh + ∠chg 2|2 2∟.

13. 1 ∠agh + ∠bgh 2|2 2∟,

∠agh *commun. subtr.*

3. a. 1 ∠chg 2|2 ∠bgh,

2 concl. 27. 1 ab ══ cd.

De cette propoſition, & de la precedente, eſt manifeſte, que les ingles que fait vne ligne droicte, en couppant deux lignes droictes paralleles, ſont reſpectiuement de trois denominations differen- :es, à ſçauoir alternes, qui ſont de diuers coſtez de la ligne coup- pante, comme AGH eſt alterne à DHG, & BGH eſt auſſi alterne à CHG : L'externe & l'interne oppoſé de meſme part, comme BGE eſt externe, & ſon interne & oppoſé eſt DHG; pareillement les xternes DHF, FHC, & EGA, les internes & oppoſez de meſme part ſont BGH, AGH, & EHC, chacun au ſien: Les internes de meſme part ſont, BGH & DHG, & auſſi AGH & CHG.

THEOR. XX. PROPOS. XXIX.

Si vne ligne droicte tombe ſur deux lignes droictes paralleles ; elle fera les angles alternes égaux entr'eux, & l'externe égal à ſon interne &

opposé de mesme part ; & les deux internes de mesme part, égaux à deux droicts.

<table>
<tr><td>Hypoth.</td><td>13.a.1</td><td>ab n̄. est ═ cd,</td></tr>
<tr><td>ab ═ cd.</td><td>1.concl.</td><td>contr. hypoth.</td></tr>
<tr><td>Req. à demonstr.</td><td>21.a.1</td><td>∠agh + ∠chg 2|2 2⌋.</td></tr>
<tr><td><dhg 2|2 <agh,</td><td>13. 1</td><td>∠dhg + ∠chg 2|2 2⌋.</td></tr>
<tr><td><bge 2|2 <dhe,</td><td>2 concl</td><td>∠chg comm. subtr.</td></tr>
<tr><td>∠agh + ∠chg 2|2 2⌋.</td><td>3.a.1</td><td>∠dhg 2|2 ∠agh</td></tr>
<tr><td>Demonstr.</td><td>15. 1</td><td>∠bge 2|2 ∠agh,</td></tr>
<tr><td>suppos. ∠agh + ∠chg } n̄. sunt 2|2 2⌋</td><td>β
3.concl.</td><td>∠dhg 2|2 ∠agh,</td></tr>
<tr><td></td><td>1.a.1</td><td>∠bge 2|2 ∠dhg.</td></tr>
</table>

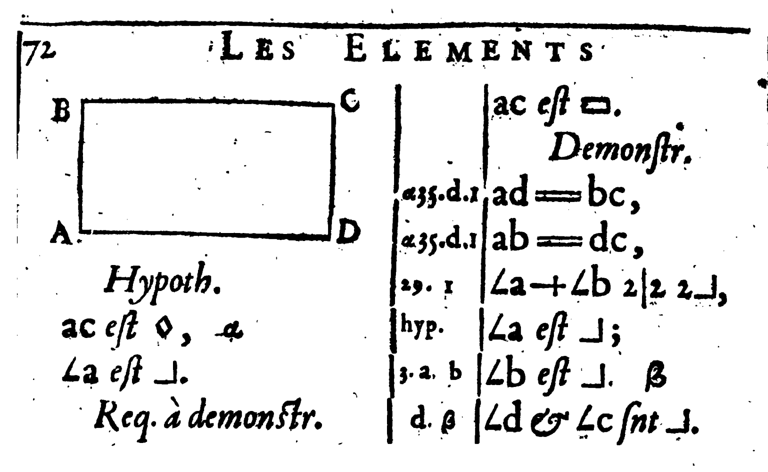
SCHOL. I.

Si l'angle externe est égal à l'interne & opposé de mesme part la ligne tombant sur lignes droictes paralleles est droicte.

<table>
<tr><td>Hypoth.</td><td></td><td>Demonstr.</td></tr>
<tr><td>ab ═ cd,</td><td>hyp.</td><td>∠egb 2|2 ∠ghd,</td></tr>
<tr><td>∠egb 2|2 ∠ghd.</td><td></td><td>∠bgh commun. add.</td></tr>
<tr><td></td><td>2.a.1</td><td>∠egb + ∠bgh 2|2 ∠ghd + ∠bgh</td></tr>
<tr><td>Req. à demonstr.</td><td>29. 1</td><td>∠ghd + ∠bgh 2|2 2⌋,</td></tr>
<tr><td>egh est —.</td><td>1.a.1
concl.</td><td>∠egb + ∠bgh 2|2 2⌋,</td></tr>
<tr><td></td><td>14. 1</td><td>egh est —.</td></tr>
</table>

SCHOL. II.

Tout parallelogramme, qui a vn angle droict, est parallelogramme rectangle.



Hypoth.

ac *est* ◊, α

∠a *est* ⊥.

Req. à demonstr.

	ac *est* ▭.
	Demonstr.
α 35.d.1	ad = bc,
α 35.d.1	ab = dc,
29. 1	∠a + ∠b 2|2 2 ⊥,
hyp.	∠a *est* ⊥;
3. a. b	∠b *est* ⊥. β
d. β	∠d & ∠c *sont* ⊥.

THEOR. XXI. PROPOS. XXX.

Les lignes droictes paralleles à vne mesme ligne droicte, sont aussi paralleles entr'elles.

A G B
E H F
C I D

Hypoth.

ab = ef,

cd = ef.

Req. à demonstr.

	ab = cd.
	Prepar.
arbitr.	gi *est* —.
	Demonst.
α. 29.1	∠agi 2|2 ∠ehi,
β. 29. 1	∠dig 2|2 ∠ehi,
1.'a. 1. concl.	∠agi 2|2 ∠dig,
27. 1	ab = cd.

SCHOLIE.

Les lignes droictes paralleles à vne mesme ligne droicte estans continuées directement, si elles se rencontrent : elles seront parties d'vne mesme ligne droicte, comme AG & GB sont parties de la droicte AB.

PROBL. X. PROPOS. XXXI.

D'vn poinct donné, mener vne ligne droi parallele à vne ligne droicte donnée.

E A F / B C / D		ae ═ bc.
		Constr.
		ad *est* — *arbitr.*
Hypoth.	23. 1	∠dae 2|2 ∠adc.
a *est* • D.	symp.	ae ═ bc.
bc *est* — D.		*Demonstr.*
	constr.	∠dae 2|2 ∠adc,
Req. à faire.	concl. 27. 1	ae ═ bc.

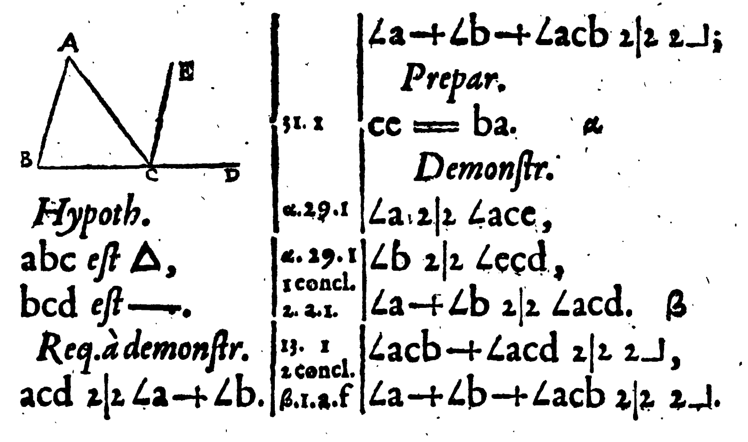
SCHOLIE.

Sur vne ligne droicte donnée & infinie, d'vn poinct donné d'icelle, mener vne ligne droicte qui auec la ligne donnée, fac angle égal à vn angle rectiligne donné.

A / E F / G< / B C / D		*Constr.*
	31. 1	ae ═ bc,
	23. 1	<ead 2|2 <g,
Hypoth.	symp.	<adc 2|2 <g.
bc *est* — D.		*Demonstr.*
a *est* • D.	constr.	ae ═ bc,
g *est* <D.	29. 1	<adc 2|2 <ead
Req. à faire.	constr. concl.	<g 2|2 <ead,
<adc 2|2 <g.	1. a. 1	<adc 2|2 <g.

THEOR. XXII. PROPOS. XXXII.

De tout triangle, l'vn des costez estant prolon-é, l'angle externe est égal aux deux internes & ppofez: & les trois angles internes de tout trian-le, sont égaux à deux droicts.



Hypoth.
abc *est* △,
bcd *est* —.
Req. à demonstr.
acd 2|2 ∠a + ∠b.

	∠a + ∠b + ∠acb 2|2 2⌋;
	Prepar.
31. 1	ce ═ ba. α
	Demonstr.
α. 29. 1	∠a 2|2 ∠ace,
α. 29. 1	∠b 2|2 ∠ecd,
1 concl. 2. a. 1.	∠a + ∠b 2|2 ∠acd. β
13. 1	∠acb + ∠acd 2|2 2⌋,
2 concl. β. 1. a. f	∠a + ∠b + ∠acb 2|2 2⌋.

COROLLAIRE I.

De cette proposition se collige, que les trois angles de quelconue triangle prins ensemble, sont égaux aux trois angles prins en-mble de quelconque autre triangle : D'autant que les trois an-les, tant de l'vn que de l'autre, sont égaux à deux droicts. Donc deux angles d'vn triangle sont égaux à deux angles d'vn autre iangle, le troisiesme de l'vn sera aussi égal au troisiesme de l'autre.

COROLL. II.

Il est aussi euident qu'en tout triangle isoscele, duquel l'angle ontenu des costez égaux est droict, qu'vn chacun des autres qui ont sur la base est demy droict. Car ces deux ensemble constituent n droict : puis que les trois sont égaux à deux droicts, & que le

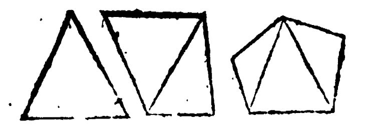
troisiesme est posé droict; partant puis que les deux restans sont égaux entr'eux, vn chacun d'eux sera demy droict.

COROLL. III.

Il est manifeste aussi que si vn angle d'vn triangle est égal aux deux autres, que le triangle est rectangle.

SCHOLIE I.

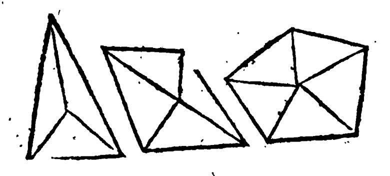
Si du nombre des angles d'vn rectiligne on oste deux, le reste estant doublé, monstrera combien d'angles droicts vallent tous les angles du rectiligne.



Car toute figure rectiligne se resout en triangles, à cause qu'il n'y a aucune figure de moins de costez que le triangle. Or chaque figure rectiligne se diuise en triangles, qui sont en moindre nombre de deux, que les costez de la figure; comme si elle a quatre costez, elle se diuisera en deux triangles; si cinq en trois, si six en quatre, & de mesme les autres. Et à cause que de tout triangle les trois angles sont égaux à deux droicts, le nombre des triangles, dont chaque figure est composée, estant doublé, donnera le nombre des angles droicts, auquel tous les angles de la figure proposée sont égaux. Partant toute figure quadrilatere estant composée de deux triangles a ses angles égaux à quatre droicts, & tout pentagone a ses angles égaux à six droicts; & ainsi des autres.

SCHOLIE II.

Si du double du nombre des angles d'vn rectiligne on oste quatre, le reste monstrera combien d'angles droicts vallent tous les angles du rectiligne.



Car si de quelconque poinct pris en la figure on mene des lignes droictes à tous les angles, il s'en fera autant de triangles, que ladite figure a de costez ou d'angles, mais les angles de ces triangles, lesquels sont constituez à l'entour du poinct prins au dedans de la figure, n'appartiennent pas aux angles de la figure rectiligne proposée, comme il appert. Parquoy si ces angles là sont ostez, les autres angles des triangles constituant les angles de la figure proposée, seront égaux à deux fois autant de droicts, ceux qui sont constituez autour du poinct prins au dedans de la figure estant ostez, que la figure a d'angles ou de costez. Or tous ces angles là constituez à l'entour de ce poinct prins en la figure, en quelque nombre qu'ils soient, sont égaux à quatre droicts tant seulement, comme nous auons colligé de la 15. proposition. Donc tous les angles, &c.

PROBL. XXIII. PROPOS. XXXIII.

Les lignes droictes qui conioignent deux lignes droictes égales & paralleles, & de mesme part, sont aussi égales & paralleles.

A B C D (figure)	1. p. 1	*Preparation.* bc *est* —.
Hypoth.		*Demonstr.*
ab 2|2 & = cd.	hyp.	ab = cd,
Req. à demonstrer.	29. 1	<abc 2|2 <bcd,
ac 2|2 & = bd.	hyp.	ab 2|2 cd,

concl.	bc *commun.*	4. 1 2 concl.	<acb 2|2 <cbd,
.1	ac 2|2 bd,	27. 1	ac = bd.

THEOR. XXIII. PROPOS. XXXIV.

Les costez & les angles opposez des figures ou espaces parallelogrammes, sont égaux entr'eux : & le diametre couppe iceux parallelogrammes en deux également.

	Hypoth.		*Demonstr.*
	abdc *est* ◇.	35. d. 1	ab = cd,
	Req. à demonstr.	29. 1	<abc 2|2 <bcd.
	ab 2|2 cd,	35. d. 1	ac = bd,
	ac 2|2 bd,	29. 1	<bca 2|2 <cbd.
	<a 2|2 <d.		bc *est commun.*
	<abd 2|2 <acd,	26. 1	ab 2|2 cd,
	Δabc 2|2 Δcbd.	26. 1	ac 2|2 bd,
	Preparation.	26. 1	<a 2|2 <d,
		a. 2. a. 1	<abd 2|2 <acd,
p. 1	bc *est* —.	26. 1	Δabc 2|2 Δcbd.

SCHOLIE I.

Tout quadrilatere qui a les costez opposez égaux, est parallelogramme.

Hypoth.	*Req. à demonstr.*
ab 2|2 cd,	ad *est* ◇.
ac 2|2 bd.	

	bc *est commun.*
.p.1. bc *est* ◊.	

Preparation.

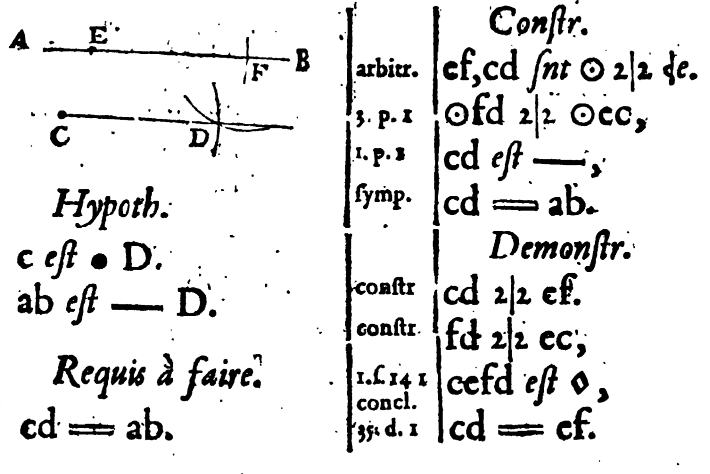
.p.1.	bc *est* ◊.

Demonstr.

yp.	ab 2|2 cd,
	bc *est commun.*
hyp.	ac 2|2 bd,
8. 1	∠abc 2|3 ∠bcd. α
8. 1	∠bca 2|2 ∠cbd. β
α 27.1	ab = cd,
β.27.1	ac = bd,
concl. 35. d.1	abdc *est* ◊.

SCHOL. II.

De ce ſcholie eſt manifeſte la demonſtration d'vne methode plus rieue de mener vne ligne droicte, par vn poinct donné, parallele à vne ligne droicte donnée.



Hypoth.

c *est* • D.
ab *est* — D.

Requis à faire.

cd = ab.

Conſtr.

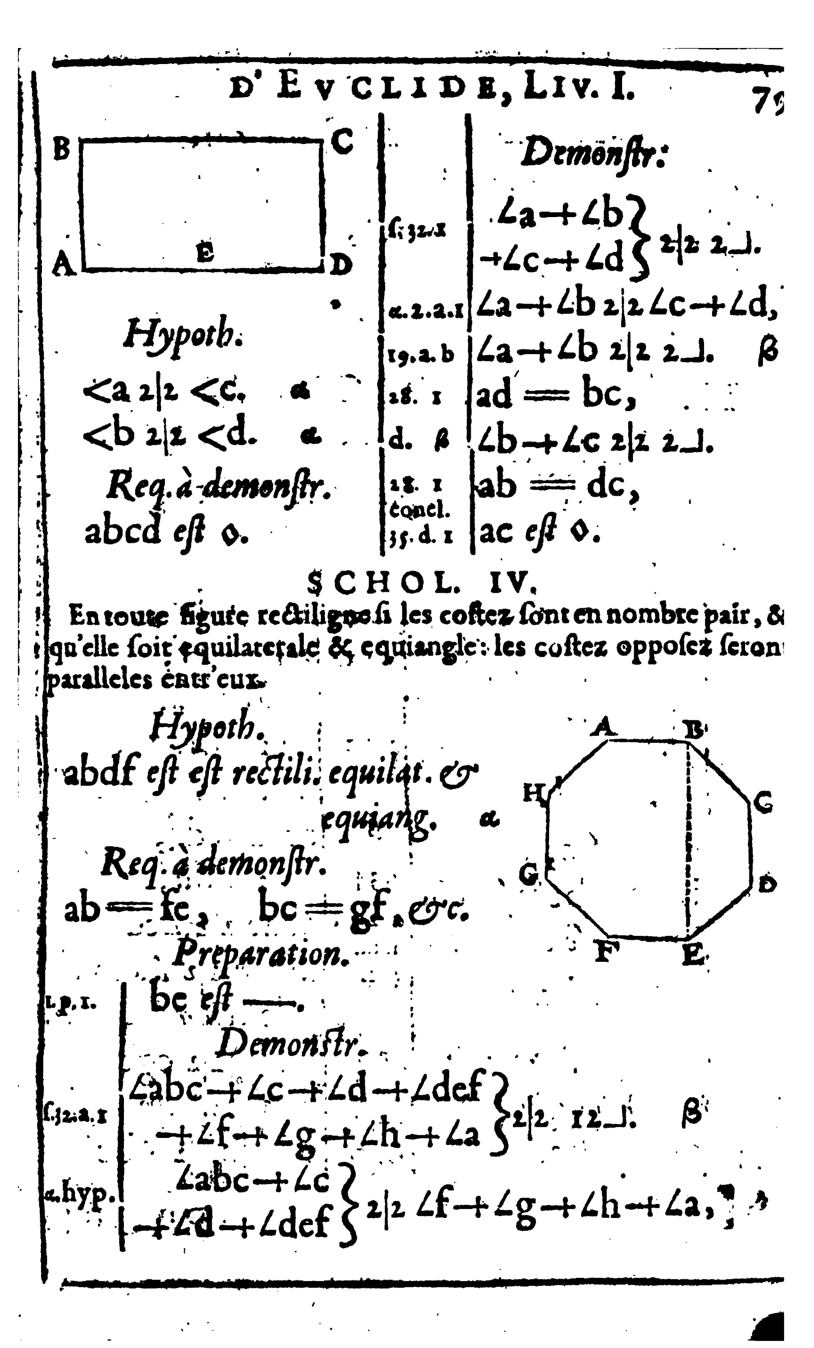
arbitr.	ef,cd *ſnt* ⊙ 2|2 de.
3. p. 1	⊙fd 2|2 ⊙ec,
1. p. 1	cd *est* —,
ſymp.	cd = ab.

Demonſtr.

conſtr	cd 2|2 ef.
conſtr.	fd 2|2 ec,
1.ſ.14 1	cefd *est* ◊,
concl. 35. d. 1	cd = ef.

SCHOL. III.

Tout quadrilatere qui a les angles oppoſez égaux, eſt parallelogramme.



Hypoth.

<a 2|2 <c. α

<b 2|2 <d. α

Req. à demonstr.

abcd *est* ◊.

Demonstr:

s.32.1	∠a+∠b +∠c+∠d } 2|2 2⊥.
a.2.a.1	∠a+∠b 2|2 ∠c+∠d,
19.a.b	∠a+∠b 2|2 2⊥. β
28. 1	ad = bc,
d. β	∠b+∠c 2|2 2⊥.
28. 1	ab = dc,
concl. 35. d. 1	ac *est* ◊.

SCHOL. IV.

En toute figure rectiligne si les costez sont en nombre pair, & qu'elle soit equilaterale & equiangle: les costez opposez seront paralleles entr'eux.

Hypoth.

abdf *est est rectili. equilat. & equiang.* α

Req. à demonstr.

ab = fe, bc = gf, *&c.*

Preparation.

1. p. 1.	be *est* ——.

Demonstr.

s.32.a.1	∠abc+∠c+∠d+∠def +∠f+∠g+∠h+∠a } 2|2 12⊥. β
α.hyp.	∠abc+∠c +∠d+∠def } 2|2 ∠f+∠g+∠h+∠a,

7.a.1	∠abc + ∠g + ∠d + ∠def 2|2 6⌋,
C.32.1	∠ebc + ∠c + ∠d + ∠deb 2|2 4⌋,
3.a.1	∠abe + ∠bef 2|2 2⌋,
1.concl. 28.1	ab = fe, γ
2.concl. d γ	bc = gf.

THEOR. XXV. PROPOS. XXXV.

Les parallelogrammes constituez sur vne mesme base, & entre mesme paralleles, sont égaux entr'eux.

Hypoth.

af = bc,

bcda & bcfe *snt* ◊. α

bc *est base commune.*

Req. à demonstr.

◊bcda 2|2 ◊bcfe.

Demonstr.

α.34.1	ad 2|2 bc,
α.34.1	ef 2|2 bc,
1.a.1	ad 2|2 ef,
	de *commun. add.*
2.a.1	ae 2|2 df. β
	aux △ abe & dcf
β	ae 2|2 df,
α.34.1	ab 2|2 dc,
α.29.1	∠bae 2|2 ∠cdf,
nota. 4.1	△bae 2|2 △cdf,
	gde *commun. subtr.*
3.a.1	badg 2|2 cgef,
	bgc *commun. add.*
concl. 2.a.1	◊badc 2|2 ◊bcfe.

PROBL.

THEOR. XXVI. PROPOS. XXXVI.

Les parallelogrammes conſtituez ſur baſes égales, & entre meſmes paralleles, ſont égaux entr'eux.

Hypoth.

af = bh,

baſe bc 2|2 *baſe* gh.

Req. à demonſtr.

◊bcda 2|2 ◊ghfe.

Preparation.

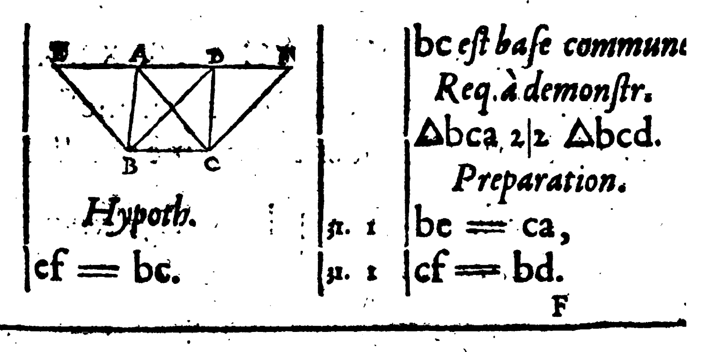
1. p. 1	be & cf *ſnt* —

Demonſtr.

hyp.	bc 2|2 gh,
34. 1	ef 2|2 gh,
1. a. 1	bc 2|2 ef,
hyp.	bc = ef,
33. 1	be = cf,
35. d. 1	bcfe *eſt* ◊,
35. 1	◊bcda 2|2 ◊bcfe,
35. 1 concl.	◊eghf 2|2 ◊bcfe,
1. a. 1	◊bcda 2|2 ◊eghf.

THEOR. XXVII. PROPOS. XXXVII.

Les triangles conſtituez ſur meſme baſe, & entre meſmes paralleles, ſont égaux entr'eux.



Hypoth.

ef = bc.

bc *eſt baſe commune*

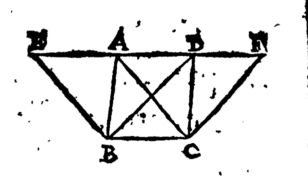
Req. à demonſtr.

△bca 2|2 △bcd.

Preparation.

31. 1	be = ca,
31. 1	cf = bd.

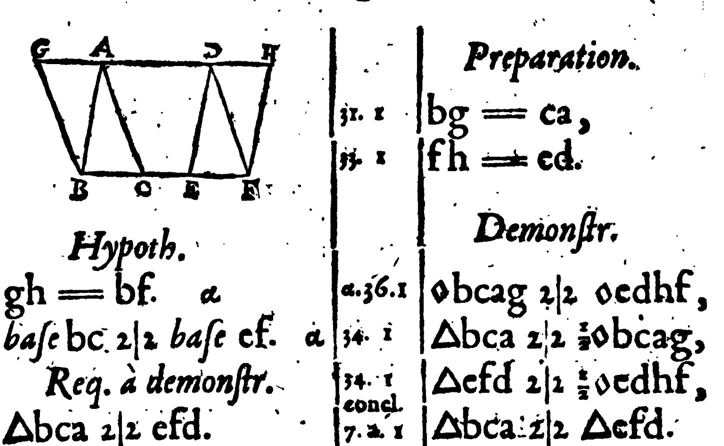
Demonstr.



35. 1 ◊bcae 2|2 ◊bdfc,
41. 1 △bca 2|2 ½◊bcae,
41. 1 △bcd 2|2 ½◊bdfc,
concl. 7. a. 1. △bca 2|2 △bcd.

THEOR. XXVIII. PROPOS. XXXVIII.

Les triangles constituez sur bases égales, & entre mesmes paralleles, sont égaux entr'eux.



Hypoth.

gh = bf. a

base bc 2|2 *base* ef. a

Req. à demonstr.

△bca 2|2 efd.

Preparation.

31. 1 bg = ca,
31. 1 fh = ed.

Demonstr.

a. 36. 1 ◊bcag 2|2 ◊edhf,
34. 1 △bca 2|2 ½◊bcag,
34. 1 △efd 2|2 ½◊edhf,
concl. 7. a. 1 △bca 2|2 △efd.

THEOR. XXIX. PROPOS. XXXIX.

Les triangles égaux constituez sur mesme base & de mesme part, sont entre mesme paralleles.

Hypoth.

△bca 2|2 △bcd.

bc est *base commune.*

Req. à demonstr.	suppos.	af = bc,
ad = bc.	1. p. 1	cf *est* —,
Demonstr.	37. 1	△bcf 2|2 △bca,
	hyp.	△bcd 2|2 △bca,
	1. a. 1	△bcf 2|2 △bcd,
	concl.	*contr. 9. a. 1.*
	21. a. 1	ad = bc.

THEOR. XXX. PROPOS. XL.

Les triangles égaux constituez sur bases égales & de mesme part, sont entre mesmes paralleles.

Hypoth.		*Demonstr.*
△bca 2|2 △efd,	suppos.	ah = bf,
base bc 2|2 *base* ef.	1. p. 1	fh *est* —,
Req. à demonstr.	hyp.	bc 2|2 ef,
ad = bf.	38. 1	△efh 2|2 △bca,
	hyp.	△efd 2|2 △bca,
	1. a. 1	△efh 2|2 △efd,
	concl.	*contr. 9. a. 1.*
	21. a. 1	ad = bf.

THEOR. XXXI. PROPOS. XLI.

Si vn parallelogramme, & vn triangle ont vne mesme base, & sont entre mesmes paralleles; le parallelogramme sera double du triangle.

Hypoth.

ae = bc.

bc *est base commune.*

Req. à demonstr.

◊abcd 2|2 2Δbce.

Prepar.

1. p. 1 ac *est* ——.

Demonstr.

hyp. ae = bc,

37. 1 Δbca 2|2 Δbce,

34. 1 ◊abcd 2|2 2Δbca,

concl. 6. a. c ◊abcd 2|2 2Δbce.

PROBL. XI. PROPOS. XLII.

Faire vn parallelogramme égal à vn triangle donné en vn angle rectiligne donné.

Hypoth.

Δabc *est* D.

<d *est* D.

Req. à faire.

◊ecgf 2|2 Δabc.

<ecg 2|2 <d,

Constr.

31. 1 ag = bc,

23. 1 <bcg 2|2 <d,

10. 1 be 2|2 ec,

31. 1 ef = cg,

symp. ◊efgc *est le req.*

Prepar.

1. p. 1 ae *est* ——.

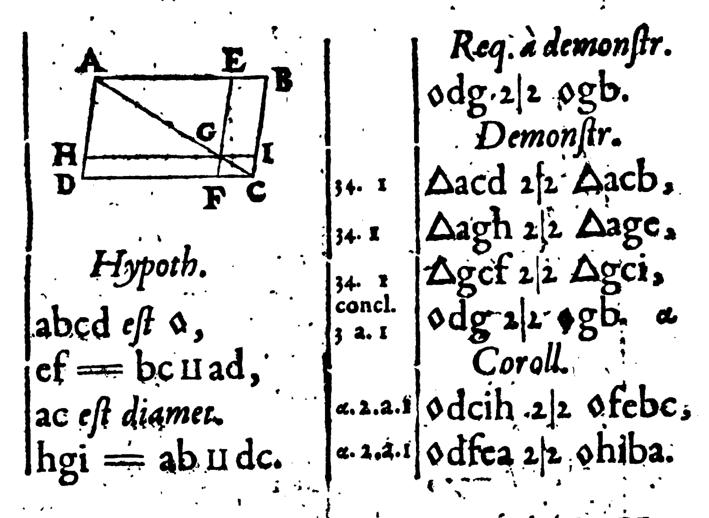
Demonstr.

constr. ag = bc,

constr.	be 2|2 ec,	1. concl. 6. a. 1	◇eg 2|2 △abc,
38. 1	△abc 2|2 2△aec,	2 concl. constr.	<ecg 2|2 <d.
41. 1	◇eg 2|2 2△aec,		

THEOR. XXXII. PROPOS. XLIII.

En tout parallelogramme, les complements des parallelogrammes qui sont à l'entour du diametre, sont égaux entr'eux.



Hypoth.

abcd *est* ◇,
ef ═ bc ıı ad,
ac *est diamet.*
hgi ═ ab ıı dc.

Req. à demonstr.

◇dg 2|2 ◇gb.

Demonstr.

34. 1	△acd 2|2 △acb,
34. 1	△agh 2|2 △age,
34. 1	△gcf 2|2 △gci,
concl. 3 a. 1	◇dg 2|2 ◇gb. α

Coroll.

α. 2. a. 1	◇dcih 2|2 ◇febc,
α. 2. a. 1	◇dfea 2|2 ◇hiba.

PROBL. XII. PROPOS. XLIV.

Sur vne ligne droicte donnée, descrire vn parallelogramme égal à vn triangle donné, en vn angle rectiligne donné.

	Hypoth.
	a *est* — D.
	b *est* △ D.
	c *est* < D.
	Req. à faire.
	▱fl 2|2 △b,
	fh 2|2 a,
	<mfh 2|2 <c.
	Constr.
42. 1	{ ▱fd 2|2 △b, <gfe 2|2 <c,
.. p. 1.	gfh *est* —,
. 1	fh 2|2 a,

2. p. 1.	dei *est* —,
31. 1	ihl = ef,
2. p. 1	dgk & ifk *sunt* —,
31. 1	kl = gh,
symp.	▱fhlm *est le req.*
	Demonstr.
1. concl. constr.	fh 2|2 a,
15. 1	<mfh 2|2 <gfe,
constr.	<c 2|2 <gfe,
2 concl. 1. a. 1	<mfh 2|2 <c,
43. 1	▱fl 2|2 ▱fd,
constr.	△b 2|2 ▱fd,
3. concl. 1. a. 1	▱fl 2|2 △b.

PROBL. XIIII. PROPOS. XLV.

A vne ligne droicte donnée appliquer vn parallelogramme égal à vne figure rectiligne donnée, en vn angle rectiligne donné.

B C G H L E A D F I K

Hypoth.

fg *est* —— D.

abcd *est rectili.* D.

e *est* < D.

Requis à faire.

◊ fl 2|2 abcd.

Constr.

1. p. 1	bd *est* ——,
30. d. 1	dba & dbc *snt* Δ,
44 1	◊ gfih 2|2 Δ abd,
44. 1	<gfi 2|2 <e,
44 1	◊ hikl 2|2 Δ dbc,
44. 1	<hik 2|2 <e,
symp.	◊ fl *est le req.*

Demonstr.

constr.	◊ gfih 2|2 Δ dba,
constr.	◊ hikl 2|2 Δ dbc,
1. concl.	
2. a. 1	◊ fh + ◊ il 2|2 abcd,
2. concl.	
constr.	<f 2|2 <e,
constr.	<hik 2|2 <e,
1. a. 1	<hik 2|2 <f,
1. s. 29. 1	fik *est* ——,
s. 30. 1	ghl *est* ——,
3. concl.	
35. d. 1	fl *est* ◊.

SCHOLIE.

Deux figures rectilignes estans proposées, trouuer l'excez don la plus grande excede la plus petite.

A B C H F D G E

Hypoth.

a & b *snt rectili.* D.

a 3|2 b.

Req. à faire.

◊ ghfe 2|2 a ∼ b.

Constr.

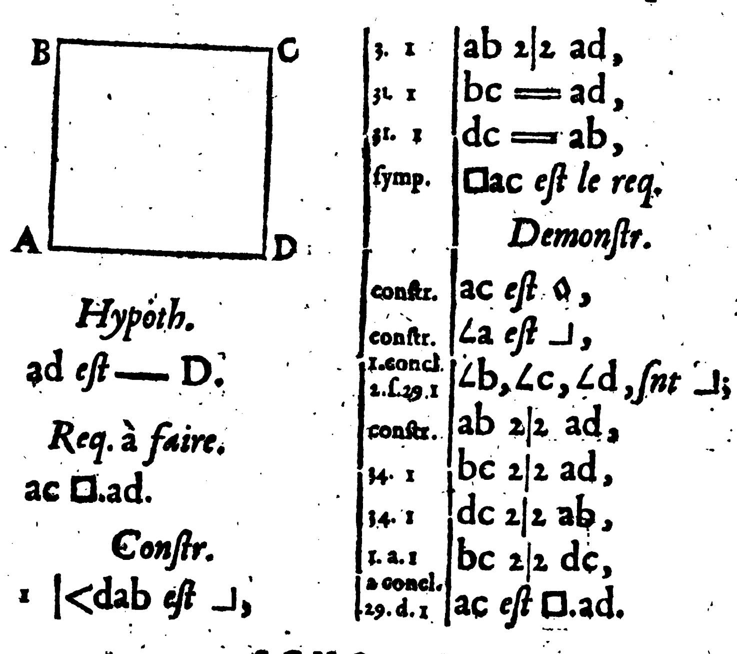
<cede *est arbitr.*

cd *est arbitr.*

45. 1	◊cdef 2|2 a,		*Demonstr.*
45. 1	◊cdgh 2|2 b,	constr.	◊df 2|2 a,
symp.	◊gf *est le req.*	constr. concl.	◊dh 2|2 b,
		3. a. 1	◊gf 2|2 a~b.

PROBL. XIV. PROPOS. XLVI.

D'vne ligne droicte donnée, descrire vn quarré.



Hypoth.

ad *est* — D.

Req. à faire.

ac □.ad.

Constr.

1	∠dab *est* ⊥,
3. 1	ab 2|2 ad,
31. 1	bc ═ ad,
31. 1	dc ═ ab,
symp.	□ac *est le req.*

Demonstr.

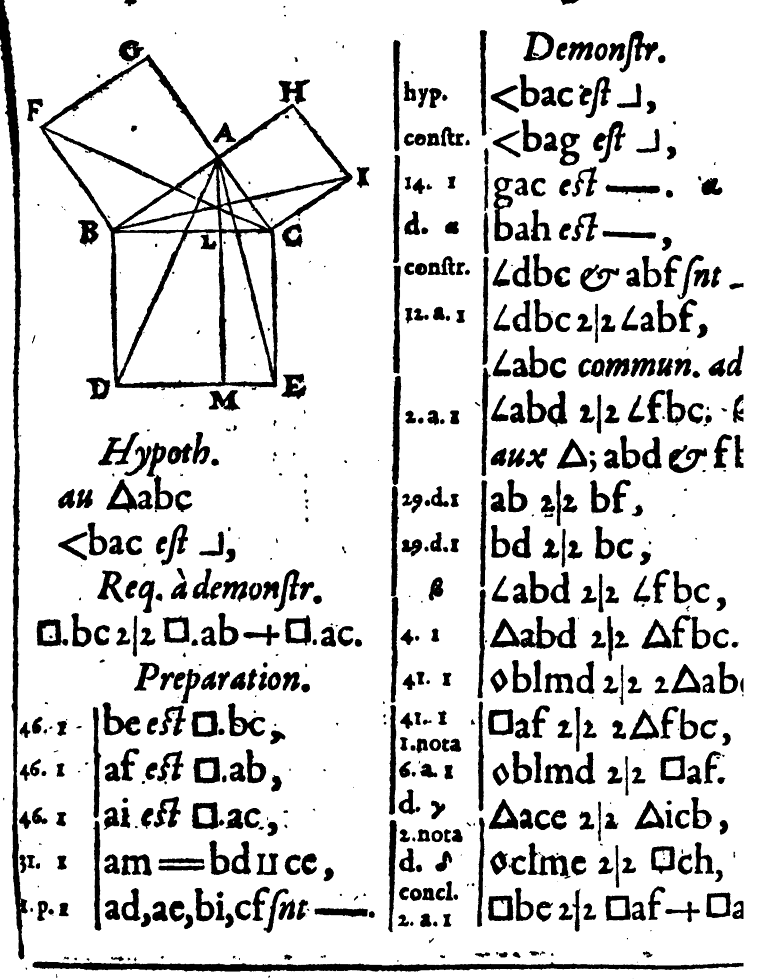
constr.	ac *est* ◊,
constr.	∠a *est* ⊥,
1. concl. 2. s. 29. 1	∠b, ∠c, ∠d, *sont* ⊥;
constr.	ab 2|2 ad,
34. 1	bc 2|2 ad,
34. 1	dc 2|2 ab,
1. a. 1	bc 2|2 dc,
2 concl. 29. d. 1	ac *est* □.ad.

SCHOLIE.

Il est manifeste de l'huictiesme axiome, que les quarrez des lignes égales sont égaux entr'eux: & des quarrez égaux, les lignes sont égales entr'elles.

THEOR. XXXIII. PROPOS. XLVII.

Aux triangles rectangles, le quarré du costé qı soustient l'angle droict, est égal aux quarrez d costez qui contiennent le mesme angle droict.



Hypoth.

au △abc

<bac *est* ⅃,

Req. à demonstr.

□.bc 2|2 □.ab + □.ac.

Preparation.

46. 1	be *est* □.bc,
46. 1	af *est* □.ab,
46. 1	ai *est* □.ac,
31. 1	am ═ bd ⊔ ce,
1. p. 1	ad, ae, bi, cf *snt* —.

Demonstr.

hyp.	<bac *est* ⅃,
constr.	<bag *est* ⅃,
14. 1	gac *est* —. α
d. α	bah *est* —,
constr.	∠dbc & abf *snt*
12. a. 1	∠dbc 2|2 ∠abf,
	∠abc *commun. ad*
2. a. 1	∠abd 2|2 ∠fbc;
	aux △; abd & fb
29. d. 1	ab 2|2 bf,
29. d. 1	bd 2|2 bc,
β	∠abd 2|2 ∠fbc,
4. 1	△abd 2|2 △fbc.
41. 1	◊blmd 2|2 2△ab
41. 1 1. nota	□af 2|2 2△fbc,
6. a. 1	◊blmd 2|2 □af.
d. γ 2. nota	△ace 2|2 △icb,
d. δ	◊clme 2|2 □ch,
concl. 2. a. 1	□be 2|2 □af + □a

SCHOLIE.

Deux costez d'vn triangle rectangle estant cognus, trouuer le troisiesme costé.

Exemple 1.

ab *est* 8. α
ac *est* 6. β

Req. est bc.

Operation.

α	□.ab *est* 64.
β	□.ac *est* 36.
	64 + 36 *sont* 100.
ergo	□.bc *est* 100.
concl.	√. 100. *est* 10.
ergo	bc *est* 10.

Exemple 2.

ab *est* 12. γ
bc *est* 13. δ

Req. est ac.

Operation.

δ	□.bc *est* 169.
γ	□.ab *est* 144.
	169 ~ 144 *sont* 25.
ergo	□.ac *est* 25.
concl.	√. 25 *est* 5.
ergo	ac *est* 5.

THEOR. XXXIV. PROPOS. XLVIII.

Si le quarré de l'vn des costez d'vn triangle, est egal aux quarrez des deux autres costez; le triangle sera rectangle.

Hypoth.

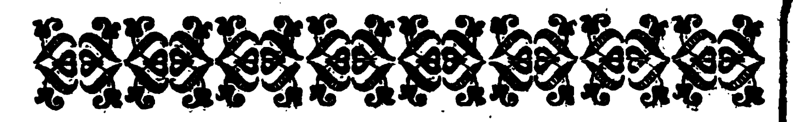
au △ abc

□. bc 2|2 □.ab + □. ac.

Req. à demonstrer.

<bac *est* ⊥.

	Preparation.
11. 1	<cad *est* ⊥,
3. 1	ad 2|2 ab,
1. p. 1	cd *est* —.
	Demonstr.
constr.	ad 2|2 ab,
s. 46.1	□.ad 2|2 □.ab,
hyp.	□.bc 2|2 □.ab + □. ac.
constr.	<cad *est* ⊥,
47. 1	□.cd 2|2 □.ac + □. ad, ⊔ □.ab,
α. 1. a. 1	□. bc 2|2 □. cd,
s. 46. 1	bc 2|2 cd,
8. 1	<cab 2|2 <cad,
constr.	<cad *est* ⊥,
concl. 12. a. b	<cab *est* ⊥.

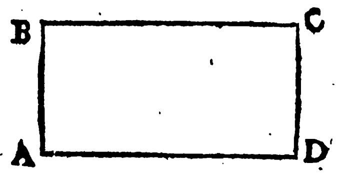


LE SECOND LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.

I.

TOVT parallelogramme rectangle est dit estre contenu sous deux lignes droictes, qui contiennent l'angle droict.



Le parallelogramme rectangle AC, est dit estre contenu sous les lignes droictes AB & AD, comprenans l'angle droict BAD: à cause qu'il est faict par le mouuement imaginaire de la ligne AB sur la ligne AD, ou de la ligne AD sur la ligne AB. Car si on s'imagine que la ligne droicte AB se meut selon la ligne droicte AD de trauers, faisant tousiours angle droict auec AD, iusques à ce que le poinct A soit paruenu au poinct D, & le poinct B au poinct C, le parallelogramme ABCD aura esté descrit par le mouuement de la

ligne droicte AB. Le mesme aduiendra, si AD est posée se m uoir de trauers selon AB, &c. Donc à bon droict le parallegram AÇ est dit estre contenu sous AB & AD.

SCHOLIE I.

Les costez d'vn rectangle estans cognus trou l'aire.

A	3	B	E	5	G
3	9			15	3
C		D	F		H

L'aire d'vn rectangle se trouue par la multiplication du nom de l'vn des costez, par le nombre de l'autre costé, qui sera à l' tour du mesme angle: Par exemple, le nombre du costé EG estant multiplié par le nombre du costé GH, 3. fait 15, pour l'a du rectangle EH,

SCHOLIE II.

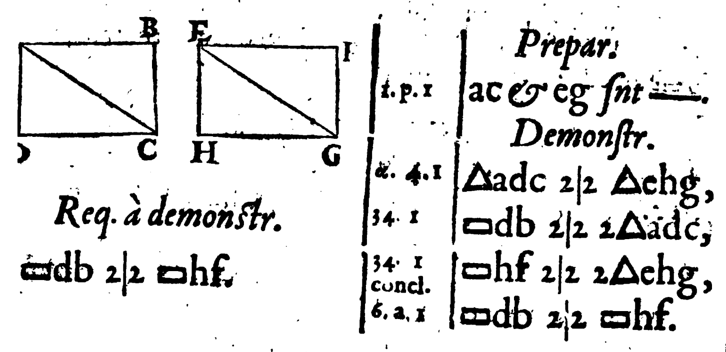
L'aire d'vn rectangle estant cognuë, & l'vn des c stez, trouuer l'autre costé.

Soit diuisé le nombre de l'aire par le nombre du costé donné, le quotient sera le requis. Par exemple, le nombre du rectan EH, 15. estant diuisé par le nombre du costé EG, donne 3 pou nombre de l'autre costé GH.

SCHOLIE III.

Les rectangles contenus sous lignes droictes égal sont égaux entr'eux.

Hypoth.	dc 2|2 hg,
db & hf *snt* ⊏⊐,	ad 2|2 eh.



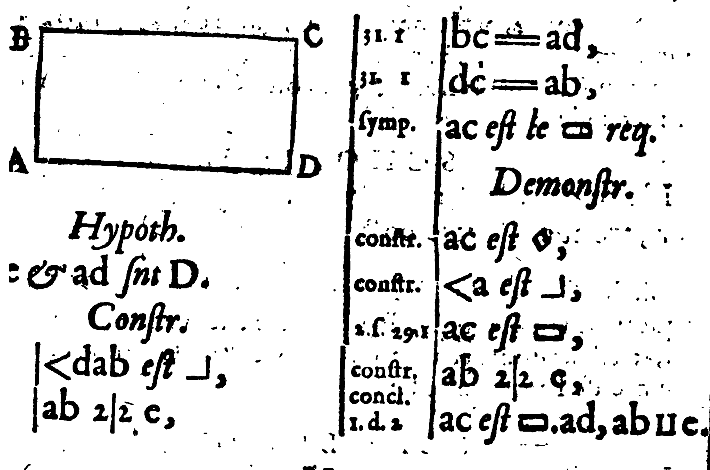
Req. à demonstr.

▭db 2|2 ▭hf.

	Prepar.
1. p. 1	ac & eg *snt* ═.
	Demonstr.
ax. 4. 1	△adc 2|2 △ehg,
34. 1	▭db 2|2 2△adc,
34. 1	▭hf 2|2 2△ehg,
concl. 6. a. 1	▭db 2|2 ▭hf.

LEMME.

Descrire vn rectangle qui soit contenu sous deux lignes droictes données.



Hypoth.

e & ad *snt* D.

Constr.

|<dab *est* ⅃,
|ab 2|2 e,

31. 1	bc ═ ad,
31. 1	dc ═ ab,
symp.	ac *est le* ▭ *req.*
	Demonstr.
constr.	ac *est* ◊,
constr.	<a *est* ⅃,
2. s. 29. 1	ac *est* ▭,
constr.	ab 2|2 e,
concl. 1. d. 2	ac *est* ▭. ad, ab ⊔ e.

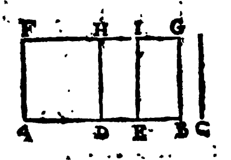
II.

e tout espace parallelogramme, lequel on vou- des parallelogrammes à l'entour du diametre, c les deux complements, soit appellé Gnomon.

hyp. | fhik *est* ◇,
hyp. | hk *est diamet.*
hyp. | gbm ═ fk ∐ hi,
hyp. | abe ═ hf ∐ ik,
36.d.1 | ◇bf & ◇bi *sont complem.*
2.d.2 | ehm 2|2 ◇bf + ◇bi + ◇ga *est gnomon.*
2.d.2 | *Item* gka 2|2 ◇bf + ◇bi + ◇em *est gnomon.*

THEOR. I. PROPOS. I.

S'il y a deux lignes droictes, & que l'vne d'icelle soit couppée en tant de parties que l'on voudra, l rectangle contenu sous icelles deux lignes droites est égal aux rectangles contenus sous la non coup pée, & sous chacune des parties de la couppée.



Hypoth.

af & ab *sont données.*
ad, de, eb, *sont parties de* ab.

Requis à demonstr.

▭.ab,af, *est* 2|2 ▭.ad,af. + ▭.de,af. + ▭.eb,af.

Preparation.

1.1.d.2 | ag *est* ▭. ab, af. α
31. 1 | dh ═ af, ei ═ af. β

Demonstration.

29.1	<a, <hdb, <ieb ſnt 2|2 ſe.
cōſtr.	<a eſt ⅃,
1.a.b	<a, <hdb, <ieb, ſnt ⅃;
4.1	af, dh, ei, bg ſnt 2|2 ſe.
d.2	ah, eſt ▭.af, ad: di eſt ▭.hd, de: eg eſt ▭.ie, eb,
9.a.1. oned.	▭ag eſt 2|2 aux ▭; ah, + di, + eg.
a.g	▭.ab, af 2|2 aux ▭; af, ad: + af, de: + af, eb.

F H I G — A D E B C

Les demonſtrations de cette propoſition, & des ſept ſuiuantes ont manifeſtes du 19. axiome du 1 qui dit, que le tout eſt égal à outes ſes parties, & ſuffit de prouuer, que le tout & les parties ont les quarrez ou rectangles des lignes nommées dans la propoition.

Explication par nombres.

yp.	af eſt 6, α	α	▭ag eſt 72,
yp.	ad eſt 5, β	αβ	▭ah eſt 30,
yp.	de eſt 3, γ	αγ	▭di eſt 18,
yp.	eb eſt 4, δ	αδ	▭eg eſt 24,
a.1	ab eſt 12, ε	19.a.1	30, 18, 24, ſnt 72.

THEOR. II. PROPOS. II.

Si vne ligne droicte eſt couppée comme on oudra, les rectangles contenus ſous la toute c chacune des parties, ſont égaux au quarré e la toute.

Hypoth

Hypoth.

ab *est* —,
ad & db *snt parties de* ab.

Requis à demonstr.

□.ab 2|2 ▭.bad + ▭.abd.

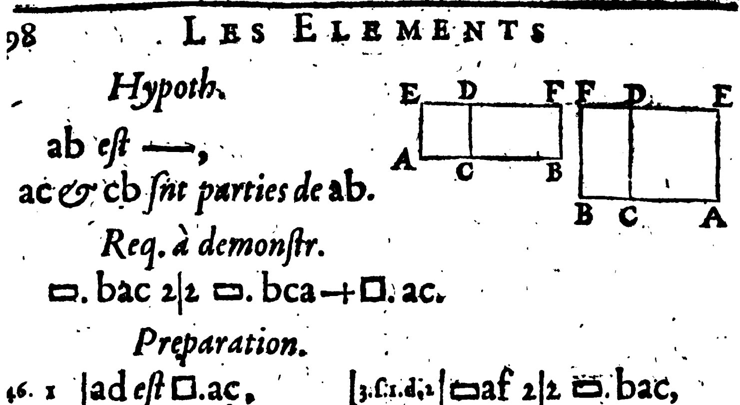
	Prepar.
46. 1	ag *est* □.ab,
31. 1	df = ac ∥ bg. α
	Demonstr.
constr.	ag *est* □.ab,
α 35.d.1	af & dg *snt* ◇,
2.c.29.1	af & dg *snt* ▭;
3.c.1.d.2	▭af 2|2 ▭bad,
3.c.1.d.2	▭dg 2|2 ▭.abd,
19.a.1	□ag 2|2 ▭af + ▭dg
concl. 1.a.g	□.ab 2|2 { ▭.bad, + ▭.abd

Explication par nombres.

hyp.	ad *est* 5, α	γα	af ▭.bad *est* 35,
hyp.	db *est* 2, β	γβ	dg ▭.abd *est* 14,
19.a.1.	ab *est* 7, γ	19.a.1	▭af + ▭dg *snt* 49.
γ	ag □.ab *est* 49.		

THEOR. III. PROPOS. III.

Si vne ligne droicte est couppée comme on voudra : le rectangle contenu sous la toute & vne des parties, est égal au rectangle contenu sous icelles parties, & au quarré de la partie premierement prise.



Hypoth.

ab *eſt* ⟶,
ac & cb *ſnt parties de* ab.

Req. à demonſtr.

▭. bac 2|2 ▭. bca + □. ac.

Preparation.

46. 1	ad *eſt* □.ac,	3.ſ.1.d.2	▭af 2|2 ▭. bac,
1. 1	bf ═ cd,	3.ſ.1.d.2	▭cf 2|2 ▭.bca,
1. p. 1	edf *eſt* ⟶.	conſtr.	ad *eſt* □.ac,
	Demonſtr.	19.a.1.	▭af 2|2 ▭cf + □ad,
129d.1	ac,ae,cd *ſnt* 2|2 &c.	concl. 1. a. g	▭.bac 2|2 { ▭.bca, + □.ac. }
1.ſ.29.1	af *eſt* ▭,		
1.ſ.29.1	cf *eſt* ▭,		

Explication par nombres.

hyp.	ac *eſt* 2,	α	βα	cf▭.bca *eſt* 10,
hyp.	cb *eſt* 5,	β	α	ad□. ac *eſt* 4,
19.a.1	ab *eſt* 7,	γ	19. a. 1	cf + ad *ſnt* 14.
γα	af▭.bac *eſt* 14,			

THEOR. IV. PROPOS. IV.

Si vne ligne droicte eſt couppée comme on voudra : le quarré de la toute eſt égal aux quarrez des parties, & a deux fois le rectangle contenu ſous icelles parties.

Hypoth.

ab *est* —,

ac *&* cb *sont parties de* ab.

Req. à demonstrer.

□.ab *est* 2|2 □.ac, + □.cb, + 2▭.acb.

Preparation.

46. 1 | ad *est* □. ab. α

1. p. 1 | eb *est* —,

31. 1 | cf = ae, *&* hgi = ab. β

Demonstr.

β 35. d. 1 | ag, hf, ci, gd, *sont* ▱; γ

α 29 d. 1 | <a, <aed, <d, <abd *sont* ⌐; δ

α 29 d. 1 | ae 2|2 ab,

5. 1. & 32. 1 | ∠; aeb, abe, deb, *&* dbe *sont* 2|2 ½⌐. ε

β. 29. 1 | ∠cgb 2|2 ∠aeb, ∠hge 2|2 ∠abe, ∠igb 2|2 ∠bed,

ε, 1. a. 1 | ∠; cbg, cgb, heg, hge, *sont* 2|2 ½⌐.

6. 1 | bc 2|2 cg, gh 2|2 he, ϛ

γ 34. 1 nota. | he 2|2 gf, hg 2|2 ef, cb 2|2 gi, cg 2|2 bi,

δ 29 d. 1 | hgfe *est* □.hg, = ac : cbig *est* □. cb,

δ. 43. 1 | ag *&* gd *sont* ▭.acb 2|2 ½⌐.

19. a. 1 concl. 1. a. g | □ad 2|2 □hf, + □ci, + ▭ag, + ▭gd,

□.ab *est* 2|2 □.ac: + □.cb: + 2▭.acb.

Explication par nombres.

hyp.	ac *est* 5,	α	β	ci□.cb *est* 4,
hyp.	cb *est* 2,	β	αβ	ag▭.acb *est* 10,
a. 1	ab *est* 7,	γ	αβ	gd▭.acb *est* 10,
γ	ad□.ab *est* 49.		19. a. 1.	25, 4, 10, 10 *sont* 49.
α	hf□.ac *est* 25.			

COROLL. I.

De cette demonstration il s'ensuit que les parallelogrammes descrits à l'entour du diametre d'vn quarré, sont quarrez.

COROLL. II.

Il s'ensuit aussi que le diametre de quelconque quarré diuise les angles d'iceluy en deux également.

SCHOLIE.

Le quarré de la toute est quadruple du quarré de la moitié.

E G F
H K I
A C B

Hypoth.

ac 2|2 cb.

Req. à demonstr.

□.ab 2|2 4□ ac ∐ cb.

Prepar.

46. 1	af *est* □.ab,
1. p. 1	cb *est diametre.*
31. 1.	cg ═ ac ∐ bf,
31. 1	hki ═ ab ∐ ef.

Demonstr.

constr.	af *est* □.ab,
1. c. 4. 2	ci *est* □.cb,

1.c.4.2 | hg *est* □.ac,
hyp. | ac 2|2 cb, α
19.d.1 | aK & Kf *sont* □;

α | □aK,□Kf, } *sont* 2|2 de.
f.46.1 | □ci,□bg, }
concl. 19.a.b | □af 2|2 4□ac ⊔ cb.

THEOR. V. PROPOS. V.

Si vne ligne droicte est couppée en deux parties égales, & en deux parties inégales, le rectangle contenu des parties inégales de la toute, auec le quarré de la section du milieu, est égal au quarré de la moitié de la toute.

Hypoth.
ab *est* —,
ac 2|2 cb,
ad 3|2 db.

Req. à demonstr.
▭.adb + □.cd 2|2 □.cb.

Preparation.
46.1. | cf *est* □.cb,
1.p.1. | cb *est diametre*,
31.1. | dg ═ bf ⊔ ce,

31.1 | al ═ ce,
31.1 | lhi ═ ab.

Demonstr.
1.c.4.2 | Kg & di *sont* □,
2.f.29.1 | aK, ci, df *sont* ▭;
hyp. | ac 2|2 cb,
36.1 | ▭ak 2|2 ▭ci,
c.43.1 | ▭df 2|2 ▭ci,
nota 1.a.1 | ▭df 2|2 ▭ak,
| ▭ch *commun add.*
2.a.1 | *gnom.* kbg 2|2 ▭ah
19.a.1 | □cf 2|2 { *gnom.* kb + □kg,
concl. a.1.a.f | □cf 2|2 { ▭ah, + kg □.cd

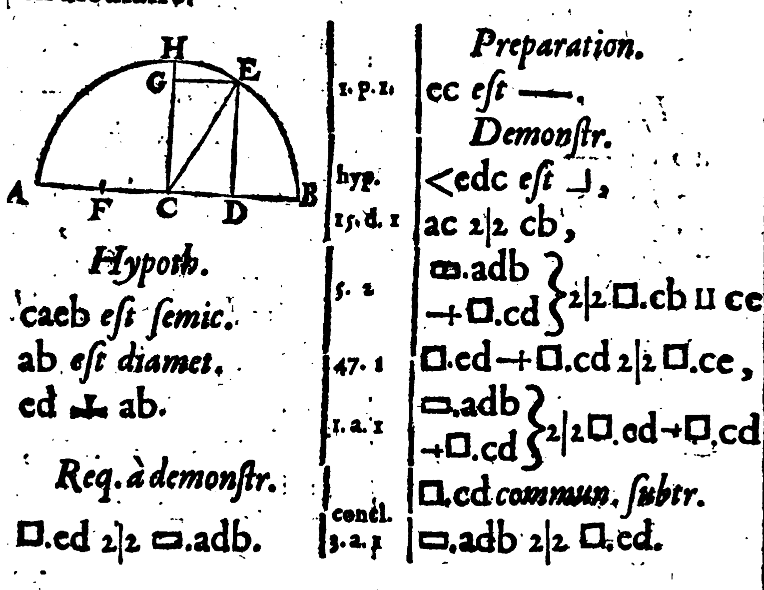
Explication par nombres.

hyp.	ac *est* 5,	
hyp.	cb *est* 5,	α
19.a.1	ab *est* 10,	β
hyp.	ad *est* 8,	γ
3.a.1	db *est* 2,	δ
3.a.1	cd *est* 3,	ε
γδ	ah ▭.adb *est* 16,	

ε	kg□.cd *est* 9,
19.a.1 concl.	ah + kg *sont* 25,
α	cf□.cb *est* 25.

SCHOLIE.

Le quarré de la perpendiculaire, qui tombe de la circonference sur le diametre; est égal au rectangle compris sous les segments du diametre faits par icelle perpendiculaire.



Hypoth.

caeb *est semic.*
ab *est diamet.*
cd ⊥ ab.

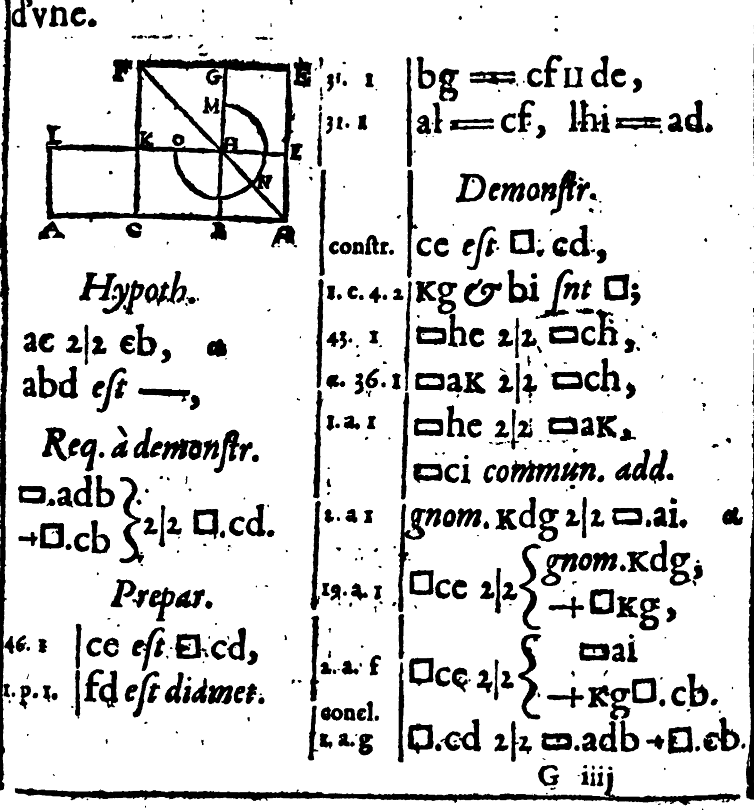
Req. à demonstr.

□.ed 2|2 ▭.adb.

	Preparation.
1.p.1	ec *est* —.
	Demonstr.
hyp.	<edc *est* ⊥,
15.d.1	ac 2|2 cb,
5.2	▭.adb + □.cd } 2|2 □.cb II ce
47.1	□.ed + □.cd 2|2 □.ce,
1.a.1	▭.adb + □.cd } 2|2 □.ed + □.cd
	□.cd *commun. subtr.*
concl. 3.a.1	▭.adb 2|2 □.ed.

THEOR. VI. PROPOS. VI.

Si vne ligne droicte est couppée en deux parties égales, & qu'on luy adjouste quelque ligne droicte directement, le rectangle contenu sous la toute auec l'adjoustée, & l'adjoustée, auec le quarré de la moitié, est égal au quarré descrit de la ligne composée de la moitié, & de l'adjoustée comme d'vne.



Hypoth.

ac 2|2 cb,

abd *est* —,

Req. à demonstr.

▭.adb + □.cb 2|2 □.cd.

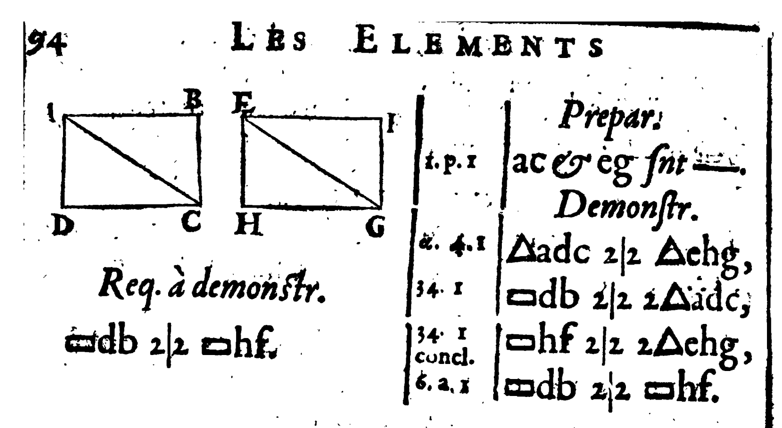
Prepar.

46. 1 | ce *est* □.cd,
1. p. 1. | fd *est diamet.*

31. 1 | bg = cf ∥ de,
31. 1 | al = cf, lhi = ad.

Demonstr.

constr. | ce *est* □. cd,
1. c. 4. 2 | Kg & bi *snt* □;
43. 1 | ▭he 2|2 ▭ch,
a. 36. 1 | ▭aK 2|2 ▭ch,
1. a. 1 | ▭he 2|2 ▭aK.
| ▭ci *commun. add.*
2. a. 1 | *gnom.* Kdg 2|2 ▭.ai.
19. a. 1 | □ce 2|2 { *gnom.* Kdg, + □Kg,
2. a. f | □ce 2|2 { ▭ai + Kg□. cb.
concl. 1. a. g | □.cd 2|2 ▭.adb + □.cb.



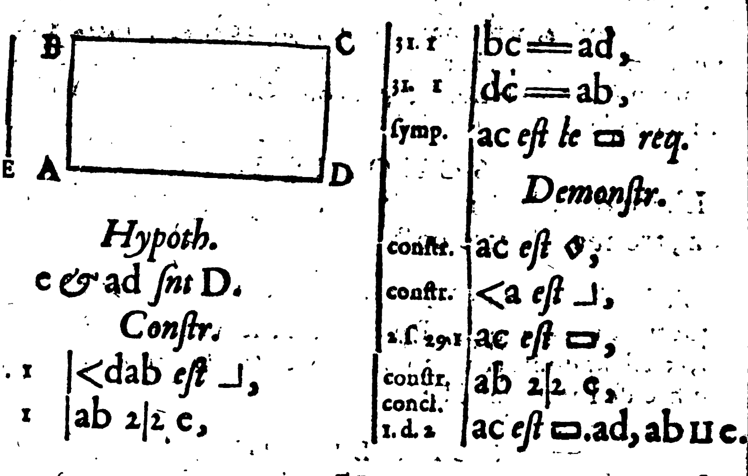
Req. à demonstr.

▭db 2|2 ▭hf.

	Prepar.
1.p.1	ac & eg *snt* —.
	Demonstr.
a. 4.1	△adc 2|2 △ehg,
34.1	▭db 2|2 2△adc,
34.1	▭hf 2|2 2△ehg,
concl. 6.a.1	▭db 2|2 ▭hf.

LEMME.

Descrire vn rectangle qui soit contenu sous deux lignes droictes données.



Hypoth.

e & ad *snt* D.

Constr.

1	<dab *est* ∟,
1	ab 2|2 e,

31.1	bc ═ ad,
31.1	dc ═ ab,
symp.	ac *est le* ▭ *req.*
	Demonstr.
constr.	ac *est* ◇,
constr.	<a *est* ∟,
2.s.29.1	ac *est* ▭,
constr, concl.	ab 2|2 e,
1.d.2	ac *est* ▭.ad, ab ⊔ e.

II.

De tout espace parallelogramme, lequel on voura des parallelogrammes à l'entour du diametre, uec les deux complements, soit appellé Gnomon.

hyp. | fhik *est* ◊,
hyp. | hk *est diamet.*
hyp. | gbm ═ fk ꟾꟾ hi,
hyp. | abc ═ hf ꟾꟾ ik,
36.d.1 | ◊bf & ◊bi *snt complem.*
2.d.2 | ehm 2|2 ◊bf + ◊bi + ◊ga *est gnomon.*
2.d.2 | *Item* gka 2|2 ◊bf + ◊bi + ◊em *est gnomon.*

F E K G B M H A I

THEOR. I. PROPOS. I.

S'il y a deux lignes droictes, & que l'vne d'icelles soit couppée en tant de parties que l'on voudra, le rectangle contenu sous icelles deux lignes droites est égal aux rectangles contenus sous la non couppée, & sous chacune des parties de la couppée.

Hypoth.

af & ab *sont données.*
ad, de, eb, *sont parties de* ab.

F H I G A D E B C

Requis à demonstr.

▭.ab,af, *est* 2|2 ▭.ad,af + ▭.de,af + ▭.eb,af.

Preparation.

1.1.d.2 | ag *est* ▭. ab, af. α
31. 1 | dh ═ af, ei ═ af. β

Hypoth.

ab *est* —,

ae *&* eb *sont parties de* ab.

Requis à demonstrer.

□.ab + □.ae 2|2 2▭.bae + □.be.

Preparation.

46. 1 bd *est* □.ab,

1. p. 1 ac *est diametre*,

31. 1 ef = ad, hig = ab.

Demonstr.

1. c. 4. 2 eg *est* □.ae, hf *est* □.eb,

3. s. 1. d. 2 ▭. bae 2|2 ▭bg, ⊔ ▭ed,

2. a. 1 2▭.bae 2|2 *gnom.* haf + □eg,

□hf *commun. add.*

concl. 2. a. 1 2▭.bae + hf□.be 2|2 bd□.ab + eg□.ae.

SCHOLIE.

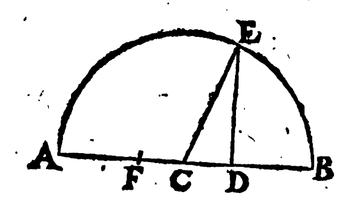
Si vne ligne droicte est couppée en deux parties inégales, le rectangle compris deux fois sous les parties auec le quarré de la difference des parties, est égal à l'aggregé des quarrez descrits de deux parties.

Hypoth.

ab *est* —,

ad 3|2 db,

ad ∼ db 2|2 fd.



Req. à demonstr.

2▭.adb + □.fd 2|2 □.ad + □.db.

Preparation.

acb *est la figure du scholie de la 6. du 2.*

Demonstration.

hyp.	af 2|2 db,
concl. 7. 2.	□.ad + □.af 2|2 □.fd + 2▭daf ⊔ adb,

Explication par nombres.

hyp.	ad *est* 5, α	1. concl. 2. a. 1	2▭.adb + □.fd *sont* 29,
hyp.	db *est* 2, β	α	□.ad *est* 25,
3. a. 1	fd *est* 3, γ	β	□.db *est* 4,
αβ	2▭.adb *sont* 20,	2 concl. 19. 4. 1	□.ad + □.db *sont* 29.
γ	□.fd *est* 9,		

THEOR. VIII. PROPOS. VIII.

Si vne ligne droicte est couppée comme on voudra: quatre fois le rectangle, contenu sous la toute & l'vn des segments auec le quarré de l'autre segment, est égal au quarré descrit de la toute & dudit segment, comme d'vne.

Hypoth. ab *est* —,	ac & cb *sont parties de* ab, bd 2|2 cb.

Req. à demonstrer.

4▭.abc + □.ac 2|2 □.ad,

Preparation.

46. 1 | ae *est* □.ad,
1.p.1 | fd *est diametre*,
31. 1 | bg ═ af, ci ═ af, lhm ═ ad, oKp ═ ad.

Demonstr.

1.c.4.2 | oi *est* □ ac, bm *est* □.bd, nq *est* □.cb.
hyp. | cb 2|2 bd. α
c.46.1 | □ch, □bm, □nq, □hp, *sont* 2|2 &c.
c.1.d.2 | ▭.abc, ▭ah, ▭he, ▭lq, ▭ng, *sont* 2|2 &c.
c.46.1 nota | □bm 2|2 □nq,
2.a.1 | 4▭.abc 2|2 *gnom.* odi,
9.a.1 concl. | *gnom*, odi + oi□.ac 2|2 ae□.ad,
a.g | 4▭.abc + □.ac 2|2 □.ad.

SCHOLIE.

La mesme proposition se peut proposer ainsi.

Si vne ligne droicte est couppée en deux parties inégales, le rectangle contenu quatre fois sous les deux parties, auec le quarré de la difference des parties, est égal au quarré de la toute.

Hypothese. *Voyez la figure precedente.*

ad *est* —: ab *est* 3|2 bd:
bc *est* 2|2 bd: ac *est excez.*

D'où s'ensuit que le rectangle des parties inégales AB & BD est égal au rectangle de AB & BC: que la difference des parties AB & BD est AC, & son quarré OI: & que AE est le quarré de la toute AD. Et par consequent ce scholie ne differe de la 8. proposition que de nom: & se peut aussi demonstrer comme s'ensuit.

Hypothese.

ab *est* —— : ad *est* 3|2 db :
ad~db ⊔ af *est* fd,

Req. à demonstrer.

4▭.adb + □.fd 2|2 □.ab.

Preparation.

aeb *est la figure du scholie de la 6. du 2.*

Demonstration.

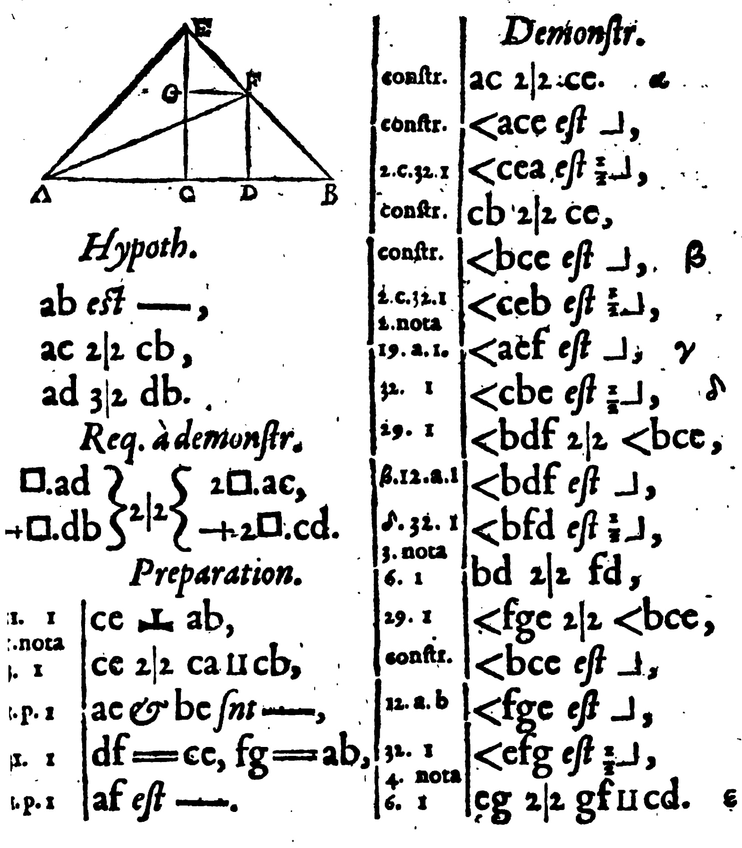
f.5.2	4□.ed 2|2 4▭.adb.	α
1.f.4.2	□.ab 2|2 4□.ce.	β
47.1	4□.ce 2|2 4□.ed + 4□.cd,	
1.f.4.2	4□.ed + 4□.cd 2|2 4□.ed + □.fd,	
α.1.a.f	4□.ed + □.fd 2|2 4▭.adb + □.fd,	
concl. β.1.a.1	□.ab 2|2 4▭.adb + □.fd.	

Explication par nombres.

hyp.	ad *est* 7,	α	αβ	▭.adb *est* 21,
hyp.	db *est* 3,	β	6.a.1	4▭adb *sont* 84,
3.a.1.	fd *est* 4,	γ	γ	□.fd *est* 16,
19.a.1	ab *est* 10,	δ	2 concl. 19.a.1	4▭.adb + □.fd } 100.
1.concl. δ	□.ab *est* 100,			

THEOR. IX. PROPOS. IX.

Si vne ligne droicte est couppée en deux parties égales, & en deux parties inégales : les quarrez des segments inégaux de la toute, sont doubles du quarré de la moitié, & du quarré de la section du milieu.



Hypoth.

ab *est* —,
ac 2|2 cb,
ad 3|2 db.

Req. à demonstr.

□.ad +□.db } 2|2 { 2□.ac, +2□.cd.

Preparation.

1. 1 / .nota	ce ⊥ ab,
. 1	ce 2|2 ca ∐ cb,
.p. 1	ac & be *snt* —,
1. 1	df = ce, fg = ab,
.p. 1	af *est* —.

Demonstr.

constr.	ac 2|2 ce.	α
constr.	<ace *est* ⌋,	
2.c.32.1	<cea *est* ½⌋,	
constr.	cb 2|2 ce,	
constr.	<bce *est* ⌋,	β
2.c.32.1 / 2.nota	<ceb *est* ½⌋,	
19. a. 1.	<aef *est* ⌋,	γ
32. 1	<cbe *est* ½⌋,	δ
29. 1	<bdf 2|2 <bce,	
β.12.a.1	<bdf *est* ⌋,	
δ.32. 1 / 3. nota	<bfd *est* ½⌋,	
6. 1	bd 2|2 fd,	
29. 1	<fge 2|2 <bce,	
constr.	<bce *est* ⌋,	
12. a. b	<fge *est* ⌋,	
32. 1 / 4. nota	<efg *est* ½⌋,	
6. 1	eg 2|2 gf ∐ cd.	ε

1.a.f | □.ad + □.db 2|2 □.ad + □.df. λ
47.1 | □.ad + □.df 2|2 □.af,
49.1 | □.af 2|2 □.ae + □.ef,
1.a.1 | □.ad + □.db 2|2 □.ae + □.ef. μ
a.47.1 | □.ae 2|2 □.ac + □.ce, ıı 2□.ac,
c.47.1 | □.ef 2|2 □.eg, + □.gf, ıı 2□.cd,
concl. μ | □.ad + □.db 2|2 2□.ac + 2□.cd.

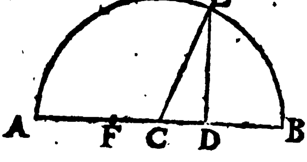
La mesme demonstration se peut faire ainsi.

Hypoth.

ab *est* —— .

Req. à demonstrer.

□.ad + □.db 2|2 2□.ce + 2□.cd.



Preparation.

acb *est la figure du scholie de la 6. du 2.*

Demonstration.

f.5.2 | □.de 2|2 ▭.adb. α
1.f.4.2 | □.ab 2|2 4□.ce, ıı 2□.ce + 2□.cd + 2□.de. β
α.4.2 | □.ad + □.db + 2▭.adb ıı 2□.de 2|2 □.ab,
β | 2□.ce + 2□.cd + 2□.de 2|2 □.ab,
2□.de *commun. subtr.*
concl. 3.a.1. | □.ad + □.db 2|2 2□.ce + 2□.cd.

Explication par nombres.

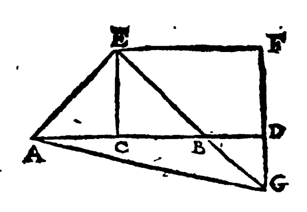
Hyp.	ab *est* 10,	3. a. 1	cd *est* 2. δ
	ac ⊔ ce *est* 5. α	β	□.ad *est* 49. ε
Hyp.	ad *est* 7. β	γ	□.db *est* 9. ε
	db ⊔ af *est* 3. γ	1. concl. ε	□.ad + □.db *snt* 58,
4. a. 1	fd *est* 4,	ω	□.ce *est* 25, θ
		δ	□.cd *est* 4, λ
		θ	2□.ce *snt* 50,
		λ	2□.cd *snt* 8,
		2 concl. 19. a. 1	2□.ce + 2□.cd *snt* 58.

THEOR. X. PROPOS. X.

Si vne ligne droicte est couppée en deux par-ies égales, & qu'on luy adjouste directement quelque ligne droicte: les deux quarrez ensemble de la toute auec l'adjoustée, & de l'adjoustée, sont doubles, du quarré descrit de la moitié, & du quarré de la ligne composée de la moitié, & de l'adjoustée, comme d'vne.

Hypoth.

ac 2|2 cb,
bd *est arbitr.*
abd *est* —.



Req

Req. à demonstr.

□.ad+□.bd 2|2 2□.ac+2□.cd.

Preparation.

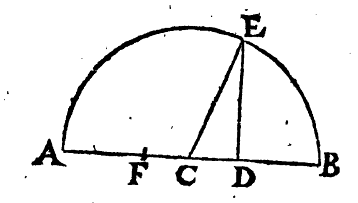
11. 1	ec ⊥ ad,	constr.	<bce *est* ⅃,
1.nota 3. 1	ce 2|2 ac ⊔ cb,	2.c.32.1	<ceb *est* ½⅃,
1.p.1	ac *est* —,	2.nota α 19.a.1	<aeg *est* ⅃, β
31. 1	ef = ad, fg = ec,	constr.	cefd *est* ◊,
1&2.p.1	ebg *est* —,	constr.	<ecd *est* ⅃,
1.p.1	ag *est* —.	2.f.29.1	cefd *est* ▭,
	Demonstr.	3.a.b	<gef *est* ½⅃,
constr.	ac 2|2 ce,	32. 1	<fge *est* ½⅃, γ
constr.	<ace *est* ⅃,	3.nota 6. 1	fg 2|2 ef ⊔ cd,
2.c.32.1	<cea *est* ½⅃, α	1.c 13.1	<bdg *est* ⅃,
constr.	cb 2|2 ce,	γ.32.1	<dbg *est* ½⅃,
		4.nota 6. 1	bd 2|2 dg,

1.a.f	□.ad+□.bd 2|2 □.ad+□.dg. δ
47. 1	□.ad+□.dg 2|2 □.ag,
β.47.1	□.ag 2|2 □.ae+□.eg,
δ.1.a.1	□.ad+□.bd 2|2 □.ae+□.eg. ε
47. 1	□.ae 2|2 □.ac+□.ce, ⊔ 2□.ac,
47. 1 concl.	□.eg 2|2 □.ef ⊔ cd, +□.fg, ⊔ 2□.cd
ε.1.a.f	□.ad+□.bd 2|2 2□.ac+2□.cd.

La mesme demonstration se peut faire ainsi.

Hypoth.

fd *est* —,
fc 2|2 cd,
fa *est arbitraire.*



caeb *est la figure du scholie de la 6. du 2.*

Req. à demonstrer.

□.da + □.af 2|2 2□.ac ⊔ ce + 2□.cd.

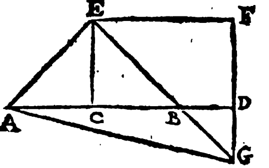
Demonstration.

C.5.2 | □.de 2|2 ▭.adb ⊔ ▭.daf. α
2. 4.2 | □.ad + □.db + 2▭.adb, ⊔ 2□.de 2|2 □.ab,
1.C.4.5 & 47.1 | 2□.ce + 2□.cd + 2□.de 2|2 □.ab,
concl. | 2□.de *commun. subtr.*
3 a. 1 | □.ad + □db, ⊔ af 2|2 2□.ce + 2□.cd.

SCHOLIE.

Cette 10. proposition se peut aussi proposer ainsi.

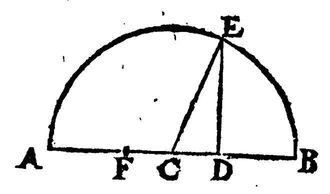
Si vne ligne droicte est couppée en deux parties inégales, les quarrez descrits de la toute & de la difference des parties, sont doubles des quarrez qui sont faicts des deux parties de la toute.



Hypothese.

ad *est* —: cd *est* 3|2 ac:
cb *est* 2|2 ac: bd *est excez.*

D'où s'ensuit, que AD est la toute : BD la difference des parties CD & AC : & que AC & CD sont les parties inégales : & par consequẽt ce scholie ne differe de la 10. proposition que de nom : & se pouuoit aussi demonstrer ainsi.



Hypoth.

ad *est* —,
ac 3|2 cd,
ac∼cd *est* af.

Req. à demonstrer.

□.ad + □.af 2|2 2□.ac + 2□.cd.

Preparation.

aeb *est la figure du scholie de la 6. du 2.*

Demonstr.

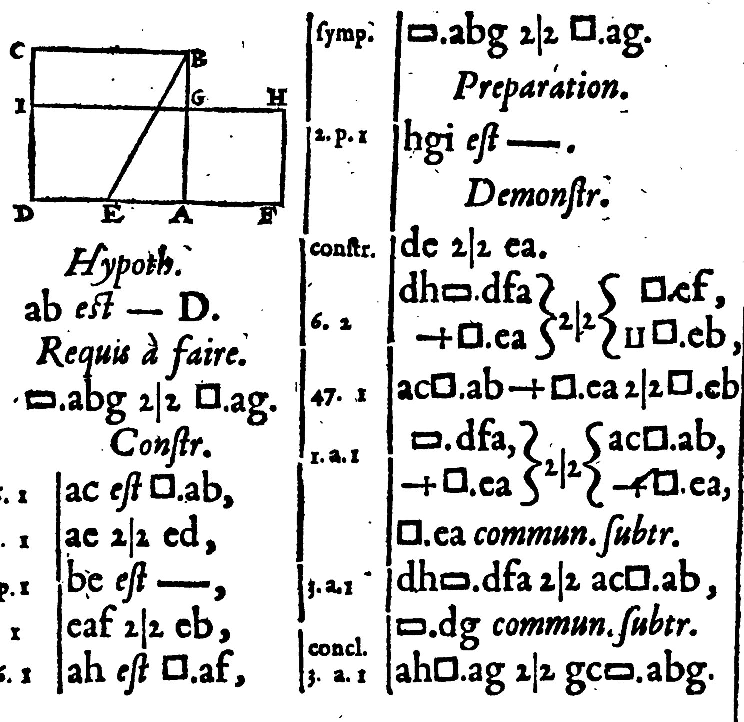
constr. | cf 2|2 cd, & ac 2|2 cb,
3.a.1 | af 2|2 db,
concl. 9.2 | □.ad + □.db II □.af 2|2 2□.ac + 2□.cd.

Explication par nombres.

hyp.	ad *est* 10, α	1.concl. 19.a.1.	□.ad + □.af *snt* 116,
hyp.	ac *est* 7, β	β	□.ac *est* 49,
3.a.1	cd II cf *est* 3, γ	6.a.1	2□.ac *snt* 98,
3.a.1	af II db *est* 4, δ	γ	□.cd *est* 9,
α	□.ad *est* 100.	6.a.1	2□.cd *snt* 18,
δ	□.af *est* 16,	2.concl. 19.a.1	2□.ac + 2□.cd *snt* 116.

PROBL. I. PROPOS. XI.

Coupper vne ligne droicte donnée de telle sorte, que le rectangle contenu sous la toute & l'vn des segments, soit égal au quarré de l'autre segment.



Hypoth.

ab *est* — D.

Requis à faire.

▭.abg 2|2 □.ag.

Constr.

5. 1	ac *est* □.ab,
. 1	ae 2|2 ed,
p. 1	be *est* —,
1	eaf 2|2 eb,
6. 1	ah *est* □.af,

symp.	▭.abg 2|2 □.ag.
	Preparation.
2. p. 1	hgi *est* —.
	Demonstr.
constr.	de 2|2 ea.
6. 2	dh▭.dfa + □.ea 2|2 □.ef, || □.eb,
47. 1	ac□.ab + □.ea 2|2 □.eb
1. a. 1	▭.dfa, + □.ea 2|2 ac□.ab, + □.ea,
	□.ea *commun. subtr.*
3. a. 1	dh▭.dfa 2|2 ac□.ab,
	▭.dg *commun. subtr.*
concl. 3. a. 1	ah□.ag 2|2 gc▭.abg.

THEOR. XI. PROPOS. XII.

Aux triangles amblygones, le quarré du costé qui soustient l'angle obtus, est plus grand que les

quarrez des costez qui contiennent l'angle obtus, de deux fois le rectangle contenu sous l'vn des costez qui sont à l'entour de l'angle obtus, sçauoir celuy, sur lequel estant prolongé, tombe la perpendiculaire, & de la ligne prise au dehors entre la perpendiculaire & l'angle obtus.

Hypoth.

<abc 3|2 ⊥.

Preparation.

1.p.1 | cbd *est* —.

12. 1 | ad ⊥ cd. α

Req. à demonstrer.

□.ac 2|2 □.ab + □.bc + 2▭.cbd.

Demonstr.

2.c.17.1 | *perpendic.* ad *tombe du costé de* d,

α. 47.1 | □.ac 2|2 □.ad + □.cd, β

4. 2 | □.cd 2|2 □.cb + □.bd + 2▭.cbd,

β.1.a.f | □.ac 2|2 □.ad + □.cb + □.bd + 2▭.cbd, δ

47. 1 | □.ad + □.bd 2|2 □.ab,

concl.

δ.1.a.f | □.ac 2|2 □.cb + □.ab, 2▭.cbd.

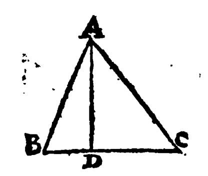
SCHOLIE.

Estans cognus les costez d'vn triangle obtusangle, trouuer le segment comprins entre la perpendiculaire & l'angle obtus.

		γ	□.cb *est* 25,
		19.a.1	□.ab + □.cb *sont* 74,
		12.2	□.ac ~ □.ab ~ □.cb 2|2 2▭.cbd,
hyp.	ac *est* 10, α		
hyp.	ab *est* 7, β	3.a.1	2▭.cbd ⊔ 100~74 *sont* 26,
hyp.	cb *est* 5, γ	7.a.1	▭.cbd *est* 13,
α	□.ac *est* 100,	hyp.	cb *est* 5,
β	□.ab *est* 49,	concl. 1.s.1.d.2	bd *est* $2\frac{3}{5}$.

THEOR. XII. PROPOS. XIII.

Aux triangles oxygones, le quarré du costé qui soustient l'angle aigu, est moindre que les quarrez des costez qui le contiennent, de deux fois le rectangle contenu sous l'vn des costez qui sont autour de l'angle aigu, sçauoir celuy sur lequel tombe la perpendiculaire, & de la ligne prise au dedans entre la perpendiculaire & l'angle aigu.



Hypoth.

∠acb 2|3 ⊥.

Preparation.

ad ⊥ bc. α

Requis à demonstrer.

□.ac + □.bc 2|2 □.ab + 2▭.bcd.

Demonstration.

1. 47. 1	□.ac 2|2 □.ad + □.dc,
	□.bc *commun. add.*
1. a. 1	□.ac + □.bc 2|2 □.ad + □dc + □bc, β
7. 2	□.dc + □.bc 2|2 □.bd + 2▭.bcd,
β. 1. a. f	□.ac + □.bc 2|2 □.ad + □.bd + 2▭.bcd,
α. 47. 1	□.ad + □.bd 2|2 □.ab,
concl. 1. a. f	□.ac + □.bc 2|2 □.ab + 2▭.bcd.

En cette propoſition il n'eſt pas neceſſaire que tous les angles du triangle ſoient aigus, mais il ſuffit que l'angle ſouſtenu du coſté dont le quarré eſt comparé aux quarrez de deux autres, ſoit aigu.

Or il eſt manifeſte de la 47. du premier, que la perpendiculaire menée de l'angle du ſommet à la ligne de la baſe ne tombe point hors le triangle, ſi le quarré de l'vn des coſtez de l'angle du ſommet n'excede l'aggregé des quarrez de deux autres coſtez.

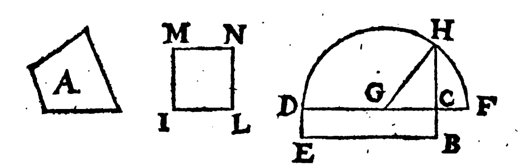
SCHOLIE I.

Eſtans cognus les coſtez d'vn triangle, trouuer le ſegment compris entre la perpendiculaire & l'angle aigu.

hyp.	ab *eſt* 8, α	α	□.ab *eſt* 64,
hyp.	ac *eſt* 5, β	13. 2	□.ac + □.bc ~□.ab } 2|2 2▭.bcd
hyp.	bc *eſt* 7, γ		
	le requis eſt cd.	3. a. 1	2▭.bcd ⊔ 74~64 *ſont* 10
β	□.ac *eſt* 25,	7. a. 1	▭.bcd *eſt* 5,
γ	□.bc *eſt* 49,	hyp.	bc *eſt* 7,
19. a. 1	□.ac + □.bc } *ſont* 74	concl. 1. ſ. 1. d. 2	cd *eſt* $\frac{5}{7}$.

PROBL. II. PROPOS. XIV.

Descrire vn quarré égal à vn rectiligne donné.



Hypothese.
a *est rectili.* D.

Requis à faire.
□.ml 2|2 *rectili.* a,

Constr.
45.1 ▭db 2|2 *rectili.*a,
1.p.1. dcf *est* ——,
3.1 cf 2|2 cb,
10.1 dg 2|2 gf,
3.p.1 gdhf *est semic.*
1.p.1 bch *est* ——,
3.1 il 2|2 ch,
46.1 in *est* □.il,
symp. □in *est requis.*

Preparation.
1.p.1 gh *est* ——.

Demonstr.
a
constr. ▭.db
3.s.1.d.2 ▭.dcf
s.5.2 □.ch
s.46.1 □.ml
} *sont* 2|2 &c.
concl. 1.a.1. □ml 2|2 *rectili.* a.





LE TROISIESME LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.

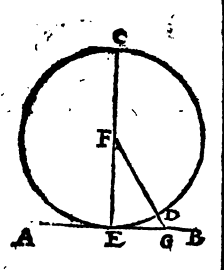
I.

CERCLES égaux ſont ceux deſquels les di: metres ſont égaux ; ou deſquels les lign droictes menées des centres aux circonferenc ſont égales.

hyp. | *ſemidiamet.* ga } 2|2 { *ſemidiamet.* hd,
3.d.3 | ⊙gabc 2|2 ⊙hdef.

II.

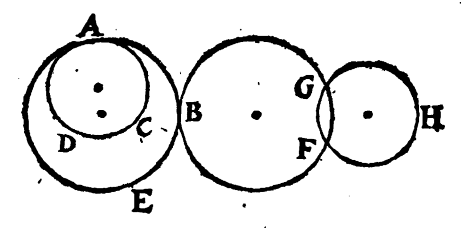
Vne ligne droicte eſt dite toucher le cercle, l: quelle touchant le cercle, ſi elle eſt prolongée, r le couppe point.



l.3 ab *touche le* ⊙fed *en* e,
l.3 fg *couppe le* ⊙fed *en* d,
l.3 eb *eſt tangente ou touchante,*
l.3 fg *eſt ſecante ou couppante.*

III.

Les cercles ſont dits ſe toucher l'vn l'autre, leſ-
uels en ſe touchant l'vn l'autre, ne ſe couppent
oint.

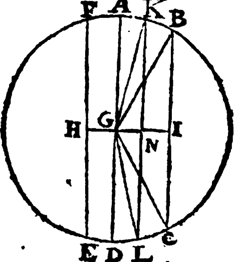


Le cercle DAC touche le cercle ABE par dedans
a A.
Le cercle FBG touche le meſme cercle ABE par
hors en B.
Les cercles BFG & HFG s'entrecouppent l'vn l'au-
e en F & G.

IV.

Au cercle, les lignes droictes ſont dites eſtre
galement diſtantes du centre, quand les perpen-
culaires, qui ſont menées du centre ſur icelles
nt égales. Mais celle-là eſt dite eſtre plus eſloi-

gnée du centre ſur laquelle tombe la plus gran-de perpendiculaire.



V.

Segment ou ſection de cercle, eſt vne figure compriſe ſous vne ligne droicte, & la circonference du cercle.

5.d.3 |abc & def ſnt ◠.

A B C D E F

VI.

L'angle du ſegment ou de la ſection, eſt celuy qui eſt compris ſous vne ligne droicte, & la circonference du cercle.

6.d.3 |cab *eſt* < *du ſegment* *ABC*.

VII.

Mais vn angle eſt au ſegment ou en la ſection, lors qu'on prend quelque poinct en la circonference du ſegment, & d'iceluy ſont menées deux lignes droictes ſur les extremitez de la ligne droicte, laquelle eſt la baſe du ſegment, & c'eſt celuy-là

dis-je, qui eſt contenu ſous icelles lignes droictes menées.

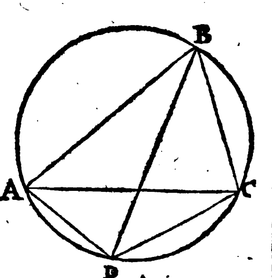
7.d.3 |<abc *eſt au ſegment* abc.

L'angle au ſegment eſt rectiligne, mais celuy du ſegment n'eſt pas rectiligne.

VIII.

Mais quand les lignes droictes qui contiennent l'angle, embraſſent quelque circonference, l'angle eſt dit ſ'appuyer ſur icelle.

L'angle ABC eſt au ſegment ABC par la definition precedente, & par cette huictieſme definition il s'appuye ou eſt oppoſé à la circonference ADC.



IX.

Secteur du cercle eſt vne figure, contenuë ſous deux lignes droictes qui conſtituent vn angle au centre, & de la circonference compriſe entre icelles lignes.

yp. |d *eſt centre du* ⊙.

d.3 |adb *eſt ſecteur de* ⊙.

X.

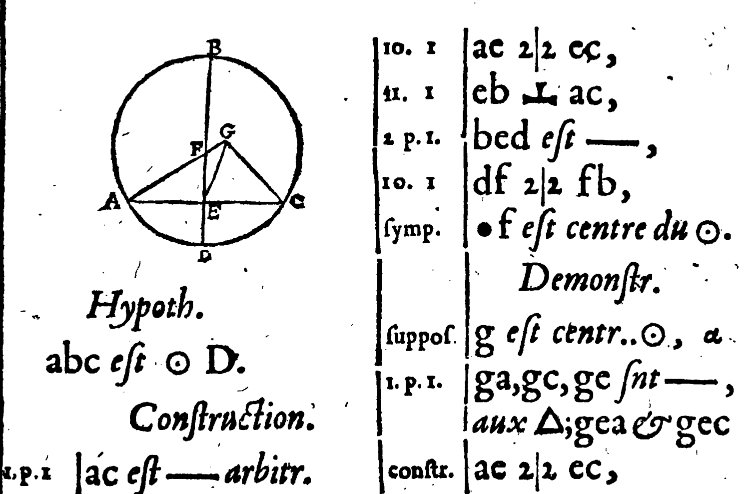
Semblables segments ou sections de cercle sont celles, qui reçoiuent angles égaux; ou esquel les angles sont égaux entr'eux.

hyp. | ∠abc 2|2 ∠def,
10. d.1 | *segm.* abc *sml.* *segm.* def.

De cette definition s'ensuit, que les segments semblables soi pareilles parties de leur tout, cóme le segment qui est le quart d'v petit cercle est séblable au segmét qui est le quart d'vn grád cercl

THEOR. I. PROPOS. I.

Trouuer le centre d'vn cercle donné.



Hypoth.

abc *est* ⊙ D.

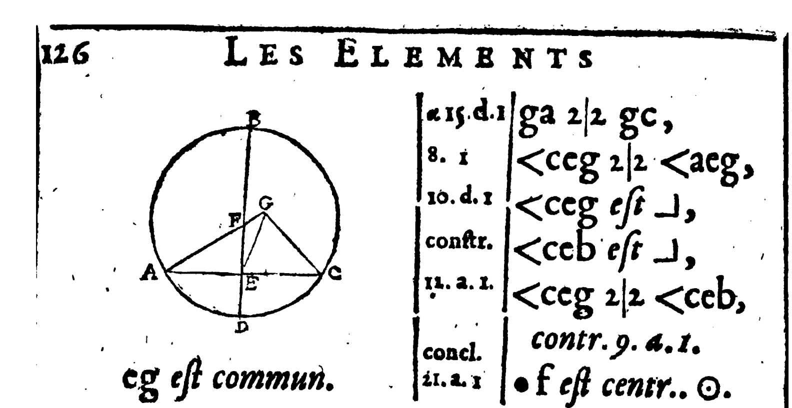
Constrution.

1. p. 1 | ac *est* —— *arbitr.*

10. 1 | ac 2|2 ec,
11. 1 | eb ⊥ ac,
2. p. 1. | bed *est* ——,
10. 1 | df 2|2 fb,
symp. | • f *est centre du* ⊙.

Demonstr.

suppos. | g *est centr.* . ⊙, *a*
1. p. 1. | ga, gc, ge *snt* ——, *aux* △; gea *&* gec
constr. | ac 2|2 ec,



a 15. d. 1	ga 2|2 gc,
8. 1	<ceg 2|2 <aeg,
10. d. 1	<ceg *est* ⅃,
constr.	<ceb *est* ⅃,
11. a. 1.	<ceg 2|2 <ceb,
concl.	*contr. 9. a. 1.*
21. a. 1	• f *est centr.*. ⊙.

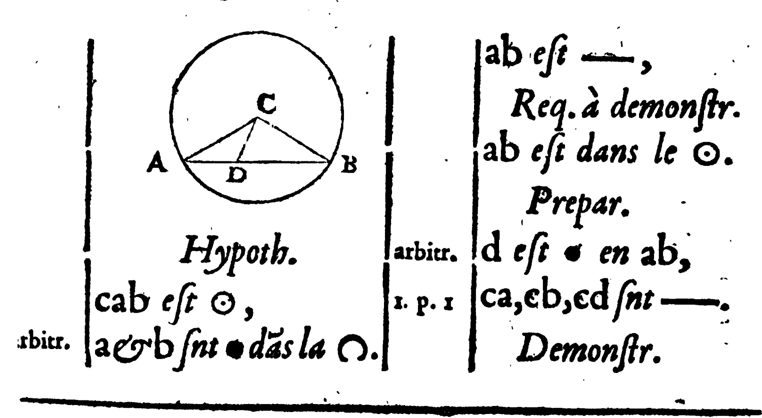
eg *est commun.*

COROLLAIRE.

De cette propoſition il eſt euident, que ſi au cercle, vne ligne droicte eſt couppée en deux également & à angles droicts, par vne autre ligne droicte, le centre du cercle ſera en icelle couppante.

THEOR. I. PROPOS. II.

Si en la circonference d'vn cercle on prend deux poincts tels qu'on voudra; la ligne droicte conjointe à iceux poincts tombera dedans le cercle.



	Hypoth.		ab *est* ——,
	cab *est* ⊙,		*Req. à demonſtr.*
arbitr.	a & b *ſnt* • *dãs la* ◠.		ab *est dans le* ⊙.
			Prepar.
		arbitr.	d *est* • *en* ab,
		1. p. 1	ca, cb, cd *ſnt* ——.
			Demonſtr.

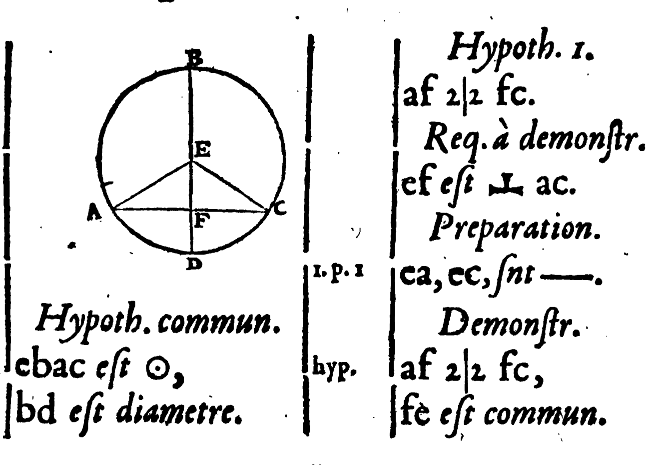
15.d.1 — ca 2|2 cb,
5.1 — <cab 2|2 <cba,
16.1 — <cdb 3|2 <cab,
1.a.c — <cdb 3|2 <cba,
19.1 — cd 2|3 cb,
concl. c.15.d.1 — •d *est dans le* ⊙.

COROLLAIRE.

De la demonſtration de cette propoſition il eſt manifeſte, que la ligne droicte qui touche le cercle, en ſorte qu'elle ne le couppe point, qu'elle le touche ſeulement à vn poinct.

THEOR. II. PROPOS. III.

Si dans le cercle quelque ligne droicte paſſant par le centre, couppe quelqu'autre ligne droicte, qui ne paſſe point par le centre, en deux également, elle la couppera auſſi à angles droicts. Et ſi elle la couppe à angles droicts, elle la couppera auſſi en deux également.



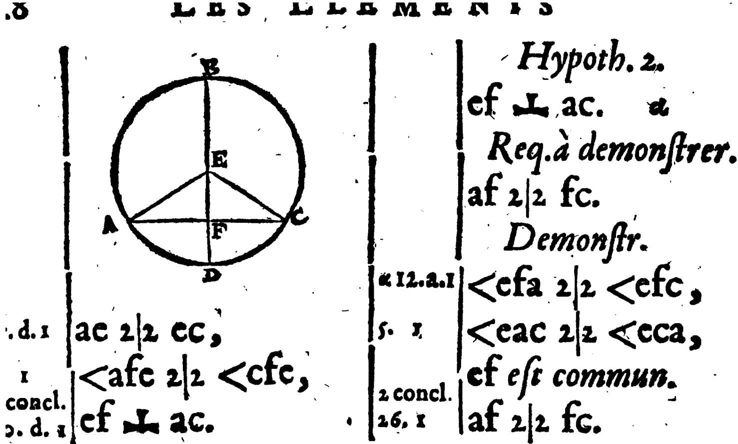
Hypoth. commun.
ebac *eſt* ⊙,
bd *eſt diametre.*

Hypoth. 1.
af 2|2 fc.

Req. à demonſtr.
ef *eſt* ⊥ ac.

Preparation.
1.p.1 — ca, ec, *ſnt* ——.

Demonſtr.
hyp. — af 2|2 fc,
fe *eſt commun.*



.d.1 ac 2|2 ec,
1 <afe 2|2 <cfe,
concl. 9. d. 1 ef ⊥ ac.

Hypoth. 2.
ef ⊥ ac. a
Req. à demonstrer.
af 2|2 fc.
Demonstr.
a 12. a. 1 <efa 2|2 <efc,
5. 1 <eac 2|2 <eca,
ef *est commun.*
2 concl. 26. 1 af 2|2 fc.

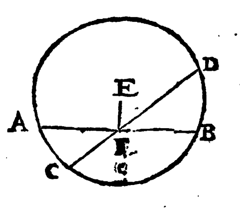
COROLLAIRE.

De cette demonstration s'ensuit, qu'en tout triangle isoscele ou equilateral, la ligne menée de l'angle du sommet au milieu de la base est perpendiculaire à la base: & au contraire la ligne perpendiculaire à la base, menée de l'angle opposé, la couppera en deux également.

THEOR. III. PROPOS. IV.

Si au cercle deux lignes se couppent l'vne l'autre, n'estant point menées par le centre, elles ne se coupperont point l'vne l'autre en deux égalemét.

Hypothese.
eacd *est* ⊙,
af 2|2 fb.
Req. à demonstrer.
cf *n. est* 2|2 fd.



Prepar.

Preparation.

1. p. 1 fe *est* —.

Demonstr.

suppos. cf 2|2 fd,

3. 3 <efd *est* ⅃,

hyp. af 2|2 fb,

3. 3 <efb *est* ⅃,

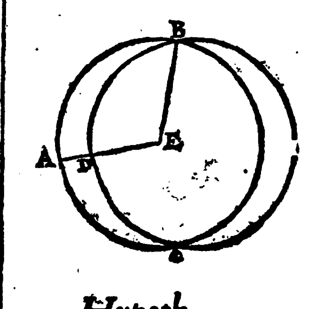
12. a. 1 <efd 2|2 <efb,

contr. 9. a. 1

concl. 21. a. 1 cf *ñ. est* 2|2 fd.

THEOR. IV. PROPOS. V.

Si deux cercles se couppent l'vn l'autre, ils n'auront pas le mesme centre.



Hypoth.

bac *&* bdc *sont* ⊙.

Req. à demonstr.

e *ñ. est centr. du* ⊙ bac, *&* *du* ⊙ bdc.

Demonstration.

suppos. e *est centr. du* ⊙bac, *&* *du* ⊙bdc.

1. p. 1 eda *est* —,

15. a. 1 ed 2|2 eb,

15. d. 1 ea 2|2 eb,

1. a. 1 ed 2|2 ea,

concl. *contr. 9. a. 1.*

21. a. 1 e *ñ est centr. du* ⊙bac, *&* *du* ⊙bdc.

THEOR. V. PROPOS. VI.

Si deux cercles se touchent l'vn l'autre au dedans, ils n'auront pas mesme centre.

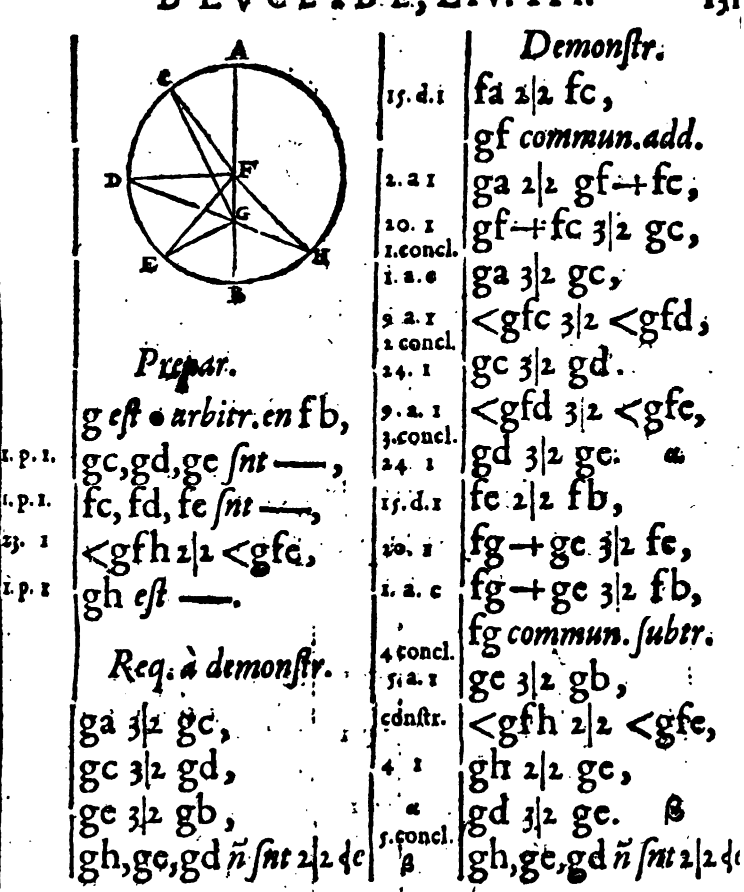
Hypoth.
bac & bde *snt* ⊙.
Req. à demonstr.
f *ñ est centr. du* ⊙bac
& *du* ⊙bde.

	Demonstr.
suppos.	f *est centre du* ⊙bac, & *du* ⊙bde,
1. p. 1	fa *est* —,
15. d. 1	fd 2|2 fb,
15. d. 1	fa 2|2 fb,
1. a. 1	fd 2|2 fa,
	contr. 9. a. 1.
concl. 21. a. 1.	f *ñ est centr. du* ⊙bac, & *du* ⊙bde.

THEOR. VI. PROPOS. VII.

Si au diametre d'vn cercle on prend quelque poinct, lequel ne soit point le centre du cercle; & de ce poinct, à la circonference tombent quelques lignes droictes, la plus grande sera celle-là en laquelle est le centre, mais la plus petite sera celle qui reste; Des autres tousiours la plus proche de celle qui passe par le centre, est plus grande que celle qui en est plus esloignée: & deux lignes droictes égales tant seulement tombent d'iceluy poinct au cercle, de part & d'autre de la plus petite, ou de la plus grande.

Hypoth.
fadh *est* ⊙,
ab *est diametre.*



Prepar.

	g *est* • *arbitr. en* fb,
1. p. 1.	gc, gd, ge *snt* —,
1. p. 1.	fc, fd, fe *snt* —,
23. 1	<gfh 2|2 <gfe,
1. p. 1	gh *est* —.

Req. à demonstr.

ga 3|2 gc,
gc 3|2 gd,
ge 3|2 gb,
gh, ge, gd *ñ snt* 2|2 de

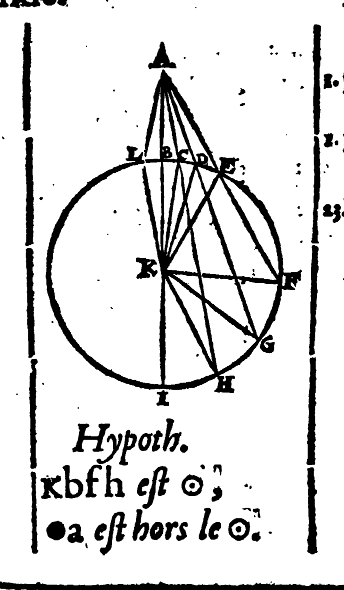
Demonstr.

15. d. 1	fa 2|2 fc,
	gf *commun. add.*
2. a. 1	ga 2|2 gf+fc,
20. 1 1. concl.	gf+fc 3|2 gc,
1. a. c	ga 3|2 gc,
9. a. 1 2 concl.	<gfc 3|2 <gfd,
24. 1	gc 3|2 gd.
9. a. 1 3. concl.	<gfd 3|2 <gfe,
24. 1	gd 3|2 ge. α
15. d. 1	fe 2|2 fb,
20. 1	fg+ge 3|2 fe,
1. a. c	fg+ge 3|2 fb,
	fg *commun. subtr.*
4 concl. 5. a. 1	ge 3|2 gb,
constr.	<gfh 2|2 <gfe,
4. 1	gh 2|2 ge,
α	gd 3|2 ge. β
5. concl. β	gh, ge, gd *ñ snt* 2|2 de

THEOR. VII. PROPOS. VIII.

Si hors le cercle on prend quelque poinct, & d'iceluy poinct on mene quelques lignes droictes au cercle, l'vne desquelles passe par le centre, & les autres où l'on voudra: de toutes les lignes droictes

qui tombent en la circonference concaue; la plus grande est celle qui passe par le centre; mais des autres, tousiours la plus proche de celle qui passe par le centre, sera plus grande que celle qui en est plus esloignée: mais de celles qui tombent à la circonference conuexe, la plus petite est celle qui est comprise entre le poinct & le diametre; & des autres, celle-là laquelle est plus proche de la plus petite est tousiours moindre, que celle qui en est plus esloignée; & de ce poinct, seront menées au cercle tant seulement deux lignes droictes égales entr'elles de part & d'autre, de la plus petite, ou de la plus grande.



Hypoth.

kbfh *est* ⊙,

•a *est hors le* ⊙.

Preparation.

1.p.1 aki,ah,ag,af *snt* —,

1.p.1 kh,kg,kf } kc,kd,ke } *snt* —,

23.1 <akl 2|2 <akc.

Req. à demonstrer.

ai 3|2 ah,

ah 3|2 ag,

ag 3|2 af,

ab 2|3 ac,

ad 2|3 ae,

al,ac,ad ñ *snt* 2|2 &c.

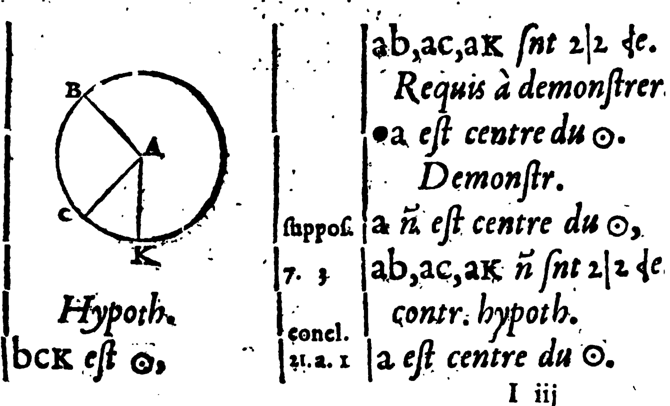
Demonstr.

15.d.1 ki 2|2 kh,
ak *commun. add.*
2.a.1 ai 2|2 ak+kh,
20.1 ak+kh 3|2 ah,
1.concl. 1.a.c ai 3|2 ah,
9.a.1 <akh 3|2 <akg,
2 concl. 24.1 ah 3|2 ag,
9.a.1 <akg 3|2 <akf,
3.concl. 24.1 ag 3|2 af,

20.1 ak 2|3 ac+ck,
15.d.1 kb 2|2 kc,
4 concl. 5.a.1 ab 2|3 ac,
21.1 ac+ck 2|3 ad+d
15.d.1 ck 2|2 dk,
5.concl. 5.a.1 ac 2|3 ad. α
6 concl. d. α ad 2|3 ae,
constr. <akl 2|2 <akc,
4.1 al 2|2 ac,
α ad 3|2 ac. β
7 concl. β al,ac,ad n̄ *snt* 2|2 &c.

THEOR. VIII. PROPOS. IX.

Si au dedans du cercle on prend quelque poinct & d'iceluy poinct tombent plus de deux lignes droictes égales à la circonference: le poinct pris est le centre du cercle.



Hypoth.

bck *est* ⊙,
ab,ac,ak *snt* 2|2 &c.

Requis à demonstrer.

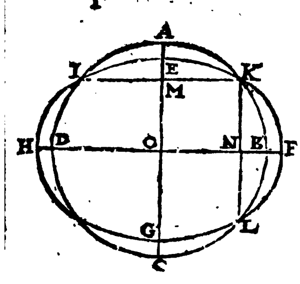
a *est centre du* ⊙.

Demonstr.

suppos. a n̄ *est centre du* ⊙,
7.3 ab,ac,ak n̄ *snt* 2|2 &c.
contr. hypoth.
concl. 21.a.1 a *est centre du* ⊙.

THEOR. IX. PROPOS. X.

Vn cercle ne couppe pas vn cercle à plus de deux poincts.



Hypoth.

iakbl & iekfl *snt* ⊙.

Requis à demonstr.

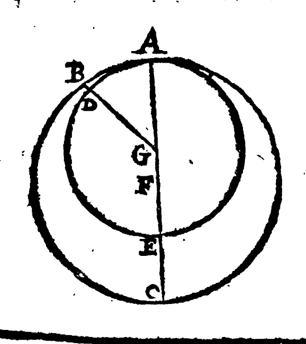
i, k, l, *ne sont intersect.*

Demonstr.

suppos.	i, k, l, *snt intersect.*
1. p. 1.	ik & kl *snt* —,
10. 1	im 2|2 mk, kn 2|2 nl,
11. 1	mc ⊥ ik, nh ⊥ kl,
c. 1. 3	• o *est centre du* ⊙ iak, & *du* ⊙ iek.
	contr. s. 3.
concl. 21. a. 1	i, k, l, *ne sont intersect.*

THEOR. X. PROPOS. XI.

Si deux cercles se touchent l'vn l'autre au dedans, & qu'on prenne les centres d'iceux, la ligne droicte conioignant iceux centres, estant prolongée, tombera à l'attouchement des cercles.



Hypoth.

gade & fabe *snt* ⊙,

a *est* • *d'attouchement.*

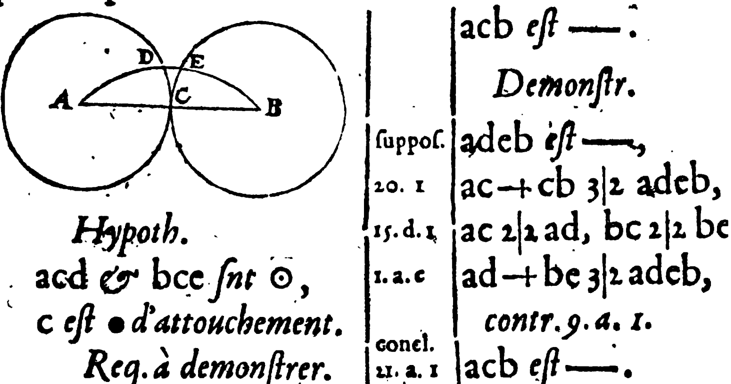
Req. à demonstr.

fga *est* —.

	Demonstr.
suppos.	cfgb *est* —,
ergo	cfgb *est diametre du* ⊙cab. α
15.d.1	gd 2|2 ga, β
α.7.3	ga 3|2 gb,
β.1.a.d	gd 3|2 gb,
	contr.9.a.1.
concl. 21.a.1	cfga *est* —,

THEOR. XI. PROPOS. XII.

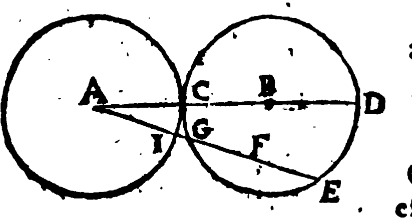
Si deux cercles se touchent l'vn l'autre, au dehors, la ligne droicte menée d'vn centre à l'autre passera par l'attouchement.



Hypoth.
acd & bce *sont* ⊙,
c *est* • *d'attouchement.*
Req. à demonstrer.
acb *est* —.

	Demonstr.
suppos.	adeb *est* —,
20.1	ac + cb 3|2 adeb,
15.d.1	ac 2|2 ad, bc 2|2 be
1.a.c	ad + be 3|2 adeb,
	contr.9.a.1.
concl. 21.a.1	acb *est* —.

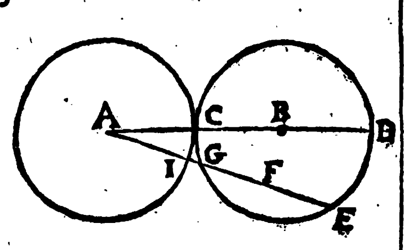
Pelletier demonstre cette 12. proposition ainsi.



Hypoth.
aci & bcgd *sont* ⊙,
c *est* • *d'attouchement.*
Req. à demonstr.
Que le centre du cercle CE est en la ligne droicte ACD.

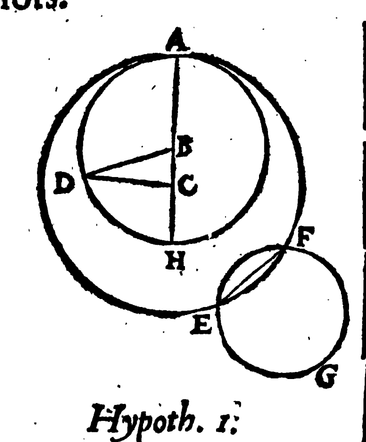
Demonstration.

suppos.	*le centre du* ⊙ced *est en* f. α
1. p. 1	aigfe *est* —,
α 15. d. 1	ge *est diamet.*
15. d. 1	ai 2|2 ac,
8. 3	ac 3|2 ag,
1. a. d	ai 3|2 ag, *c. 9. a. 1.*



THEOR. XII. PROPOS. XIII.

Vn cercle ne touche point vn cercle à plus d'vn poinct : soit qu'il le touche au dedans, ou au dehors.



Hypoth. 1.

caf, bad *sont* ⊙;

a *est* • *d'attouchement.* α

Req. à demonstr.

h ou d *n'est* • *d'attouch.*

Preparation.

1 & 2. p. 1	ab & bch *sont* —,
	d *est* • *arbitr.*
1. p. 1	bd, cd *sont* —.

Demonstr.

suppos.	h *est* • *d'attouch.* β
11. 3	abc *est* —,
β 17. d. 1	abch *est diametre des* ⊙; bad & caf,
15. d. 1	ah 2|2 2ab,
15. d. 1	ah 2|2 2ac,
7. a. 1	2ab 2|2 2ac,
	contr. 9. a. 1.
1. concl. 21. a. 1	h *n'est* • *d'attouch.*

suppos. d *est* ● *d'attouch.* γ
α 15.d.1 bd 2|2 ba,
cb *commun. add.*
2.a.1 cb + bd 2|2 ca,
γ 15.d.1 cd 2|2 ca,
1.a.1 cd 2|2 cb + bd,
contr. 20.1.
concl. 21.a.1 d *n'est* ● *d'attouch.*

Hypoth. 2.

cae *&* feg *snt* ⊙;
f *est* ● *d'attouch.* δ

Req. à demonstr.

e *n'est* ● *d'attouch.*

Preparation.

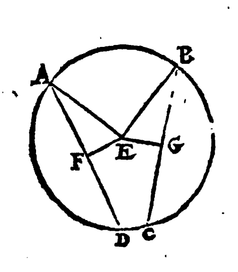
1.p.1 fe *est* —.

Demonstr.

2.3 fe *est dans le* ⊙afe *&* *dans le* ⊙feg
2.3.d.3 ⊙afe *couppe le* ⊙ feg *en* f
concl. *contr. hypoth.*
δ 21.a.1 f *n'est* ● *d'attouch.*

THEOR. XIII. PROPOS. XIV.

Au cercle les lignes droictes égales sont égalément distantes du centre : & celles qui sont égalément distantes du centre, sont égales entr'elles.



Hypoth.

cabc *est* ⊙,
ad 2|2 bc.

Preparation.

1.p.1 ea *&* eb *snt* —,
12.1 ef ⊥ ad, eg ⊥ bc.

Req. à demonstr.

ef 2|2 eg,

Demonstration.

hyp. ad 2|2 bc,
α.3.3 af 2|2 fd, bg 2|2 gc
7.a.1 af 2|2 bg,

46.1 | □.af 2|2 □.bg, □.ae 2|2 □.eb. β

.7.1 | □.af -+ □.fe 2|2 □.ae, □.gb -+ □.ge 2|2 □.eb,

.a.1 | □.af -+ □.fe 2|2 □.gb -+ □.ge, [⊔ □.ae,

.3.a.1 | □.fe 2|2 □.ge,

concl. 46.1 | fe 2|2 ge.

Hypoth. 2.

ef 2|2 eg. γ

Req. à demonstr.

ad 2|2 bc.

Demonstr.

.7.1 | □.af -+ □.fe 2|2 □.ae, □.gb -+ □.eg 2|2 □.eb,

.a.1 | □.af -+ □.fe 2|2 □.gb -+ □.eg, [⊔ □.ae,

.a.1 | □.af 2|2 □.gb,

46.1. | af 2|2 gb,

concl. .a.1 | 2af ⊔ ad 2|2 2gb ⊔ bc.

THEOR. XIV. PROPOS. XV.

Au cercle la plus grande ligne est le diametre; mais des autres, tousiours celle qui est plus proche du centre, est plus grande que celle qui en est plus esloignée.

Hypoth.

gabc *est* ⊙,

ad *est diametre*,

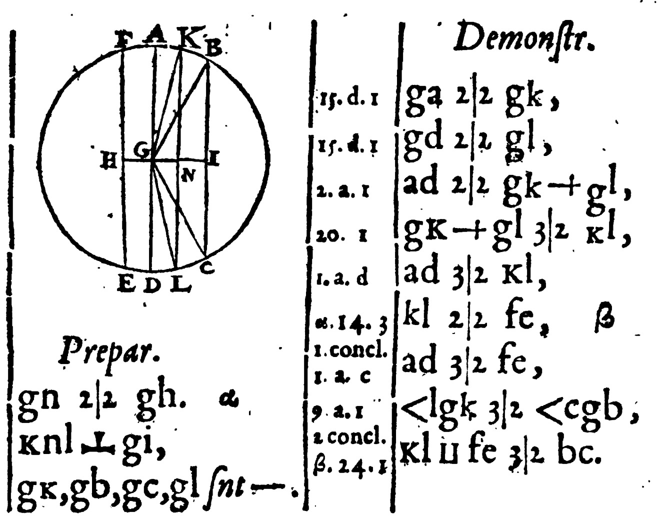
gi ⊥ bc, gh ⊥ fe,

gi 3|2 gh.

Req. à demonstrer.

ad 3|2 fe,

fe 3|2 bc.



Prepar.

3. 1	gn 2|2 gh. α
11. 1	KnI ⊥ gi,
1. p. 1	gK, gb, gc, gl *snt* —.

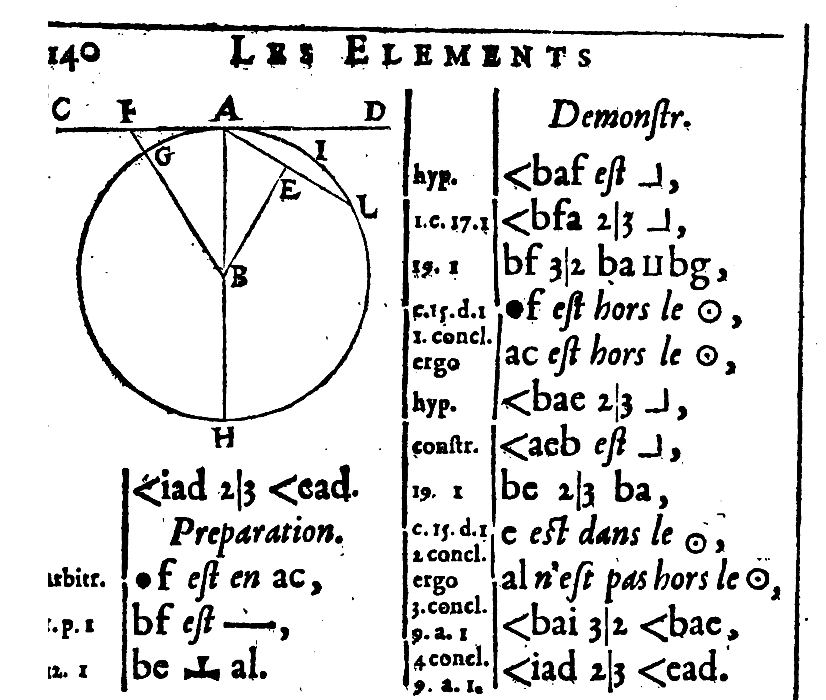
Demonstr.

15. d. 1	ga 2|2 gk,
15. d. 1	gd 2|2 gl,
2. a. 1	ad 2|2 gk + gl,
20. 1	gK + gl 3|2 Kl,
1. a. d	ad 3|2 Kl,
α. 14. 3	kl 2|2 fe, β
1. concl. 1. a. c	ad 3|2 fe,
9. a. 1	<lgk 3|2 <cgb,
2 concl. β. 24. 1	Kl ⊔ fe 3|2 bc.

THEOR. XV. PROPOS. XVI.

La ligne droite menée de l'extremité du diametre d'vn cercle, à angles droicts à iceluy diametre tombera hors le cercle; & en l'espace compris entre icelle ligne droicte & la circonference ne tombera pas d'autre ligne droicte: & l'angle du demi cercle est plus grand que tout angle rectiligne aigu, mais le reste est plus petit.

Hypoth.	*Req. à demonstr.*
balh *est* ⊙,	ac *est hors le* ⊙,
cad ⊥ ah,	ac *n'est hors le* ⊙,
<bal 2|3 ⊥.	<bai 3|2 <bae,



	<iad 2|3 <cad.
	Preparation.
arbitr.	•f *est en* ac,
1.p.1	bf *est* ——,
12.1	be ⊥ al.

	Demonstr.
hyp.	<baf *est* ⌋,
1.c.17.1	<bfa 2|3 ⌋,
19.1	bf 3|2 ba ∥ bg,
c.15.d.1	•f *est hors le* ⊙,
1. concl. ergo	ac *est hors le* ⊙,
hyp.	<bae 2|3 ⌋,
constr.	<aeb *est* ⌋,
19.1	be 2|3 ba,
c.15.d.1	e *est dans le* ⊙,
2 concl. ergo	al *n'est pas hors le* ⊙,
3.concl. 9.a.1	<bai 3|2 <bac,
4 concl. 9.a.1.	<iad 2|3 <cad.

COROLL.

Il eſt d'icy manifeſte, que la ligne droicte tirée de l'extremité du diametre à angles droicts, touche le cercle. Car il a eſté demonſtré qu'elle tombe dehors le cercle. Partant elle atteint le cercle à ce poinct extréme du diametre ſeulement.

SCHOLIE I.

De cette demonſtration eſt manifeſte, que ſi le diametre AH demeurant immobile, on augmente l'angle rectiligne HAL, par le mouuement de la ligne AL à l'entour du poinct A, iuſques à ce qu'il ſoit deuenu droict ou obtus, il excedera l'angle du demi-cercle HAI, ſans auoir eſté égal à iceluy: ce qu'il ſeroit impoſſible, ſi l'angle du demi-cercle, & l'angle rectiligne eſtoient de meſme eſpece.

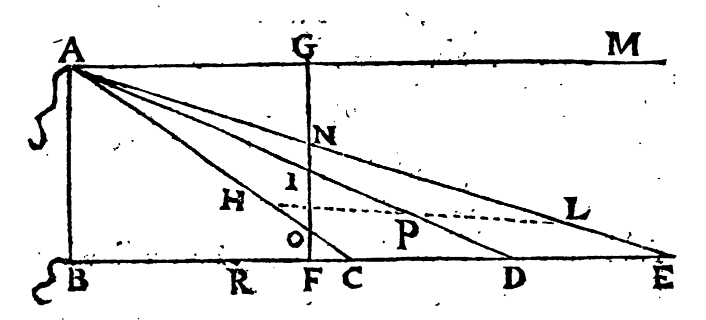
SCHOLIE II.

Il est manifeste aussi, que l'espace IAD, compris entre la touchante AD, & la circonference AI, est si estroit pres du poinct d'attouchement A, qu'il n'est pas assez large pour y mettre vne ligne droite qui se termine audit poinct d'attouchement A, encore que la ligne droicte qu'on y veut mettre n'aye aucune grosseur. Car si du centre B on abbaisse vne perpendiculaire sur la ligne droicte, qu'on imagine en cet espace IAD, on demonstrera qu'icelle perpendiculaire est plus petite que le demi-diametre BA, par la mesme methode qu'a esté prouué, que la perpendiculaire BE est plus petite, que le mesme demy-diametre BA : & par consequent, vne partie de la ligne que nous imaginons en l'espace IAD, sera dans le cercle, à sçauoir celle où tombe la perpendiculaire menée du centre B sur icelle. Or la raison pourquoy l'espace IAD n'est pas capable de receuoir la grosseur d'vne ligne droicte est, que les quantitez indiuisibles, comme sont les lignes considerées selon leurs grosseurs, ne se peuuent mettre si pres l'vne de l'autre, qu'il n'y aye espace entre deux, si elles n'occupent le mesme lieu : & que l'espace compris entre la touchante AD & la circonferẽce AIL, pres du poinct d'attouchement A, est plus estroit que le moindre espace compris entre deux lignes droictes. Mais Pelletier, ne pouuant conceuoir qu'il y aye aucune quantité plus petite, que le moindre espace compris entre deux lignes droictes, à dit, que l'angle d'attouchement IAD n'a aucune quantité, & par consequent, l'angle du demy-cercle HAI, n'est pas moindre que l'angle droict HAD.

Ces choses admirables qui se trouuent en cette proposition, m'ont donné subiect d'adjouster les trois scholies suiuants, qui ne sont gueres moins admirables.

SCHOL. III.

Il est possible d'augmenter eternellement vn angle aigu, sans qu'il paruienne à la grandeur d'vn angle droict.



Car ſuppoſant que l'angle ABE ſoit droict,& la ligne BE infinie vers E, ſi on imagine que le poinct C ſe meuue eternellement ſur la ligne BE vers E, ſans quitter la ligne CA infinie vers A, qui eſt vn poinct par lequel elle paſſe touſiours, l'angle que fera AB auec ladite ligne droicte AC, s'augmentera eternellemét, pourueu que le mouuement du poinct C vers E continue touſiours: & neantmoins, à cauſe que l'angle B eſt droict, l'angle BAC, BAD, BAE, &c. ſera touſiours aigu, ce qu'il falloit demonſtrer.

SCHOL. IV.

Il eſt poſſible, qu'vn poinct ſe meuue eternellement de l'extremité d'vne petite ligne vers l'autre extremité, ſans qu'il y paruienne iamais.

Car en la figure precedente, la ſection O que faict la ligne infinie AC, en couppant GF parallele à AB, s'approche continuellement vers l'extremité G, ſans qu'elle puiſſe iamais paruenir iuſques à l'extremité G, que nous ſuppoſons eſtre en la ligne AM parallele à BE. D'où s'enſuit, que ſi vn poinct ſe meut en la ligne FG, de l'extremité O vers G, auec pareille viſteſſe, que ladite interſection O, qu'il ne pourra iamais paruenir iuſques au poinct G, car s'il paruenoit iuſques au poinct G, le poinct C, que nous auons ſuppoſé faire touſiours ſon mouuement en la ligne BE vers E, ſe trouueroit en fin en la ligne AM parallele à BE; ce qui eſt contre l'hypotheſe.

SCHOL. V.

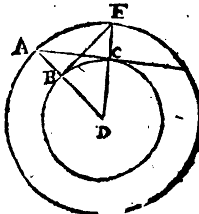
Il est possible que deux lignes s'approchent eternellement l'vne de l'autre, sans qu'elles se touchent ny couppent iamais l'vne l'autre.

Car en la figure precedente, si sur la ligne infinie BE, le poinct C va tousiours vers E, emportant auec soy la ligne infinie CA, qui passe tousiours par le poinct A: & que le poinct H de la ligne AC laissant ses vestiges par où elle passe, marque la ligne HPL: Il sera manifeste que la ligne HPL s'approchera tousiours de la ligne BE & neantmoins elle ne paruiendra iamais iusques à la ligne BE.

Or de ces scholies ne s'ensuit pas que le nombre des parties égales ou inégales d'vne ligne, d'vn angle, ou d'autre quantité finie soit infini: Car si le nombre des parties estoit infini, la quantité composee d'icelles seroit infinie. Et encore qu'en vne ligne on puisse trouuer tant de parties égales ou inégales qu'on voudra, ne s'ensuit pas que ladite ligne soit infinie. Par exemple, si on diuise vne ligne en la premiere heure en dix parties égales: & en la seconde heure, chaque partie soit subdiuisee en dix autres parties égales: & qu'on continuë eternellement à subdiuiser ainsi en chaque heure chaque partie en dix autres parties égales: le nombre des parties qu'on fera s'augmentera eternellement, & neantmoins il ne sera iamais infini, ains se pourra tousiours exprimer par vn nombre, qui aura l'vnité, auec autant de zero, qu'il y aura d'heures depuis la premiere iusqu'à celle qu'on voudra.

PROBL. II. PROPOS. XVII.

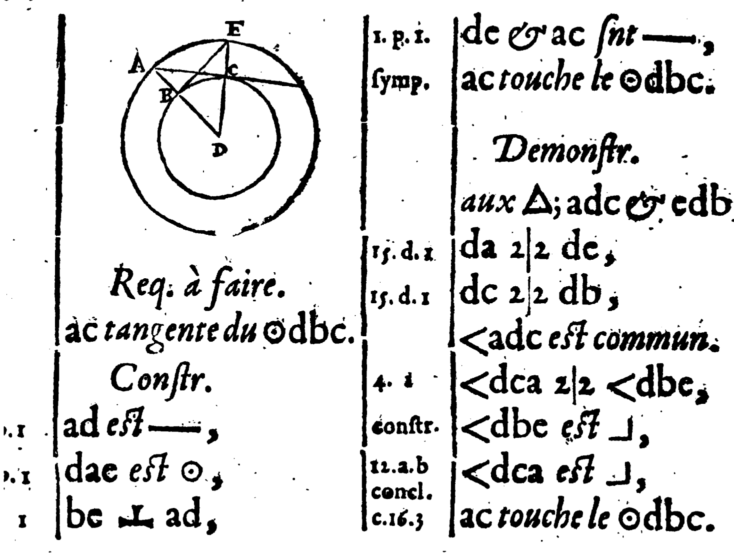
D'vn poinct donné, mener vne ligne droicte qui touche vn cercle donné.



Hypoth.

a *est* • D.

dbc *est* ⊙ D.



Req. à faire.
ac *tangente du* ⊙dbc.

Constr.

·.1	ad *est* ——,
·.1	dae *est* ⊙,
1	be ⊥ ad,

1. p. 1.	de & ac *sont* ——,
symp.	ac *touche le* ⊙dbc.

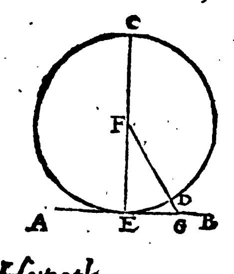
Demonstr.

aux △; adc & edb

15. d. 1	da 2|2 de,
15. d. 1	dc 2|2 db,
	∠adc *est commun*.
4. 1	∠dca 2|2 ∠dbe,
constr.	∠dbe *est* ⌐,
12. a. b	∠dca *est* ⌐,
concl. c. 16. 3	ac *touche le* ⊙dbc.

THEOR. XVI. PROPOS. XVIII.

Si quelque ligne droicte touche vn cercle, & du ·ntre à l'attouchement on mene vne ligne droi-·, elle sera perpendiculaire à la touchante.



Hypoth.
fedc *est* ⊙,
ab *touche le* ⊙fed,
c *est* • *d'attouchement*,
efc *est diametre*.

Req. à demonstrer.
fe ⊥ ab.

Demonstr.

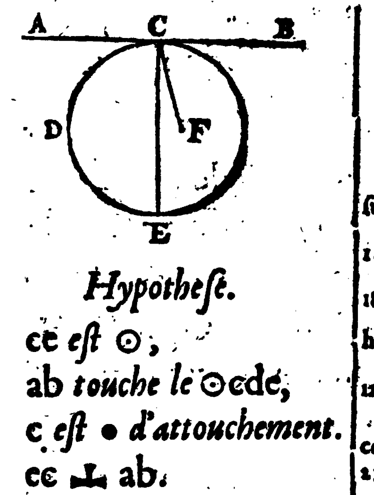
suppos.	fg ⊥ ab,
constr.	∠fge *est* ⌐,

∠feg

l.c.17.1	∠feg 2|3 ⅃,	1.a.d.	fd 3|2 fg,
19.1	fe 3|2 fg,		*contr. 9. a. 1.*
15.d.1	fd 2|2 fe,	2 concl. 21. a. 1	fc ⊥ ab.

THEOR. XVII. PROPOS. XIX.

Si quelque ligne droicte touche vn cercle, & de l'attouchement on mene vne ligne droicte à angles droicts à la touchante, en icelle menée sera le centre du cercle.



Hypothese.

ce *est* ⊙,
ab *touche le* ⊙ cde,
c *est* • *d'attouchement.*
ce ⊥ ab.

Req. à demonstrer.

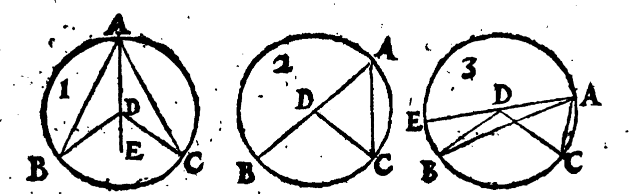
centre du ⊙ *est en* ec.

Demonstr.

suppos.	• f *est centre du* ⊙.
1.p.1	fc *est* —,
18. 3	<fcb *est* ⅃,
hyp.	<ecb *est* ⅃,
11. a.1.	<fcb 2|2 <ecb,
	contr. 9. a. 1.
concl. 21. a. 1	*centre du* ⊙ *est en* ec.

THEOR. XVIII. PROPOS. XX.

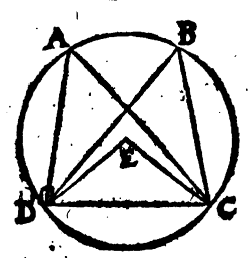
Au cercle, l'angle qui est au centre, est double de l'angle qui est à la circonference, quand ils ont pour leur base vne mesme circonference.

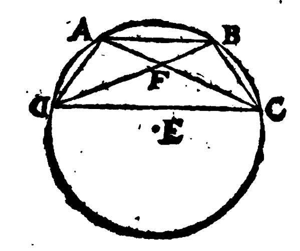


	Hypotheſe.
	dabc eſt ⊙.
	Req. à demonſtr.
	∠bdc 2|2 2∠bac.
	Preparation.
p. 1	ade eſt ——.
	Demonſtr. du 1. cas.
. 1	∠bde 2|2 { ∠dab + ∠dba,
1	∠dab 2|2 dba,
a. f	∠bde 2|2 2∠dab. α
d. α concl. 20. a. b	∠edc 2|2 2∠dac, ∠bdc 2|2 2∠bac.
	Demonſtr. du 2. cas.
32. 1	∠bdc 2|2 ∠a + ∠c,
5. 1	∠a 2|2 ∠c,
concl. 1. a. f	∠bdc 2|2 2∠bac. β
	Demonſtr. du 3. cas.
d. β	∠edc 2|2 2∠dac,
d. β	∠edb 2|2 2∠dab,
concl. 20. a. 1	∠bdc 2|2 2∠bac.

THEOR. XIX. PROPOS. XXI.

Au cercle, les angles qui ſont en vn meſme ſegment, ſont égaux entr'eux.





Hypoth.

edac *est* ⊙.

Req. à demonstr.

<dac 2|2 <dbc.

Prepar. du 1. cas.

1.p.1 | ed & ec *snt* ——.

Demonstr.

20.3 | <dac 2|2 $\frac{1}{2}$<dec,

20.3 | <dbc 2|2 $\frac{1}{2}$<dec,

1.concl. 7.a.1 | <dac 2|2 <dbc. α

Prepar. du 2. cas.

1.p.1 | ab *est* ——.

Demonstr.

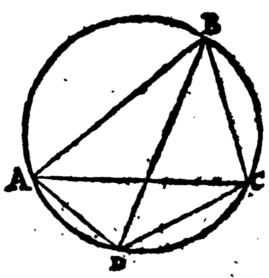
d. α | <adb 2|2 <acb,

15.1 | <afd 2|2 <bfc,

2 concl. 1 c.32.1 | <dac 2|2 <dbc.

THEOR. XX. PROPOS. XXII.

Les figures de quatre costez inscrites au cercle, ont les angles opposez égaux à deux angles droits.



Hypoth.

abcd *est* ⊙,

abcd *est* 4<.

Req. à demonstrer.

<adc+<abc 2|2 2⌐,

<dab+<dcb 2|2 2⌐.

Preparation.

1.p.1 | ac & bd *snt* ——.

Demonstration.

au △ abc,

32.1 | <abc+<bac+<bca 2|2 2⌐,

21.3 | <bac 2|2 <bdc, <bca 2|2 <bda,

1. concl. 1. a. f	<abc + <adc 2|2 2⌋,
	au △dcb
32. 1	<dcb + <dbc + <bdc 2|2 2⌋,
21. 3	<dbc 2|2 <dac, <bdc 2|2 <bac,
2 concl. 1. a. f	<dcb + <dab 2|2 2⌋.

Corollaire 1.

hyp.	<dab *eſt* ⌋,
1.c.21.3	<dcb *eſt* ⌋.

Corollaire 2.

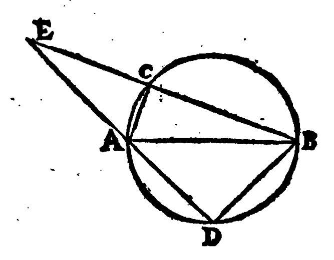
hyp.	<abc 2|3 ⌋,
1.c.22.3	<adc 3|2 ⌋.

SCHOLIE.

Si vn coſté d'vn quadrilatere inſcrit dans le cercle, eſt prolongé, l'angle externe ſera égal à l'interne, qui eſt oppoſé à celuy qui eſt de ſuite à l'externe.

Hypoth.

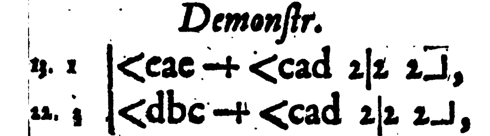
acbd *eſt* ⊙,
acbd *eſt* 4< *en* ⊙,
dae *eſt* —.



Req. à demonſtrer.

<cae 2|2 <dbc.

Demonſtr.



13. 1	<cae + <cad 2|2 2⌋,
22. 3	<dbc + <cad 2|2 2⌋,

1. a. 1 | <cae -+ <cad 2|2 <dbc -+ <cad,
| <cad *commun. subtr.*
concl.
3. a. 1 | <cae 2|2 <dbc.

THEOR. XXI. PROPOS. XXIII.

Sur vne mesme ligne droicte, on ne pourra constituer deux segments de cercles semblables & inégaux, & de mesme part.

Hypothese.

abc *&* adc *sont segments de* ⊙ ;
segment abc 3|2 *segment* adc.

Requis à demonstrer.

segment abc *n'est semblable au segment* adc.

Preparation.

1. p. 1 | cb, ab, ad *sont* —.

Demonstration.

32. 1 | <adc 3|2 abc,
concl.
10. d. 3 | *segment* abc *n'est semblable au segment* adc.

THEOR. XXII. PROPOS. XXIV.

Semblables segments de cercles, constituez sur lignes droictes égales, sont égaux entr'eux.



Hypoth.

ac 2|2 df,

◠ abc *&* ◠ def *sont semblables.*

Req. à demonstrer.

◠ abc 2|2 ◠ def.

Demonstration.

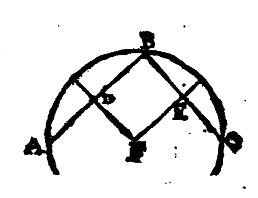
Les bases AC & DF, estans égales, conuiendront entr'elles si on entend que l'vne soit posée sur l'autre, & e segment ABC conuiendra aussi auec le segment DEF; car s'il ne conuient point, il tombera au dehors, ou au dedans, ou partie dehors, & partie dedans: s'il tombe au dedors ou au dedans, les segments seront dissemblables par la precedente, ce qui est contre l'hypothese. S'il tombe en partie au dedãs, & en partie au dehors, ils s'entrecouperont en plus de deux poincts, à sçauoir en A, F, G, ce qui est impossible par la 10. du 3. Donc le segment ABC conuiẽdra auec le segment DEF. & par consequent seront égaux entr'eux, par le 8. ax. 1.

SCHOLIE.

Veu que les circonferences ABC, DEF conuiennent entr'elles, elles seront aussi égales.

PROBL. III. PROPOS. XXV.

Le segment d'vn cercle estant donné, descri le cercle duquel il est segment.



Hypoth.

abc *est segment* D.

Req. à faire.

trouuer le centre f.

	Constr.
arbitr.	a, b, c *snt* • *en* ∩,
1. p. 1	ab & bc *snt* —,
10. 1	ad 2|2 db, bc 2|2 ec,
11. 1.	df ⊥ ab, ef ⊥ bc,
symp.	*interfect.* f, *est centre.*
	Demonstr.
c. 1. 3	*centre est en* df,
c. 1. 3	*centre est en* ef,
concl. 14. a. b	*centre est en* f.

THEOR. XXIII. PROPOS. XXVI.

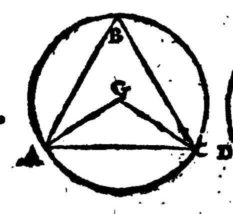
Aux cercles égaux, les angles égaux s'appuyer sur circonferences égales, soit qu'ils s'appuyen estant constituez aux centres, ou aux circonf rences.

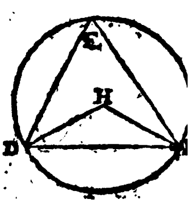
Hypoth.

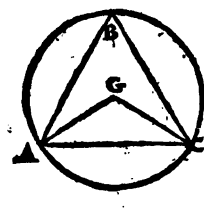
gabc & hdef *snt* ⊙ 2|2 &c.

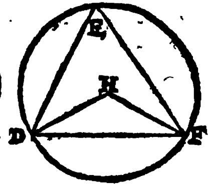
∠agc 2|2 ∠dhf,

u, ∠abc 2|2 ∠def.









Req. à demonstrer.

◡ ac 2|2 ◡ df,

Prepar.

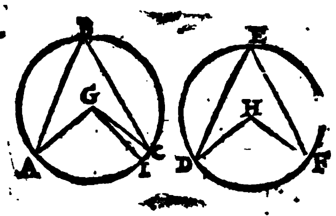
p. 1	ac & df *snt* ——.
	Demonstr.
d. 3	ga, gc, } hd, hf } *snt* 2|2 &c.
hyp.	∠agc 2|2 ∠dhf,
1	ac 2|2 df, α
10. 3	∠b 2|2 ½∠g,
10. 3	∠e 2|2 ½∠h,
7. a. 1	∠abc 2|2 def,
10. d. 3	◠ abc *sml.* ◠ def,
α. 24. 3	◠ abc 2|2 ◠ def, β
hyp.	⊙abc 2|2 ⊙def,
β. 3. a. 1 concl.	◡ac 2|2 ◡df,
f. 24. 3	◡ ac 2|2 ◡ df.

THEOR. XXIV. PROPOS. XXVII.

Aux cercles égaux les angles appuyez sur circonferences égales sont égaux entr'eux ; soit qu'ils y soient appuyez estant constituez aux centres, ou bien estant constituez aux circonferences.

Hypoth.

gabc & hdef *snt* ⊙ 2|2 &c.
◡ ac 2|2 ◡ df.



Req. à demonstrer.

∠agc 2|2 ∠dhf,
∠abc 2|2 ∠def.

	Demonstr.	1. a. 1	◡ ai 2|2 ◡ ac,
suppos.	∠agi 2|2 ∠dhf,		*contr. 9. a. 1.*
26. 3	◡ ai 2|2 ◡ df,	1. concl. 21. a. 1.	∠agc 2|2 ∠dhf. a
hyp.	◡ ac 2|2 ◡ df,	2 concl. a 7. a. 1	∠abc 2|2 ∠def.

SCHOLIE.

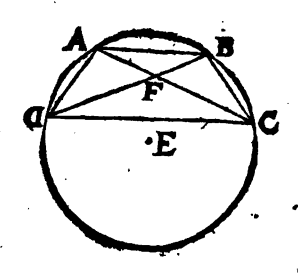
Hypoth.

edbc *est* ⊙,

◠ad 2|2 ◠bc. a

Req. à demonstr.

ab *est* ═ dc.



Preparation,

1. p. 1 | ac *est* —.

Demonstr.

a. 27. 3 | <acd 2|2 <cab,

concl. 27. 1 | ab *est* ═ dc.

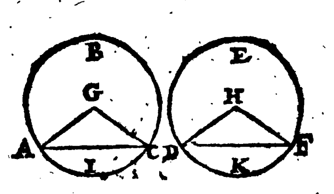
THEOR. XXV. PROPOS. XXVIII.

Aux cercles égaux, les lignes droictes égales ostent circonferences égales, sçauoir la plus grande à la plus grande, & la plus petite à la plus petite.

Hypoth.

gabc *&* hdef *sont* ⊙ 2|2 *&c.* a

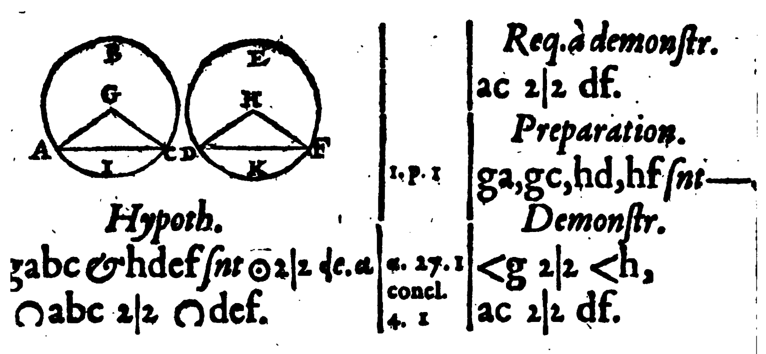
ac 2|2 df. a



Req. à demonstr.		*Demonstr.*
◠abc 2|2 ◠def,	a. 8. 1	<g 2|2 <h;
◡ aic 2|2 ◡ dkf.	1. concl.	◡ aic 2|2 ◡ dkf,
Preparation.	26. 3	◠abc 2|2 ◠def.
p. 1. |ga,gc,dh,hf *snt* —.	1 concl.	
	3. a 1	

THEOR. XXVI. PROPOS. XXIX.

Aux cercles égaux, les circonferences égales, soustendent lignes droictes égales.



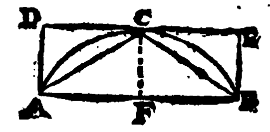
Hypoth.		*Req. à demonstr.*
gabc & hdef *snt* ⊙ 2|2 &c.		ac 2|2 df.
◠abc 2|2 ◠def.		*Preparation.*
	1. p. 1	ga,gc,hd,hf *snt* —.
		Demonstr.
	a. 27. 1 concl.	<g 2|2 <h,
	4. 1	ac 2|2 df.

En cette proposition, & aux trois precedentes, ce qui est dit des cercles égaux, doit aussi estre entendu d'vn mesme cercle; car ce sera la mesme demonstration.

PROBL. IV. PROPOS. XXX.

Coupper en deux également vne circonference donnée.

Hypoth.
acb *est* ◠ D.



Requis à faire.

⌒ac 2|2 ⌒cb.

Constr.

1. p. 1. | ab *est* —,
10. 1 | af 2|2 fb,
11. 1 | fc ⊥ ab. α
symp. | ⌒ac 2|2 ⌒cb.

Preparation.

1. p. 1 | ac & cb *snt* —;

Demonstr.

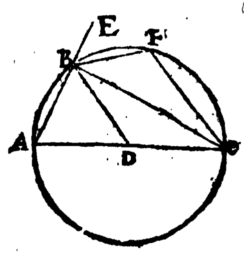
constr. | af 2|2 fb, fc *est commun.*
α12. a. 1 | ∠afc 2|2 ∠bfc,
4. 1 | ac 2|2 cb,
concl. 28. 1 | ⌒ac 2|2 ⌒cb.

THEOR. XXVII. PROPOS. XXXI.

Au cercle, l'angle qui est au demy cercle est droict: mais celuy qui est au plus grand segment est plus petit qu'vn droict; & celuy qui est au plus petit segment, est plus grand qu'vn droict. Et dauantage, l'angle du plus grand segment, est plus grand qu'vn droict; mais l'angle du plus petit segment, est plus petit qu'vn droict.

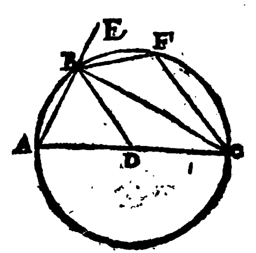
Hypoth.

dabf *est* ⊙,
adc *est diametre*,



Preparation.

arbitr. | b & f *snt* en ⌒abc,
1. p. 1 | abc, db, cb, bf, cf *snt* —;



Req. à demonstr.

∠abc *est* ⌋,
∠cab 2|3 ⌋,
cfb 3|2 ⌋,
∠ *du* ⌓ cba 3|2 ⌋,
∠ *du* ⌓ cbf 2|3 ⌋.

Demonstr.

. 1	∠dba 2|2 ∠dab,
5. 1	∠dbc 2|2 ∠dcb,
2. a. 1	∠abc 2|2 ∠dab + ∠dcb,
32. 1	∠cbe 2|2 ∠dab + ∠dcb,
1. a. 1	∠abc 2|2 ∠cbe,
1. concl. 10. d. 1	∠abc *est* ⌋,
2 concl. 1. c. 17. 1	∠cab 2|3 ⌋,
	acfb *est* 4∠,
3 concl. 2. c. 22. 3	∠bfc 3|2 ⌋,
4 concl. 9. a. 1	∠ *du* ⌓ cba 3|2 ⌋,
5. concl. 9. a. 1	∠ *du* ⌓ cbf 2|3 ⌋.

Scholie.

hyp.	af 3|2 ab,
9. a. 1	∠acf 3|2 ∠acb.

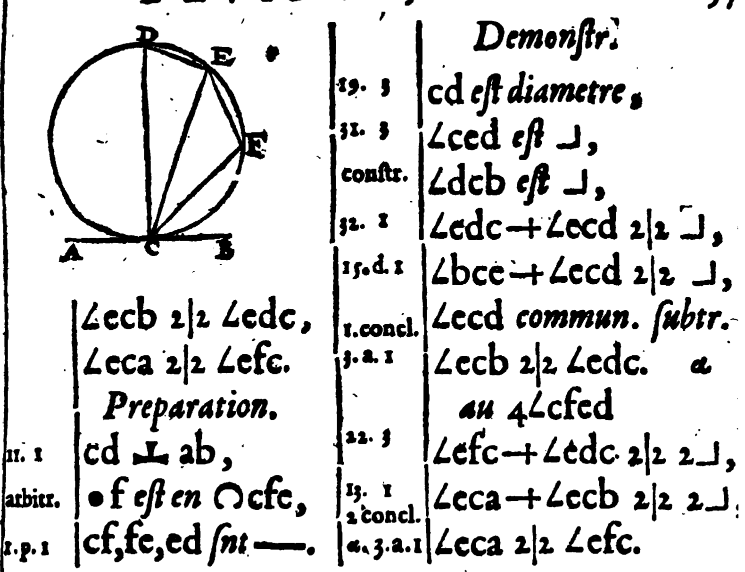
THEOR. XXVIII, PROPOS. XXXII.

Si quelque ligne droicte touche vn cercle, & de l'attouchement on mene quelque ligne droicte au cercle, le couppant; les angles qu'elle fait auec l'attouchante seront égaux aux angles qui sont aux segments alternes.

Hypoth.

cfd *est* ⊙,
ab *touche le* ⊙,
c *est* • *d'attouchement*,
ce *est* — *arbitraire*.

Req. à demonstr.



∠ecb 2|2 ∠edc,
∠eca 2|2 ∠efc.

Preparation.

11. 1 cd ⊥ ab,
arbitr. • f *est en* ◠ cfe,
1. p. 1 cf, fe, ed *sont* —.

Demonstr.

19. 3 cd *est diametre*,
31. 3 ∠ced *est* ⅃,
constr. ∠dcb *est* ⅃,
32. 1 ∠edc + ∠ecd 2|2 ⅃,
15. d. 1 ∠bce + ∠ecd 2|2 ⅃,
1. concl. ∠ecd *commun. subtr.*
3. a. 1 ∠ecb 2|2 ∠edc. *a*
au 4∠cfed
22. 3 ∠efc + ∠edc 2|2 2⅃,
13. 1 2. concl. ∠eca + ∠ecb 2|2 2⅃;
a. 3. a. 1 ∠eca 2|2 ∠efc.

PROBL. V. PROPOS. XXXIII

Sur vne ligne droicte donnée, descrire vn segment de cercle, lequel reçoiue vn angle égal à vn angle rectiligne donné.

Hypoth.

ab *est* — D. c *est* ∠D.

Req. à faire.

◚ aieb *capable*. ∠c

Constr.

23. 1 ∠bad 2|2 ∠c,
11. 1 ae ⊥ hd,
32. 1 ∠abf 2|2 ∠baf,
3. p. 1 faib *est* ⊙,

mp. | aib *eſt* ◠ *req.*

Demonſtration.

16.3 | had *touche le* ⊙,

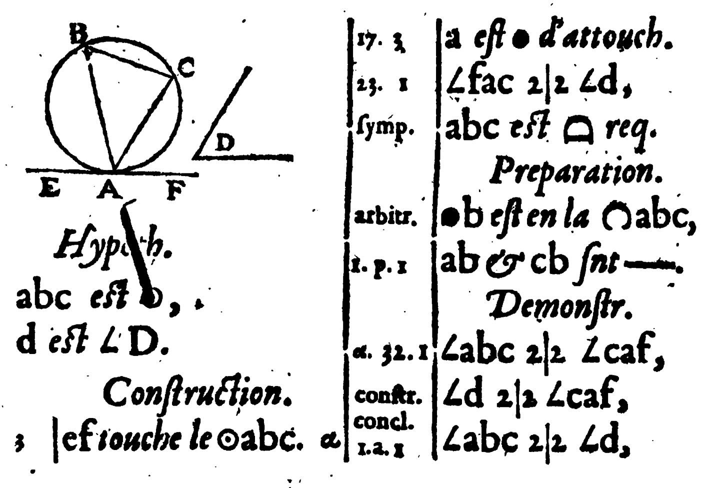
. 3 | ∠aib 2|2 ∠bad,

nſtr. | ∠c 2|2 ∠bad,

ncl. a.1 | ∠aib 2|2 ∠c.

PROBL. VI. PROPOS. XXXIV.

D'vn cercle donné, retrancher vn ſegment, qui çoiue vn angle égal à vn angle rectiligne onné.



Hypoth.

abc *eſt* ⊙,

d *eſt* ∠D.

Conſtruction.

. 3 | ef *touche le* ⊙abc. a

17.3 | a *eſt* ● *d'attouch.* a

23.1 | ∠fac 2|2 ∠d,

ſymp. | abc *eſt* ◠ *req.*

Preparation.

arbitr. | ●b *eſt en la* ◠abc,

1.p.1 | ab & cb *ſnt* —.

Demonſtr.

a.32.1 | ∠abc 2|2 ∠caf,

conſtr. | ∠d 2|2 ∠caf,

concl. 1.a.1 | ∠abc 2|2 ∠d,

THEOR. XXIX. PROPOS. XXXV.

Si au cercle deux lignes droites ſe coupent l'vne autre; le rectangle contenu ſous les deux par-

es de l'vne, est égal au rectangle contenu sous les eux parties de l'autre.

Hypoth.

fbca *est* ⊙,
ab & dc *snt* ——.

Req. à demonstr.

▭.acb 2|2 ▭.ced.

Demonstr. du 1. cas.

suppos.	ab & cd *snt diametre,*
15. d. 1	ea, eb, ed, ec *snt* 2|2 &c.
1. concl. 3. s. 1. d. 2	▭.aeb 2|2 ▭.ced.

Demonstr. du 2. cas.

suppos.	ab *est diametre,*
suppos.	ce 2|2 ed, α
1. p. 1.	fd *est* ——,
α. 3. 3	∠fed *est* ⊥,

2. concl. s. 5. 2	▭.aeb 2|2 { □.ed ▭.ced

Demōstr. du 3. cas.

suppos.	ab *est diametre,*
suppos.	ce 3|2 ed,
12. 1	fg ⊥ cd, β
1. p. 1	fd *est* ——,
β. 3. 3	cg 2|2 gd, γ

5. 2	▭.aeb + □.fe 2|2 □.fb ⊔ □.fd. δ
β. 47. 1	□.fd 2|2 □.fg + □.gd,
γ. 5. 2	□.fg + □.gd 2|2 □.fg + ▭.ced + □.ge
47. 1	□.fg + ▭.ced + □.ge 2|2 ▭.ced + □.f
δ. 1. a. 1	▭.aeb + □.fe 2|2 ▭.ced + □.fe.
	□.fe *commun. subtr.*
3. concl. 3. a. 1	▭.aeb 2|2 ▭.ced. κ

Demonstr. du 4. cas.	d. x	▭.acb 2|2 ▭.geb,
ab *&* cd *ñ snt diamet.*	d. x	▭.dec 2|2 ▭.geh,
&2.p.1 | geh *est diametre,*	4 concl. 1. a. 1	▭.aeb 2|2 ▭.dec.

THEOR. XXX. PROPOS. XXXVI.

Si on prend quelque poinct hors le cercle, & d'iceluy tombent deux lignes droictes au cercle, l'vne desquelles couppe le cercle & l'autre le touche ; le rectangle contenu sous toute la couppante, & sa partie de dehors pris entre le poinct & la circonference conuexe, est égal au quarré de la touchante.

Hypothese.

ebc *est* ⊙, d *est* •D. db *touche le* ⊙.

Req. à demonstrer.

▭.adc 2|2 □.db.

Demonstr. du 1. cas.

.p.1 | eb *est* —,
8.3 | <ebd *est* ⊥,
5.d.1 | ec 2|2 eb,
.47.1 | □.bd + □.be 2|2 □.cd,
.2 | ▭.adc + □.ec ∟ be 2|2 □.ed,
.a.1 | □.bd + □.be 2|2 ▭.adc + □.be,
| □. be *commun. subtr.*
.concl. .a.1 | □.bd 2|2 ▭.adc.

Demonstr.

Demonstration du 2. cas.

1. p. 1 | ec & eb *snt* ——,
12. 1 | ef ⊥ da,
18. 3 | <ebd *est* ⌋, β
3. 3 | af 2|2 fe,
| □.bd + □.eb γ
β. 47. 1 | □.de
47. 1 | □.ef + □.fd
6. 2 | □.ef + ▭.adc + □.fc
47. 1 | ▭.adc + □.ec ⊔ □.eb
γ. 1. a. 1 | ▭.adc + □.eb 2|2 □.bd + □.eb,

(□.bd + □.eb, □.de, □.ef + □.fd, □.ef + ▭.adc + □.fc, ▭.adc + □.ec ⊔ □.eb *snt 2|2 &c.*)

concl. | □.eb *commun. subtr.*
3. a. 1 | ▭.adc 2|2 □.bd.

COROLL. I.

De cette proposition il est manifeste, que si de quelconque poinct pris hors le cercle, on mene plusieurs lignes droictes couppant le cercle, les rectangles compris sous chacune de toutes, & sa partie externe son égaux entr'eux.

Hypoth.

a *est* • D.
ad *touche le* ⊙.

Req. à demonstr.

▭.bac 2|2 ▭.caf.

Demonstr.

36. 3 | ▭.bac 2|2 □.ad
36. 3 | ▭.caf 2|2 □.ad,
concl. 1. a. 1 | ▭.bac 2|2 ▭.caf

COROLL. II.

Il eſt manifeſte auſſi, que ſi deux lignes droites menées d'vn meſme poinct, touchent le cercle, qu'elles ſont égales entr'elles.

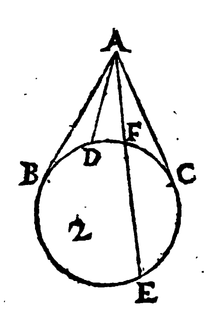
Hypoth.

ab *&* ac *touchent le* ⊙.

Req. à demonſtrer.

ab 2|2 ac.

Demonſtr.



36. 3	□.ab 2|2 ▭.eaf,
36. 3	□.ac 2|2 ▭.eaf,
1. a. 1	□.ab 2|2 □.ac,
concl. ſ. 46. 1	ab 2|2 ac.

COROLL. III.

Semblablement il eſt manifeſte, que d'vn poinct pris hors le cercle, on peut mener ſeulement deux lignes droites qui touchent le cercle.

Hypoth.

ab *&* ac *touchent le* ⊙ bdc.

Req. à demonſtrer.

ad *ne touche le* ⊙ bdc.

Demonſtr.

ſuppoſ.	ad *touche le* ⊙,
2. c. 36. 3	ab, ad, ac *ſnt* 2|2 *&c.* *contr.* 8. 3.

COROLL. IV.

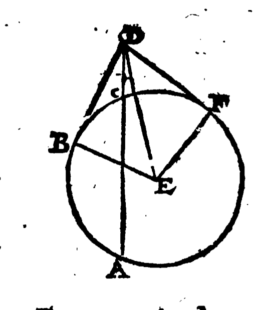
Il est finalement euident, que si deux lignes droit égales, sont menées de quelconque poinct à la circon ference conuexe, & que l'vne d'icelles touche le ce cle, l'autre aussi le touchera.

Hypoth.		*Demonstr.*
ab 2|2 ac,	suppos.	ad *touche le* ⊙bdc,
ac *touche le* ⊙bdc.	2.c.36.3	ad 2|2 ac,
Req. à demonstr.	hyp.	ab 2|2 ac,
ab *touche le* ⊙bdc.	3. a. 1	ab,ad,ac *snt* 2|2 *c*
		contr. 8. 3.

THEOR. XXXI. PROPOS. XXXVII.

Si hors le cercle on prend quelque poinct & d'iceluy poinct, tombent au cercle deux l gnes droictes, vne desquelles couppe le cercle & l'autre l'atteint : Et que le rectangle conten sous toute la couppante, & sa partie de dehor prise entre le poinct & la circonference conue xe, soit égal au quarré de l'atteignante, icell atteignante touchera le cercle.

Hypoth.	*Requis à demonstr.*
ebf *est* ⊙,	db *touche le* ⊙abf.
▭.adc 2|2 □.db.	



Preparation.

r.3 | df *touche le* ⊙abf,
p.1. | ed,eb,ef *snt* —.

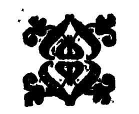
Demonstr.

?.1 | □.df 2|2 ▭.adc,

hyp. | □.db 2|2 ▭.adc,
1.a.1 | □.df 2|2 □.db,
f.46.1 | df 2|2 db,
15.d.1 | eb 2|2 ef,
| ed *est commun.*
8.1 | ∠ebd 2|2 ∠efd. *a*
18.3. | ∠efd *est* ⌋,
12.a.b | ∠ebd *est* ⌋,
c.16.3 | db *touche le* ⊙abf.

Coroll.

a.8.1 | ∠edb 2|2 ∠edf.





LE QVATRIESME LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

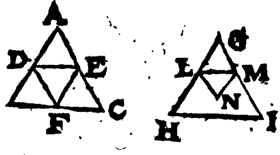
DEFINITIONS.

I.

VNE figure rectiligne est dite estre inscrit en vne figure rectiligne, quand chacun de angles de la figure inscrite, touche chacun cost de celle en laquelle elle est inscrite.

II.

Semblablement vne figure est dite estre inscrit à l'entour d'vne figure, quand chacun costé de l circonscrite, touche chacun angle, de celle à l'en tour de laquelle elle est descrite.



Comme le triangle DEF est inscrit dans le triangle ABC, à cause que chacun des angles de l'inscrit DEF touchent chacun

des costez du circonscrit ABC, & au contraire le triangle ABC est descrit à l'entour du triangle DEF, à cause que chacun des costez de celuy-là touche chacun des angles de celuy-cy: Mais le triangle LMN n'est pas inscrit dans le triangle GHI, à cause que l'angle N ne touche point le costé HI.

III.

Vne figure rectiligne est dite estre inscrite en vn cercle, quand vn chacun angle de l'inscrite, touche la circonference du cercle.

IV.

Mais vne figure rectiligne est dite estre descrite à l'entour du cercle, lors que chacun costé de la circonscrite, touche la circonference du cercle.

V.

Semblablement le cercle est dit estre inscrit en vne figure rectiligne, lors que la circonference du cercle touche chacun costé de la figure en laquelle il est inscrit.

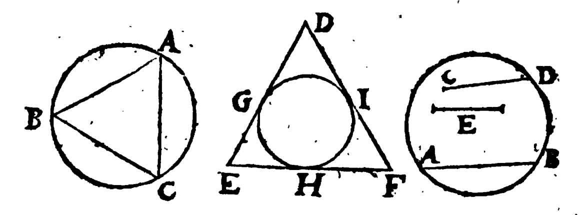
VI.

Mais vn cercle est dit estre descrit à l'entour d'vne figure, quand la circonference du cercle

touche chacun angle de la figure à l'entour de la quelle il est descrit.

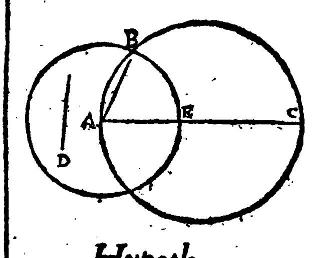
VII.

Vne ligne droicte est dite estre accommodé ou adaptée au cercle, quand les extremitez d'icell sont en la circonference du cercle.



PROBL.. I. PROPOS. I.

Au cercle donné, accommoder vne ligne droi te, égale à vne ligne droicte donnée, laquelle n soit pas plus grande que le diametre du cercle.



Hypoth.
abc *est* ⊙ D.
ac *est le diametre*,
d *est* — D.

d 2|3 ac.

Requis à faire.

accommoder ab 2|2 d, *au* ⊙ abc

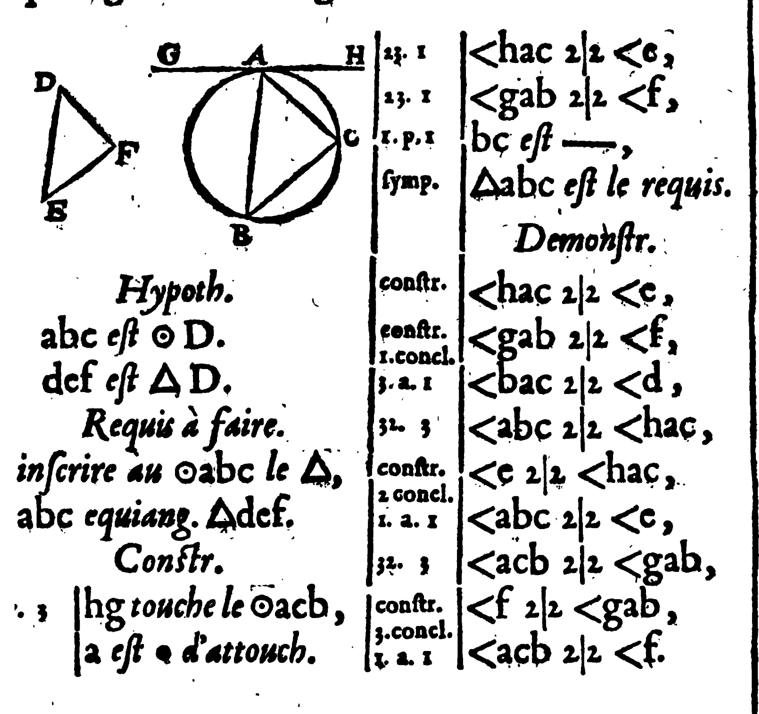
Constr.

3. 1	ac 2|2 d,
3. p. 1.	aeb *est* ⊙,
1. p. 1	ab *est* —,
symp.	ab *est le requis*.

	Demonstration.	constr. concl.	d 2|2 ac,
.d. 1	ab 2|2 ac,	1. a. 1	ab 2|2 d.

PROBL. II. PROPOS. II.

Dedans vn cercle donné, inſcrire vn triangle equiangle à vn triangle donné.



23. 1	<hac 2|2 <e,
23. 1	<gab 2|2 <f,
1. p. 1	bc *eſt* —,
ſymp.	△abc *eſt le requis.*
	Demonſtr.
conſtr.	<hac 2|2 <e,
conſtr. 1. concl.	<gab 2|2 <f,
3. a. 1	<bac 2|2 <d,
32. 3	<abc 2|2 <hac,
conſtr.	<e 2|2 <hac,
2 concl. 1. a. 1	<abc 2|2 <e,
32. 3	<acb 2|2 <gab,
conſtr.	<f 2|2 <gab,
3. concl. 1. a. 1	<acb 2|2 <f.

Hypoth.

abc *eſt* ⊙ D.

def *eſt* △ D.

Requis à faire.

inſcrire au ⊙abc *le* △, abc *equiang.* △def.

Conſtr.

. 3	hg *touche le* ⊙acb,
	a *eſt* • *d'attouch.*

PROBL. III. PROPOS. III.

A l'entour d'vn cercle donné, deſcrire vn triangle equiangle à vn triangle donné.

Hypoth.

iacb *est* ⊙ D.

def *est* △ D.

Requis à faire.

circonscrire au ⊙abc *le* △, lmn *equiangle au* △efd.

Constr.

2.p.1	gefh *est* —,
arbitr.	a *est* • *en la* ◠acb,
1.p.1.	ai *est* —,
23.1	∠aib 2|2 ∠deg,
23.1	∠bic 2|2 ∠dfh,
11.1	ln⊥ai, lm⊥ib, α
11.1	mn⊥ic, α
symp.	△lmn *est le requis.*

Demonstr.

11.d.1	aibl *est* 4∠,
α.s.32.1	∠aib + ∠l 2|2 2⌋,
13.1.	∠deg + ∠def 2|2 2⌋,
constr. 1.concl.	∠aib 2|2 ∠deg,
3.a.1	∠l 2|2 def, β
α.s.32.1	∠bic + ∠m 2|2 2⌋,
13.1	∠dfh + ∠dfe 2|2 2⌋,
constr. 2 concl.	∠bic 2|2 ∠dfh,
3 a.1	∠m 2|2 ∠dfe, γ
17.1	∠def + ∠dfe 2|3 2⌋;
βγ	∠l + ∠m 2|3 2⌋;
13.a.1	lmn *est* △,
3 concl. βγc.32.1	<n 2|2 <d,
4 concl. α.c.16.3	nl,nm,lm *touchent le* ⊙abc,
5. concl 4.d.5	△lmn *est circonscrite au* ⊙abc.

PROBL. IV. PROPOS. IV.

Dans vn triangle donné descrire vn cercle.

Hypoth. abc *est* △ D.

Requis à faire.
inscrire au △abc *le* ⊙efg..

Constr.

). 1 — <dba 2|2 <dbc,
). 1 — <dcb 2|2 <dca,
1. 3 — df ⊥ bc, α
.p.1 — dfeg *est* ⊙,
ymp. — ⊙efg *est le req.*

Prepar.

2. 1 — de ⊥ ab, α
12. 1 — dg ⊥ ac. α

Demonstr.

constr. — <dbe 2|2 <dbf,
12. a. 1 — <deb 2|2 <dfb,
bd *est commun.*
26. 1 — de 2|2 df, β
constr. — <dcb 2|2 <dca,
26. 1 — dg 2|2 df,
β. 1.a.1 — ed 2|2 dg,
c.15. d.1 — •; e,f,g *sont en la* ◠ *du* ⊙efg,
1.concl. α c.16.3 — ab,bc, ac *touchent le* ⊙efg,
2 concl. 5. d. 4 — ⊙efg *est inscrit au* △abc.

PROBL. V. PROPOS. V.

A l'entour d'vn triangle donné, descrire vn cercle.

Hypoth.

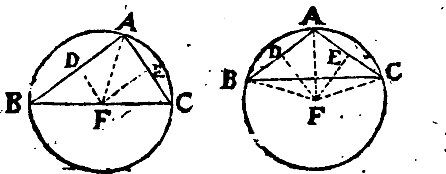
abc *est* △D.

Requis à faire.

circonscrire au △abc *le* ⊙abc.

Constr.

10. 1 — bd 2|2 da,
10. 1 — ac 2|2 ec,
11. 1 — df ⊥ ab,
11. 1 — ef ⊥ ac,



3.p.1 fa *est* —,
symp. ⊙fabc *est le req.*

Preparation.

1.p.1. fb, fc *sont* —.

Demonstr.

constr. ad 2|2 db,
fd *est commun.*
constr. <fda 2|2 <fdb,
4.1 fb 2|2 fa, α
constr. ce 2|2 ea,
fe *est commun.*
constr. <fec 2|2 <fea,
4.1 fc 2|2 fa,
α.1.a.1 fc 2|2 fb,
concl. 6.d.4 ⊙abc *est circonscri au* △abc

COROLLAIRE.

Il eſt manifeſte de cette propoſition, que ſi le triangl eſt oxygone, le centre tombera en iceluy : ſi rectangle au coſté qui ſouſtient l'angle droict : & ſi amblygon dehors.

SCHOLIE.

Par la meſme methode on pourra deſcrire vn cercle qui paſſe par trois poincts donnez A, B, C, qui ne ſoien en vne ligne droicte.

PROBL. VI. PROPOS. VI.

Dans vn cercle donné, inſcrire vn quarré.

Hypoth. eabcd *eſt* ⊙ D.

Requis à faire.

inſcrire au ⊙abcd *le* □abcd.

Conſtruction.

.p.1 | ac *eſt diametre*,

1. 1 | bcd ⊥ ac,

.p.1 | ab, bc, ad, dc *ſnt* —,

ymp. | □abcd *eſt le requis*.

Demonſtration.

onſtr. | abcd *eſt* 4<,

onſtr. | <bea, <bec, <aed, <ced *ſnt* 2|2 ¢e.

6. 3 | ⌒ab, ⌒bc, ⌒ad, ⌒dc *ſnt* 2|2 ¢e.

concl.

9. 3 | ab, bc, ad, dc *ſnt* 2|2 ¢e.

concl.

. 3 | <bad, <abc, <adc, <bcd *ſnt* ⊥,

9.d.1 | abcd *eſt* □,

concl.

d.4 | □.abc *eſt inſcrit au* ⊙abcd.

Explication par nombres:

yp.	ae ⊔ eb *eſt* 2,	9.2.1	□.ab *eſt* 8,
c.1.d.2	□.ae ⊔ □.eb *eſt* 4,	c.46.1	ab *eſt* γ.8.
7. 1	□.ab 2|2 □.ae + □.eb,		

PROBL. VII. PROPOS. VII.

A l'entour d'vn cercle donné, deſcrire vn quarré.

Hypoth. ⊙abcd *eſt* ⊙ D.

Requis à faire.

circonscrire au ⊙abc *le* □fhig.

Construction.

1. p. 1 bd *est diametre*,

11. 1 aec ⊥ bd, fbh ⊥ bd, α

11. 1 gdi ⊥ bd, α

11. 1 fag ⊥ ac, hci ⊥ ac, β

symp. □hg *est le requis.*

Demonstration.

α. 28. 1 fh, ac, gi *snt* = *le.*

β. 28. 1 fg, bd, hi *snt* = *le.*

35. d. 1 fgih *est* ◇,

1. concl.

a 2 s 29. 1 <f, <g, <h, <i *snt* ⊥,

15. d. 1 bd 2|2 ac,

2 concl.

34. 1 fg, bd, hi, fh, gi *snt* 2|2 *le.*

29. d. 1 fhig *est* □,

3. concl.

c. 16. 3 fh, hi, ig, fg *touchent le* ⊙abcd,

4 concl.

4. d. 4 □hg *est circonscrite au* ⊙abcd.

PROBL. VIII. PROPOS. VIII.

Dans vn quarré donné, inscrire vn cercle.

Hypoth.

abcd *est* □ D.

Requis à faire.

inscrire au □abcd *le* ⊙efgh.

Conſtruction.

10. 1 | ah 2|2 hd, bf 2|2 fc,
10. 1 | ae 2|2 eb, dg 2|2 gc,
1. p. 1 | hf & eg ſnt —,
3. p. 1 | iefgh eſt ⊙,
ſymp. | ⊙efgh eſt le requis.

Demonſtr.

7. a. 1 | ah, hd, bf, fc, ae, eb, dg, gc ſnt 2|2 ∢e.
33. 1 | hf ═ ab & dc, | ergo 34. 1. & 1. a. 1 | ∠; e, h, g, f ſnt ⊥;
33. 1 | eg ═ ad & bc, | | ie, ih, ig, if ſnt 2|2 ∢e.
1. f. 29. 1 | ia, id, ib, ic ſnt ▭, | concl. 5. d. 4 | ⊙efg eſt inſcrit au □bd.

PROBL. IX. PROPOS. IX.

A l'entour d'vn quarré donné, deſcrire vn cercle.

Hypoth.

abcd eſt □ D.

Req. à faire.

circōſcrire au □abcd le ⊙abcd,

Conſtr.

1. p. 1. | ac & bd ſnt —,
3. p. 1 | eabcd eſt ⊙,
ſymp. | ⊙eabcd eſt le requis.

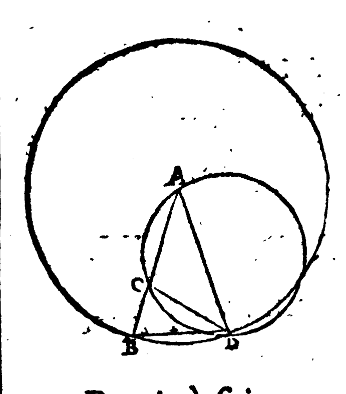
Demonſtr.

1. c. 4. 2 | <cab 2|2 <cad, <dba 2|2 <dbc,
29. d. 1 | <; dab, abc, bcd, cda ſnt ⊥;

7.a.1	<dac, <cab, <abd, <dbc, <bca, <acd, <cdb, <bda, } *ſnt* 2|2 *ꝗe.*
6.1.& 1.a.1	ea, ed, eb, ec *ſnt* 2|2 *ꝗe.*
concl. 6.d.4	⊙abcd *eſt circonſcrit au* □abcd.

PROBL. X. PROPOS. X.

Deſcrire vn triangle iſoſcele, qui ait vn chacun des angles qui ſont à la baſe, double de l'autre.



Requis à faire.

Δabd *iſoſcele*,
∠abd 2|2 2∠bad,
∠adb 2|2 2∠bad.

Conſtr.

arbitr.	ab *eſt* —,
3.p.1	abd *eſt* ⊙,
11.2	▭.abc 2|2 □.ac,
1.4	bd 2|2 ac,
1.p.1	ad *eſt* —,
ſymp.	Δabd *eſt le requis.*

Preparation.

1.p.1	dc *eſt* —,
5.4	acd *eſt* ⊙*circonſcrit au* Δacd

Demonſtr.

1.concl. 15.d.1	ab 2|2 ad,
conſtr.	▭.abc 2|2 { □.ac, ∐ □.bd,
37.3	bd *touche le* ⊙acd,
1.nota 32.3	∠cad 2|2 ∠cdb. α
5.1	∠abd 2|2 ∠adb. β
19.a.1	∠adb 2|2 ∠cdb + ∠cd

α.1.a.f | ∠cdb → ∠cda } 2|2 { ∠cad → ∠cda.

32.1 | ∠cad → ∠cda 2|2 ∠bcd,

β.1.à.1, 2.nota | ∠abd 2|2 ∠bcd,

6.1 | cd 2|2 bd & ac,

5.1 | ∠cad 2|2 ∠cda, δ

2 concl. δ.32.1 | ∠bcd & ∠cbd & ∠bda } 2|2 2∠bad.

COROLLAIRE.

Veu que les trois angles d'vn triangle sont égaux à deux droicts, il est manifeste que l'angle BAD est la cinquiesme partie de deux droicts.

PROBL. XI. PROPOS. XI.

En vn cercle donné, inscrire vn pentagone, equilateral & equiangle.

Hypoth.

abcde *est* ⊙ D.

Requis à faire.

inscrire au ⊙ abcd 5∠abcde *equilat.* & *equiang.*

Constr.

o. 4 | { Δfgh *est isoscele*, <g & <h 2|2 2<f, α

2. 4	△acd *est equiangle* △fgh.
9. 1	∠bdc 2|2 ∠bda, ∠ecd 2|2 ∠eca.
1. p. 1	ab, bc, de, ea *snt* ——,
symp.	5∠abcde *est le requis.*
	Demonstr.
2. 7. a. 1	∠cad, ∠cdb, ∠bda, ∠dce, ∠eca *snt* 2|2 de.
26. 3 1. concl.	⌒cd, ⌒de, ⌒ea, ⌒ab, ⌒bc *snt* 2|2 de.
29. 3	cd, de, ea, ab, bc *snt* 2|2 de.
2. a. 1 2 concl.	⌒bcde, ⌒cdea, ⌒deab, ⌒eabc, ⌒abcd *snt* 2|2 de.
27. 3	∠bae, ∠abc, ∠bcd, ∠cde, ∠dea *snt* 2|2 de.

COROLLAIRE.

D'icy il s'ensuit, que l'angle du pentagone equilateral & equiangle, est les trois cinquiesmes de deux droits ou les six cinquiesmes d'vn droict.

Construction de la practique.

hyp.	cadbn *est* ⊙,
1. p. 1	ab *est diametre*,
11. 1	cd ⊥ ab,
10. 1	ce 2|2 eb,
1. p. 1	ed *est* —,
3. 1	ef 2|2 ed,
1. p. 1	df *est* ——,
symp.	df *est le costé du* 5∠ *inscrit au* ⊙adbn.
	Demonstr. est au scholie 10. *du* 13.

Explication par nombres.

hyp. | cd ⊔ cb *eſt* 2,
7.a.1 | ce *eſt* 1,
47.1 | □.ed *eſt* 5,
[.46.1 | ed ⊔ ef *eſt* γ.5,
3.a.b | cf *eſt* γ.5~1,
47.1 | □.fd *eſt* 10~γ.20,
[.46.1 | fd *eſt* γ..10~γ.20.

Voyez la figure precedente.

PROBL. XII. PROPOS. XII.

A l'entour d'vn cercle donné, deſcrire vn pentagone, equilateral & equiangle.

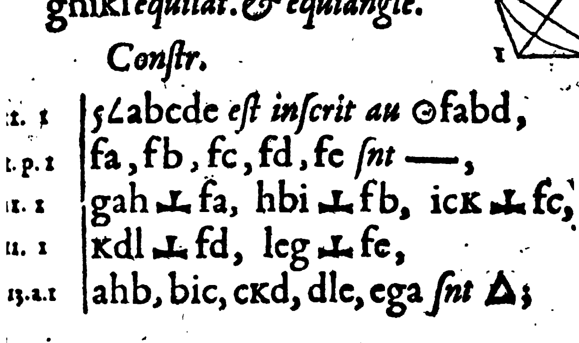
Hypoth.

fabcde *eſt* ⊙ D.

Requis à faire.

circonſcrire au ⊙abcde *le* 5∠ ghikl *equilat.* & *equiangle.*

Conſtr.



12.1 | 5∠abcde *eſt inſcrit au* ⊙fabd,
1.p.1 | fa, fb, fc, fd, fe *ſnt* —,
11.1 | gah ⊥ fa, hbi ⊥ fb, ick ⊥ fc,
11.1 | kdl ⊥ fd, leg ⊥ fe,
13.a.1 | ahb, bic, ckd, dle, ega *ſnt* △;

ſymp.	5∠ghikl *eſt le requis.*
	Prepar.
1. p. 1	fg, fh, fi, fk, fl *ſnt* —;
	Demonſtr.
1. concl. c. 16. 3	gh, hi, ik, kl, lg *touchent le* ⊙abcde,
2. c. 36. 3	ga 2|2 ge, ha 2|2 hb, ib 2|2 ic, α
2. c. 36. 3	kc 2|2 kd, ld 2|2 le, α
8. 1	∠gfa 2|2 ∠gfe, ∠hfa 2|2 ∠hfb, . β
27. 3	∠afe 2|2 ∠afb, ∠afb 2|2 ∠bfe, &c.
7. a. 1	∠gfa, ∠afh, ∠hfb, ∠bfi, ∠ifc, &c. *ſnt* 2|2 ∢e.
16. 1	ag 2|2 ah, hb 2|2 bi, δ
2 concl. α δ 2. a. 1	gh, hi, ik, kl, lg *ſnt* 2|2 ∢e.
3. concl. β. c. 32. 1	∠ahb, ∠bic, ∠ckd, ∠dle, ∠ega *ſnt* 2|2 ∢e.

COROLL.

Il s'enſuit de la demonſtration de ce probleme, que ſi dans le cercle eſt deſcrit vne figure equilaterale & equiangle, & aux extremitez des ſemidiametres, menez du centre aux angles, ſoient faites des perpendiculaires : ces perpendiculaires feront vne figure circonſcrite au cercle equilateral & equiangle, qui aura autant de coſtez & angles que l'inſcrite.

SCHOLIE.

En vne figure equilaterale & equiangle, ſi le nombre des angles eſt impair, la ligne droicte menée de quelconque angle au milieu du coſté oppoſé, diuiſe auſſi l'angle en deux parties égales : Mais ſi le nombre des

angles est pair, la ligne droicte, menée de quelconque angle à l'angle opposé, diuise l'vn & l'autre angle en parties égales.

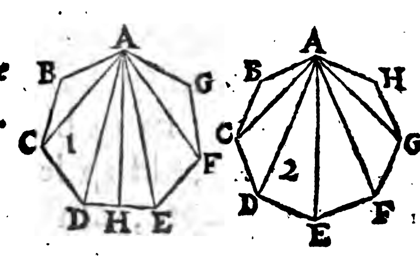
Hypoth. du 1. cas.

abcdefg *est vne figure equilat. & equiangle.*

dh 2|2 he,

Req. à demonstrer.

<hab 2|2 <hag.



Preparation.

p. 1	ac, ad, ae, af *snt* ——.
	Demonstration.
hyp.	ab, ag, bc, gf, cd, fe, de *snt* 2|2 ⟨e.
hyp.	<; abc, agf, bcd, gfe, cde, fed *snt* 2|2 ⟨e.
4. 1	ac 2|2 af, ∠bac 2|2 ∠gaf, ∠bca 2|2 ∠gfa,
3. a. 1	∠acd 2|2 ∠afe,
4. 1	ad 2|2 ae, ∠cad 2|2 ∠fae, ∠cda 2|2 ∠fea,
3. a. 1	∠adh 2|2 ∠aeh,
hyp.	dh 2|2 he,
4. 1	∠had 2|2 ∠hae,
concl. 2. a. 1	∠hab 2|2 ∠hag. α

Demonstr. du 2. cas.

d. α	∠eab 2|2 ∠eah,
d. α	∠aed 2|2 ∠aef.

PROBL. XIII. PROPOS. XIII.

En vn pentagone donné, equilateral & equiangle, inscrire vn cercle.

Hypoth.

abcde *est* 5∠ *equilat. &* *equiangle.*

Req. à faire.

inscrire au 5∠. abcde *le* ⊙ghikl.

Constr.

9. 1	∠fab 2|2 ∠fae,
9. 1	∠fba 2|2 ∠fbc,
s. 11. 4	f *est intersect.*
12. 1	fg ⊥ ab,
3 p. 1	fghikl *est* ⊙,
symp.	⊙fghikl *est le req.*

Preparation.

12. 1	fh ⊥ bc, fi ⊥ cd,
12. 1	fk ⊥ de, fl ⊥ ae
1. p. 1	fc, fd, fe *sont* —;

Demonstr.

	aux △; fba & fbc
hyp.	ba 2|2 bc,
	bf *est commun.*
constr.	∠fba 2|2 ∠fbc,
4. 1	∠fcb 2|2 ∠fab, α
hyp.	∠bcd 2|2 ∠bae,
3 a. 1	∠fcd 2|2 ∠fae, β
constr.	∠baf 2|2 ∠fae,
β. 1, a b	∠fcb 2|2 ∠fcd, γ
d. γ	∠fcd, ∠fde; ∠fde, ∠fed; ∠fea, &c. } *sont* 2|2
	aux △; fag & fal
26. 1	fg 2|2 fl,
26. 1	fh 2|2 fg, &c. β
d. β	fg, fh, fi; fk, fl } *sont* 2|2 &
concl. s. d. 4	⊙fghk *est inscri* *au* 5∠abd

COROLL.

Il s'ensuit de la demonstration de ce probleme, que deux angles prochains d'vne figure equilaterale

equiangle sont diuisez chacun en deux parties égales, & du poinct où se rencontrent les deux lignes qui diuisent les angles également soient menées des lignes droictes à tous les autres angles de la figure, tous les angles de la figure seront diuisez également.

SCHOLIE.

Par la mesme methode en toute figure equilaterale & equiangle se descrira le cercle.

PROBL. XIV. PROPOS. XIV.

A l'entour d'vn pentagone donné, equilateral & equiangle, descrire vn cercle.

Hypoth.

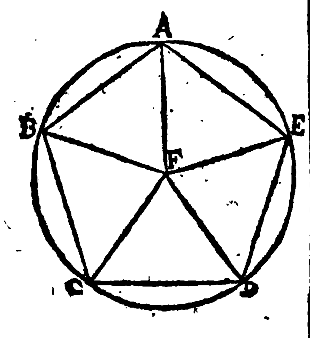
abcde *est* 5∠ *equilat. & equiangle.*

Req. à faire.

circonscrire au ⊙abcde *le* 5∠abcde.

Construction.

9. 1 | ∠fab 2|2 ∠fae,
9. 1 | ∠fba 2|2 ∠fbc,
c. 12. 4 | f *est intersect.*
3. p. 1 | fabcde *est* ⊙,
symp. | ⊙abcde *est le requis.*



Preparation.

1. p. 1 | fc, fd, fe *snt* —,

Demonstr.

hyp. | ∠eab, ∠abc, ∠bcd, ∠cde, ∠dea *snt* 2|2 de.

c.13 4 & 7.a.1 | ∠fab, ∠fba, ∠fbc, ∠fcb, ∠fcd, &c. *snt* 2|2 ∢e.

6. 1 | fa, fb, fc, fd, fe *snt* 2|2 ∢e.

concl. 6.d.4 | ⊙abcd *est circonscrit au* 5∠abcde.

SCHOLIE.

Par la mesme methode sera descrit le cercle à l'entour de quelconque figure equilaterale & equiangle.

PROBL. XV. PROPOS. XV.

En vn cercle donné, inscrire vn hexagone equilateral & equiangle.

Hypothese.

gabcdef *est* ⊙ D.

Req. à faire

inscrire au ⊙abdf, 6∠abcdef *equilat. & equiangle.*

Constr.

arbitr. | ad *est diametre*,

3.p.1 | dgce *est* ⊙,

1&2.p.1 | cgf & egb *snt* —,

1.p.1 | ab, bc, cd, de, ef, fa *snt* —,

symp. | 6∠abcde *est le requis.*

	Demonstr.	32. 1	∠dgc 2|2 $\frac{1}{3}$..2∟, α
15.d.1	△gcd *est equilat.*	d. α	∠dge 2|2 $\frac{1}{3}$..2∟, β
5.5.1	△gcd *est equiang.*	13. 1	∠egf 2|2 $\frac{1}{3}$..2∟, β

8.15.1 | ∠; fga, agb, bgc, cgd, dge, egf, } ſnt 2|2 ∢e.

6. 3 | ⌒; ab, bc, cd, de, ef, fa, } ſnt 2|2 ∢e.

concl. 9. 3 | ab, bc, cd, de, ef, fa, } ſnt 2|2 ∢e.

concl. 7. 5 | ∠; abc, bcd, cde, def, efa, fab ſnt 2|2 ∢e.

Corollaire 1.

15.d.1 | cd 2|2 dg.

Coroll. 2.

29. 3 | ace eſt △ equilat.

SCHOLIE.

Demonſtration de la practique de l'vnzieſme propoſition du premier liure, que nous auons remiſe à demonſtrer icy.

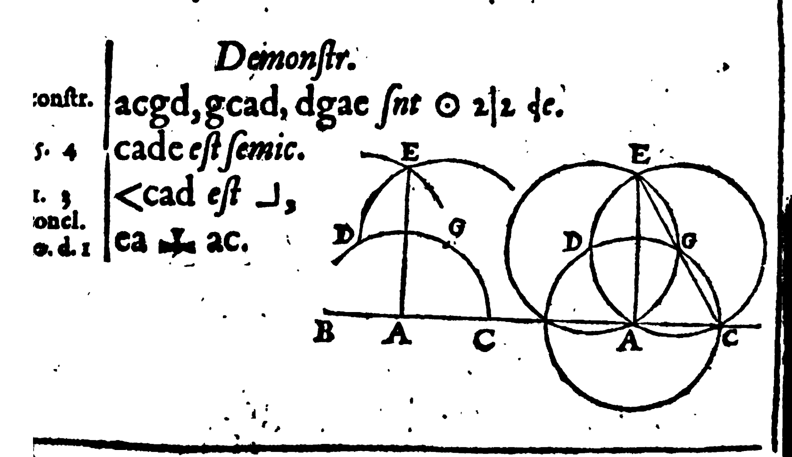
Demonſtr.

conſtr. | acgd, gcad, dgae ſnt ⊙ 2|2 ∢e.

5. 4 | cade eſt ſemic.

1. 3 | <cad eſt ⌋,

concl. 10. d. 1 | ca ⊥ ac.



PROBL. XVI. PROPOS. XVI.

En vn cercle donné, inſcrire vn quintidecagone equilateral & equiangle.

Hypoth.

aebc eſt ⊙ D.

Requis à faire.

inſcrire au ⊙ aebc *le* 15∠ *equilat.* & *equiangle.*

Conſtruction.

1. 1 | d *eſt* △ *equilat.*

2. 4 | △abc *eſt equiang.* △d,

11. 4 | aefgh *eſt* 5∠ *equilat.* & *equiangle,*

1. 4 | fb, bi, ie, &c. *ſnt* 2|2 {e.

ſymp. | eibga *eſt le* 15∠ *requis.*

Demonſtr.

conſtr. | ab, bc, ca *ſnt* 2|2 {e.

28. 3 | ⌒ab, ⌒bc, ⌒ca *ſnt* 2|2 {e.

hyp. | ⌒ab + ⌒bc + ⌒ca 2|2 15 *parties du* ⊙.

7. a. 1 | ⌒ab 2|2 5 *parties du* ⊙.

conſtr. | ae, ef, fg, gh, ha *ſnt* 2|2 {e.

28. 4 | ⌒ae, ⌒ef, ⌒fg, ⌒gh, ⌒ha *ſnt* 2|2 {e.

hyp. | ⌒ae + ⌒ef + ⌒fg + ⌒gh + ⌒ha } *ſnt* 2|2 15 *parties du* ⊙,

7.a.1	◠ae 2|2 *3 parties du* ⊙,
6.a.1	◠ae + ◠ef 2|2 *6 parties du* ⊙,
α.3.a.1	◠bf 2|2 *1 partie du* ⊙,
1.concl. constr.	15< eibgh *est equilateral*,
2 concl. 27. 3	15< eibga *est equiangle.*

Explication par nombres.

hyp.	cadp *est* ⊙,
.c.15.4	bp 2|2 bc *est* √.6∠,
.c.15 4	ap *est* √.△ *equilat.*
2. 1.	cKm ⊥ ap & gn,
onstr.	gn *est* √.5∠,
2. 1	gh ⊥ ap,
.p. 1	ag *est* —,
6. 4	ag *est* √.15∠,

3. 3	aK 2|2 kp,
3. 3	gl 2|2 ln,
hyp.	ab *est* 2000,
1. c. 15. 4	cb ⊔ bp *est* 1000,
47. 1	ap *est* 1732,
7. a. 1	aK *est* 866,
47. 1	cK *est* 500,
11. 4	gn *est* 1176,
7. a. 1	gl *est* 588,
47. 1	cl *est* 809,
3 a. 1	kl ⊔ gh *est* 309,
3. a. 1 concl.	ah *est* 278,
47. 1	ag *est* 415.

SCHOLIE I.

Les parties égales ausquelles le cercle se peut diuiser [g]eometriquement, sont contenuës aux quatre progres[si]ons suiuantes.

par la 6. 4. *&* 9. 1. *en parties* 4. 8. 16. 32. 64. 128. *&c.*
par la 15. 4. *&* 9. 1. *en parties* 3. 6. 12. 24. 48. *&c.*
par la 11. 4. *&* 9. 1. *en parties* 5. 10. 20. 40. 80. *&c.*
par la 16. 4. *&* 9. 1. *en parties* 15. 30. 60. 120. 240. *&c.*

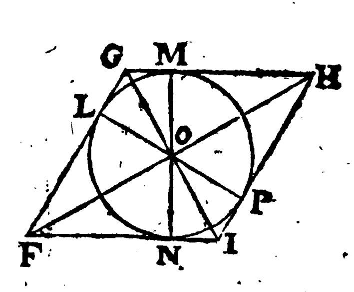
SCHOLIE II.

Toute figure equilaterale inscrite au cercle est aussi equiangle : mais toute figure equilaterale circonscrite au cercle n'est pas aussi equiangle, si le nombre de ses angles n'est impair.

Hypoth. 1.
abcde *est equilat.*
Req. à demonstr.
abcde *est equiangle.*
Demonstr.

a. 28. 3 | ⌒; ab, bc, cd, de, ea *snt* 2|2 *de.*
concl. 27. 3 | ∢; abc, bcd, cde, dea, eab *snt* 2|2 *de.*

Hypoth. 2.
fghi *est vn rhombe,*
∠fgh 3|2 ∠gfi.
Preparation.



9. 1 | ∠ogh 2|2 ∠ogf,
9. 1 | ∠ohg 2|2 ∠ohi, a
12. 1 | om, ol, on, op *snt* ⊥,

3.p.1 | oml *est* ⊙.

Requis à demonstrer.

le rhombe fghi *est circonscrit au* ⊙mlp.

Demonstr.

constr. | <ogh 2|2 <ogf,

hyp. | gh 2|2 gf.

og *est commun.*

4. 1 | <ohg 2|2 <ofg, β

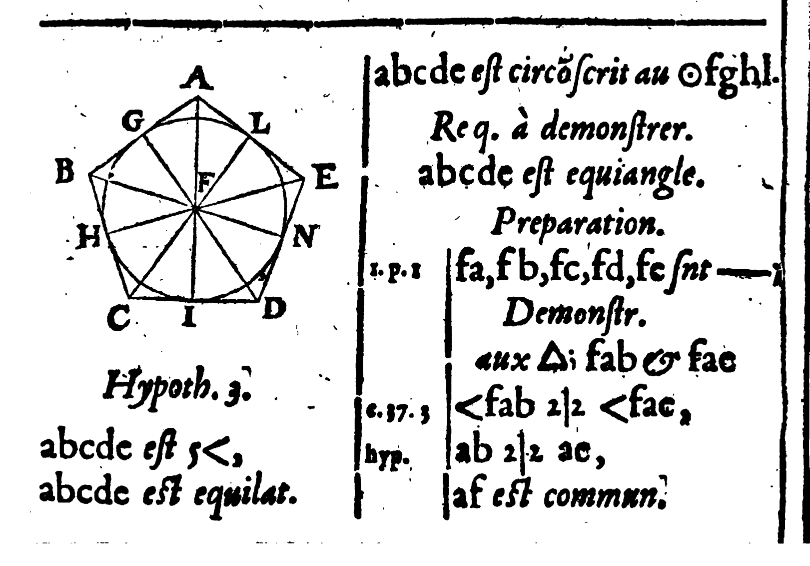
34. 3 | <ghi 2|2 <gfi, γ

αβγ | <; ofg, ohg, ohi, ofi *snt* 2|2 ∢e.

constr. | <m, <l, <n, <p *snt* ⊥;

16. 1. & 1. a. 1 | op, om, ol, on *snt* 2|2 ∢e.

concl. 4.d. 4 | *le rhombe* fghi *est circonscrit au* ⊙omlnp.



Hypoth. 3.

abcde *est* 5<,

abcde *est equilat.*

abcde *est circōscrit au* ⊙fghl.

Req. à demonstrer.

abcde *est equiangle.*

Preparation.

1.p.1 | fa, fb, fc, fd, fe *snt* —;

Demonstr.

aux △; fab *&* fac

c.37.3 | <fab 2|2 <fac,

hyp. | ab 2|2 ac,

af *est commun.*

4.1 <abf 2|2 <aef, α
c 37.3 <fbc 2|2 <fba,
c.37.3 <fed 2|2 <fea,
a 2.a.1 <abc 2|2 <aed, β

d β <bac 2|2 <bcd,
d. β <bcd 2|2 <dea,
concl.
1.a.1 abcde *eſt equiangle.*

SCHOL. III.

Par la meſme demonſtration on prouuera, que ſi le nombre des coſtez de la figure propoſée eſt pair, tous les angles diſtans d'vn nombre pair ſont égaux entre eux: par exemple, commençant par tel angle qu'on voudra le 1. 3. 5. 7. &c. ſeront égaux entr'eux: & auſſi le 2. 4. 6. 8. &c.

SCHOL. IV.

Toute figure equiangle deſcrite à l'entour du cercle, eſt auſſi equilaterale: mais toute figure equiangle inſcrite au cercle, n'eſt pas auſſi equilaterale, ſi le nombre des coſtez n'eſt impair.

Hypoth. 1.

5<abcde *eſt equiangle,*
5<abcde *eſt circonſcrit au* ⊙fghinl.

Req. à demonſtrer.

5<abcde *eſt equilateral.*

Preparation.

1.p.1. fa, fb, fc, fd, fe *ſnt* —;

Demonſtr.

hyp. | <eab, <abc, <bcd, <cde, <dea *ſnt* 2|2 &c.

c.37.3, & 7.a.1 | <fae, <fab, <fba, <fbc, <fcb, <fcd, <fdc, &c. } *ſnt* 2|2 &c. α

aux Δ; fab & fae

α | <fab 2|2 <fae,

α | <fba 2|2 <fea,

af *eſt commun.*

26.1 | ab 2|2 ae, β

concl. d. β | abcde *eſt equilateral.*

Hypoth. 2.

mopq *eſt* ⊙.

Prepar.

1.p.1 | mp *eſt diamet. arbitraire.*

arbitr. | mo 2|3 op,

&2.p.1 | oq *eſt diametre*,

1.p.1 | mq & pq *ſnt* —,

Demonſtr.

31.3 | <mop, <opq, <mqp, <omq *ſnt* ⊥;

12.a.1 | <mop, <opq, <mqp, <omq *ſnt* 2|2 &c. β

β.ſ34.1 | mopq *eſt* ◇ *equiangle.*

concl. κ.cõſtr. | mopq *n'eſt* ◇ *equilateral.*

Hypoth. 3.

5<abcde *est equiangle.*

5<abcde *est inscrit au* ⊙abcde.

Req. à demonstr.

5∠abcde *est equilat.*

Demonstr.

Voyez la figure de la 14. propos. de ce liure.

hyp. ∠abc 2|2 ∠bcd,

26. 3. ⌒aedc 2|2 ⌒baed,

⌒aed *commun subtr.*

3. a. 1 ⌒cd 2|2 ⌒ab, α β

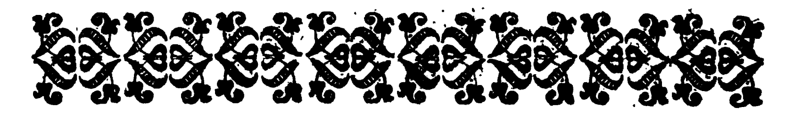
Id. α ⌒; cd, ab, ed, bc, ae *snt* 2|2 &c. γ

concl. γ abcde *est equilateral.*

SCHOL. V.

Si le nombre des angles de la figure proposée est pair, par la mesme demonstration sera demonstré que tous les costez distans d'vn nombre pair seront égaux entre eux : par exemple, commençant par tel costé qu'on voudra le 1. 3. 5. 7. &c. seront égaux entr'eux, & aussi le 2. 4. 6. 8. &c.





LE CINQUIESME LIVRE DES ELEMENTS D'EUCLIDE.

DEFINITIONS.

I.

PARTIE est vne grandeur d'vne grandeur, la plus petite de la plus grande, lors que la plus petite mesure la plus grande.

Euclide a traicté aux quatre liures precedens de la quantité continuë considerée absolument : mais aux deux suiuants, il traicte de la mesme quantité non absolument, mais en tant qu'estant comparée auec vne autre, elle a quelque raison. En ce cinquiesme liure il traicte des proportions des quantitez en general, ne les referans à aucune espece de quantité, comme à vne ligne, superficie, ou à quelque corps. Mais au sixiesme, il monstre specialement, quelle raison ont les lignes entr'elles, les angles, les cercles, les triangles, & autres figures planes. Et suiuant sa methode il definit premierement les termes dont il a besoin aux demonstrations. Or il definit en cette premiere definition la partie aliquote, qui est celle qui mesure son tout, & non la partie aliquante, qui ne mesure pas son tout ; partant selon cette definition, 4. par exemple, sera

partie

partie de 12, mais 5 qui ne mesure pas 12, s'appelle parties de 12, & non partie, comme il appert des definitions du 7. liure. Tout nombre plus petit au respect d'vn plus grand, se nomme aussi partie integrante, soit qu'il mesure, ou non.

II.

Mais multiple est la plus grande de la plus petite, quand la plus petite mesure la plus grande.

Pour la mesme raison que 4 est partie de 12, aussi 12 est multiple de 4.

SCHOLIE.

Les grandeurs equimultiples sont celles, qui sont mesurées également, chacune par sa partie.

Comme 12 & 21 sont equimultiples de 4 & 7, à cause que 4 mesure 12 autant de fois, que 7 mesure 21. Partant, si 12 & 21 sont equimultiples de 4 & 7, la consequence sera, qu'en 12 il y a autant de parties égales à 4, qu'en 21 d'égales à 7: & au contraire, si en 12 il y a autant de parties égales à 4, qu'en 21 d'égales à 7: la consequence sera, que 12 & 21 sont equimultiples de 4 & 7.

III.

Raison est vne habitude de deux grandeurs de mesme genre, comparées l'vne à l'autre selon la quantité.

En toute raison la quantité qui se refere à vne autre, est dite antecedent de la raison; mais celle-là à laquelle vne autre se refere, est dite consequent de la raison: comme en la raison de 6 à 4, l'antecedent est 6, & le consequent 4.

SCHOLIE.

Le denominateur ou quantité d'vne raison est le nombre qui se trouue en diuisant l'antecedent de la rai-

ſon par ſon conſequent: par exemple, la quantité de la raiſon de 12 à 4 eſt 3, à cauſe que ce nombre 3 monſtre combien de fois l'antecedent 12 contient ſon conſequent 4.

IV.

Mais proportion eſt vne ſimilitude de raiſons.

De la diuiſion des Raiſons & Proportions.

Raiſon eſt l'habitude de deux grandeurs.

Proportionalité ou analogie eſt vne ſimilitude de raiſons.

Proportion ſe prend en l'vne & l'autre ſignification.

La proportion geometrique, la prenant pour raiſon, ſe diuiſe en proportion rationnelle & irrationnelle.

La rationnelle eſt celle-là, laquelle peut eſtre exprimée par nombres, comme eſt la proportion de 6 à 4.

L'irrationnelle eſt celle-là, laquelle ne peut eſtre exprimée par nombres, comme eſt la proportion du diametre d'vn quarré au coſté du meſme quarré; car ceſte raiſon ne ſe peut exprimer par nombres rationaux.

La proportion ſe diuiſe auſſi en proportion d'égalité & d'inégalité.

La proportion d'égalité eſt celle qui eſt entre deux quantitez égales, comme eſt la proportion de 6 à 6.

La proportion d'inégalité eſt celle qui eſt entre deux quantitez inégales, comme eſt la proportion de 6 à 4.

La proportion d'inégalité eſt ſubdiuiſée en proportion d'inégalité majeure, & d'inégalité mineure.

La proportion d'inégalité majeure eſt quand la plus grande quantité eſt comparée à la plus petite, comme eſt la proportion de 6 à 4.

La proportion d'inégalité mineure eſt quand la moindre quantité eſt comparée à la plus grãde, comme eſt la proportion de 4 à 6.

La proportion rationnelle d'inégalité majeure eſt diuiſée en cinq genres, ſçauoir en la proportion multiple, ſuperparticuliere,

superpartiente, multiple superparticuliere, & multiple superpartiente.

Proportion multiple est vne habitude d'vne plus grande quantité à vne plus petite, quand la plus grande contient la plus petite, certain nombre de fois precisément, comme 20 à 4, qui s'appelle quintuple, & 15 à 5 triple.

La proportion superparticuliere est vne habitude d'vne plus grande quantité à vne moindre,, quand la plus grande contient la plus petite vne fois seulement, & en outre vne partie aliquote d'icelle moindre, comme est la proportion de 3 à 2, qui s'appelle sesquiseconde, & de 9 à 8 sesquioctaue.

La proportion superpartiente est l'habitude d'vne plus grande quantité à vne plus petite, quand la plus grande contient la plus petite vne fois seulement, & en outre, quelques parties aliquotes d'icelle moindre, lesquelles prises ensemble, ne font pas vne partie aliquote, comme est la proportion de 8 à 5, qui s'appelle proportion supertripartiente quintes, & 5 à 3 superbipartiente tierces.

La proportion multiple superparticuliere est l'habitude d'vne plus grande quantité à vne plus petite, quand la plus grande contient la plus petite certain nombre de fois, & en outre vne partie aliquote de la moindre, comme est la proportion de 5 à 2, qui s'appelle double sesquiseconde, & 26 à 8 triple sesquiquarte.

Finalement la proportion multiple superpartiente, est l'habitude d'vne plus grande quantité à vne moindre, quand la plus grande contient la moindre certain nombre de fois, & en outre quelques parties aliquotes de la moindre, lesquelles prises ensemble ne font pas vne partie aliquote, comme est la proportion de 8 à 3, qui s'appelle double superbipartiente tierces, & 30 à 8 triple supertripartiente quartes.

Tout ce qui a esté dit iusques icy des cinq genres des proportions rationnelles de l'inégalité majeure, doit pareillement estre entendu des cinq genres correspondans de l'inégalité mineure, apposant neantmoins tousiours ceste preposition (*sub*) qui signifie, sous, comme il a esté dit.

Or la proportion, la prenant pour proportionalité, se diuise en geometrique, arithmetique, & musique.

La proportion que definit icy Euclide, & de laquelle seulement il traicte en ce liure, est la geometrique, & y en a de deux sortes, l'vne continuë, en laquelle les quantitez entremoyennes sont prises deux fois, en sorte qu'il ne se faict aucune interruption de proportions, mais chaque quantité entremoyenne est consequente de la quantité precedente, & antecedente de la suiuante, comme si on dit, qu'il y a mesme raison de 4 à 6, que de 6 à 9. ceste proportion s'appellera continuë : mais l'autre se dit discrete ou discontinuë, en laquelle chaque quantité entremoyenne est prise vne fois seulement ; en sorte qu'il se faict interruption des proportions, & aucune quantité n'est antecedente & consequente, mais antecedente seulement, ou consequente ; comme si on dit qu'il y a mesme raison de 4 à 6, que de 10 à 15, ceste proportion sera appellée discrete ou discontinuë.

Proportion arithmetique est quand trois ou plusieurs grandeurs s'excedent également, comme

4 à 6, ainsi 6 à 8, continuë.
4 à 6, ainsi 20 à 22, discrete.

La proportion musique ou harmonique est, quand de trois grandeurs la premiere est à la seconde, comme la difference de la premiere & seconde à la difference de la seconde & troisiesme ; comme 3, 4, 6, sont en proportion musique, à cause qu'il y a mesme proportion du premier nombre 3, au troisiesme 6, que de la difference du premier & second, qui est 1, à la difference du second & troisiesme, qui est 2.

La progression geometrique est vne suite de plusieurs grandeurs qui s'excedent en mesme raison, comme il appert en ces nombres.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. &c. ou, 1 3. 9. 27 81. 243 729. &c.

La progression arithmetique est vne suite de plusieurs grandeurs qui s'excedent également, comme il appert en ces nombres,

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. &c. ou, 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. &c.

V.

Les grandeurs sont dites auoir raison l'vne à l'autre, lesquelles estans multipliées, se peuuent exceder l'vne l'autre.

VI.

Les grandeurs sont dites estre en mesme raison, la premiere à la seconde,& la troisiesme à la quatriesme, quand les equimultiples de la premiere & de la troisiesme, aux equimultiples de la seconde & de la quatriesme, par quelque multiplication que ce soit, ou defaillent ensemble, ou ensemble sont égaux, ou excedent ensemble vn chacun à vn chacun, si on prend ceux-là qui s'entre respondent.

Cette 6. definition se peut aussi énoncer ainsi.

Si les equimultiples des antecedens au respect des equimultiples des consequens, ne peuuent estre dissemblables, les antecedens auront mesme proportion à leurs consequens.

La conuerse de cette 6. definition se peut énoncer ainsi.

Si les antecedens ont mesme proportion à leurs consequens, leurs equimultiples ne pourront estre dissemblables au respect des equimultiples des consequens.

E. 28	A. 4 —	B. 6	G. 18
F. 70	C. 10 —	D. 15	H. 45

De cette 6. definition est manifeste, que la cognoissance de la similitude des raisons depend de la cognoissance de la similitude des equimultiples des antecedens au respect des equimultiples des consequens. Par exemple, pour demonstrer que les antecedens A 4 & C 10, aux consequens B 6 & D 15, ont mesme proportion, il

faudroit prouuer que les equimultiples des antecedens E 28 & F 70, au respect des equimultiples des consequens G 18 & H 45, ne peuuent estre dissemblables : c'est à dire, que si E excede G, F ne pourra pas estre égal ny moindre que H. Et à cause qu'on ne peut prouuer, sans vne hypothese concedée, que les equimultiples E & F au respect des equimultiples G & H, ne peussent estre dissemblables : on ne pourra pas aussi demonstrer, sans hypothese, qu'il y a mesme proportion de A à B, que de C à D.

Que si par hypothese, les antecedens A & C ont mesme proportion à leurs consequens B & D, la consequence seroit, que les equimultiples des antecedens E & F, au respect des equimultiples des consequens G & H, ne pourroient estre dissemblables : Car si les equimultiples E & F pouuoient estre dissemblables (c'est à dire, l'vn excedant l'equimultiple de son consequent, & l'autre égal ou moindre que l'equimultiple de son consequent) il seroit manifeste par la 8. definition, qu'il n'y auroit pas mesme raison de A à B, que de C à D, ce qui repugne à l'hypothese.

La note par laquelle s'exprime la similitude des equimultiples des antecedens, est celle-cy :

e	2, 3, 4	3. g.
f	2, 3, 4	3. h.

De laquelle note, G & H, qui sont les equimultiples des consequens, ont chaçun 3 : & E & F, qui sont les equimultiples des antecedens, ont chacun 2, ou 3, ou 4 : pour monstrer qu'ils sont ou ensemble plus petits que G & H : ou ensemble égaux à G & H : ou ensemble plus grands que G & H. Laquelle similitude des equimultiples E & F, nous ne pouuons pas prouuer icy ; mais aux demonstrations, la citation donnera à cognoistre, que les equimultiples E & F au respect des equimultiples G & H, ne pourront estre dissemblables.

VII.

Les grandeurs qui ont mesme raison, soient appellées proportionnelles.

VIII.

Mais quand des equimultiples, le multiple de la

premiere grandeur excedera celuy de la seconde, mais le multiple de la troisiesme grandeur n'excedera pas celuy de la quatriesme ; alors la premiere grandeur sera dite auoir plus grande raison à la seconde, que la troisiesme à la quatriesme.

E, 30.	A, 6.	B, 4.	G, 28.
F, 60.	C, 12.	D, 9.	H, 63.

hyp. | e *multiple de* a 2|2 f *multiple de* c,
hyp. | g *multiple de* b 2|2 h *multiple de* d.
hyp. | e *est* 3|2 g, f *est* 2|3 h,
8.d.5 | a π b 3|2 c π d,

La conuerse de la 8. definition est, que si A a plus grande raison à B, que C à D : qu'il est possible que l'equimultiple de A excede l'equimultiple de B, & que l'equimultiple de C n'excede pas l'equimultiple de D.

IX.

La proportion ne peut estre constituée en moins de trois termes.

La raison a deux termes, la proportion ou proportionalité deux raisons ; que si elle est continuë, il y aura trois termes ; mais si elle n'est continuë, il y aura quatre termes.

X.

Quand il y a trois grandeurs proportionnelles, la premiere à la troisiesme est dite auoir la raison doublée de la premiere à la seconde : mais quand

Demonstr.

hyp. | <eab, <abc, <bcd, <cde, <dea *snt* 2|2 *&c.*

:.37.3, & 7.a.1 | <fae, <fab, <fba, <fbc } <fcb, <fcd, <fdc, &c. } *snt* 2|2 *&c.* α

aux △; fab *&* fae

α | <fab 2|2 <fae,

α | <fba 2|2 <fea,

af *est commun.*

26. 1 | ab 2|2 ae, β

concl. 1. β | abcde *est equilateral.*

Hypoth. 2.

mopq *est* ⊙.

Prepar.

.p.1 | mp *est diamet. arbitraire.*

arbitr. | mo 2|3 op,

&2.p.1 | oq *est diametre*,

.p.1 | mq *&* pq *snt* ——;

Demonstr.

1. 3 | <mop, <opq, <mqp, <omq *snt* ⊥;

2. a.1 | <mop, <opq, <mqp, <omq *snt* 2|2 *&c.* β

3.f34.1 | mopq *est* ◊ *equiangle.*

concl. a.cõstr. | mopq *n'est* ◊ *equilateral.*

Hypoth. 3.

5< abcde *est equiangle.*

5< abcde *est inscrit au* ⊙abcde.

Req. à demonstr.

5∠ abcde *est equilat.*

Demonstr.

Voyez la figure de la 14. propos. de ce liure.

hyp. ∠abc 2|2 ∠bcd,

16. 3. ⌒aedc 2|2 ⌒baed,

⌒aed *commun subtr.*

3. a. 1 ⌒cd 2|2 ⌒ab, α β

ß. α conel. ⌒; cd, ab, ed, bc, ae *sont* 2|2 &c. γ

γ abcde *est equilateral.*

SCHOL. V.

Si le nombre des angles de la figure proposée est pair, par la mesme demonstration sera demonstré que tous les costez distans d'vn nombre pair seront égaux entre eux: par exemple, commençant par tel costé qu'on voudra le 1. 3. 5. 7. &c. seront égaux entr'eux, & aussi le 2. 4. 6. 8. &c.





LE CINQVIESME LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.

I.

PARTIE est vne grandeur d'vne grandeur, la plus petite de la plus grande, lors que la plus petite mesure la plus grande.

Euclide a traicté aux quatre liures precedens de la quantité continuë considerée absolument : mais aux deux suiuants, il traicte di à mesme quantité non absolument, mais en tant qu'estant com parée auec vne autre, elle a quelque raison. En ce cinquiesme li ure il traicte des proportions des quantitez en general, ne les refe ans à aucune espece de quantité, comme à vne ligne, superficie ou à quelque corps. Mais au sixiesme, il monstre specialement quelle raison ont les lignes entr'elles, les angles, les cercles, le riangles, & autres figures planes. Et suiuant sa methode il defini premierement les termes dont il a besoin aux demonstrations. O l definit en cette premiere definition la partie aliquote, qui es celle qui mesure son tout, & non la partie aliquante, qui ne mesur pas son tout ; partant selon cette definition, 4. par exemple, sera parti

partie de 12, mais 5 qui ne mesure pas 12, s'appelle parties de 12 & non partie, comme il appert des definitions du 7. liure. Tout nombre plus petit au respect d'vn plus grand, se nomme aussi partie integrante, soit qu'il mesure, ou non.

II.

Mais multiple est la plus grande de la plus petite, quand la plus petite mesure la plus grande.

Pour la mesme raison que 4 est partie de 12, aussi 12 est multiple de 4.

SCHOLIE.

Les grandeurs equimultiples sont celles, qui sont mesurées également, chacune par sa partie.

Comme 12 & 21 sont equimultiples de 4 & 7, à cause que 4 mesure 12 autant de fois, que 7 mesure 21. Partant, si 12 & 21 sont equimultiples de 4 & 7, la consequence sera, qu'en 12 il y a autant de parties égales à 4, qu'en 21 d'égales à 7: & au contraire, si en 12 il y a autant de parties égales à 4, qu'en 21 d'égales à 7: la consequence sera, que 12 & 21 sont equimultiples de 4 & 7.

III.

Raison est vne habitude de deux grandeurs de mesme genre, comparées l'vne à l'autre selon la quantité.

En toute raison la quantité qui se refere à vne autre, est dite antecedent de la raison; mais celle-là à laquelle vne autre se refere, est dite consequent de la raison: comme en la raison de 6 à 4, l'antecedent est 6, & le consequent 4.

SCHOLIE.

Le denominateur ou quantité d'vne raison est le nombre qui se trouue en diuisant l'antecedent de la rai-

A, 9. B, 4. C, 8. D, 8.

ıyp. |a π b 2|2 c π d, |1.c.17.5 |b π a~b 2|2 d π c~d.
9 4 18 8 4 5 8 10

SCHOLIE II.

Diuision de raison contraire, est prendre l'antecedent pour le comparer à l'excez par lequel le consequent surpasse l'antecedent.

A, 4. B, 6. C, 8. D, 12.

ıyp. |a π b 2|2 c π d, |2.c.17.5 |a π b~a 2|2 c π d~c.
4 6 8 12 4 2 8 4

SCHOLIE III.

Diuision de raison inuersement contraire, est prendre l'excez par lequel le consequent surpasse l'antecedent, pour le comparer au mesme antecedent.

A, 4. B, 6. C, 8. D, 12.

yp. |a π b 2|2 c π d, |3.c.17.d 5|b~a π a 2|2 d~c π c.
4 6 8 12 2 4 4 8

XVI.

Conuersion de raison est, prendre l'antecedent pour le comparer à l'excez, par lequel l'antecedent surpasse le mesme consequent.

A, 6. B, 4. C, 12. D, 8.

yp. |a π b 2|2 c π d, |c.19.5 |a π a~b 2|2 c π c~d.
6 4 12 8 6 2 12 4

XVII.

Raiſon égale ou d'égalité, eſt quand il y a pluſieurs grandeurs, & d'autres égales à icelles en multitude, qui ſoient priſes deux à deux, & en meſme raiſon : & que, comme aux premieres grandeurs la premiere eſt à la derniere, ainſi aux ſecondes grandeurs la premiere eſt à la derniere : autrement, c'eſt prendre les extrémes par la ſouſtraction des moyennes.

XVIII.

Proportion ordonnée eſt lors que, comme l'antecedent eſt au conſequent, ainſi l'antecedent eſt au conſequent : & comme le conſequent eſt à quelque autre, ainſi le conſequent eſt auſſi à quelque autre.

A,4. B,6. C,12. D,8. E,10. F,15. G,30. H,20.

hyp.	a π b 2|2 e π f,	hyp.	c π d 2|2 g π h,
hyp.	b π c 2|2 f π g,	22. 5	a π d 2|2 e π h.

XIX.

Proportion perturbée eſt, lors que trois grandeurs ſont poſées d'vne part, & d'autres égales en multitude à icelles, & comme aux premieres grandeurs l'antecedent eſt au conſequent, ainſi aux ſecondes grandeurs l'antecedent eſt au conſe-

quent: mais comme aux premieres grandeurs le conſequent eſt à quelque autre, ainſi aux ſecondes grandeurs quelqu'autre eſt à l'antecedent.

A, 4. B, 6. C, 3. E, 20. F, 10. G, 15.

hyp. | a π b 2|2 f π g, b π c 2|2 e π f, | 23. 5 | a π c 2|2 e π g.

A ces 19. definitions d'Euclide, i'adiouſteray la definition & l'axiome qui ſuiuent.

XX.

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, la raiſon de la premiere à la derniere eſt compoſée des raiſons de la premiere à la ſeconde, & de la ſeconde à la troiſieſme, & de la troiſieſme à la quatrieſme; & ainſi d'ordre iuſques à ce que la proportion ſoit acheuée.

Par la dixieſme definition, la raiſon des extremes contient toutes les raiſons entremoyennes, pourueu qu'elles ſoient égales entr'elles: mais par celle-cy, la raiſon des extremes contient toutes les raiſons entremoyennes, encore qu'elles ne ſoient pas égales entr'elles.

A, 24. B, 12. C, 8. D, 6.

hyp. | a, b, c, d *ſnt magnitud. propoſ.*

10. d. 5 | *raõ*.. a π c 2|2 *raõ*.. a π b + *raõ*.. b π c,

10. d. 5 | *raõ*.. a π d 2|2 *raõ*.. a π b + *raõ*.. b π c + *raõ*.. c π d.

AXIOME.

Les equimultiples à vne meſme multiple, ſont auſſi equimultiples entr'elles.

A, 12. B, 4. E, 15. F, 5.
C, 21. D, 7.

hyp.	a *multipl..* b 2|2 e *multipl..* f.
hyp.	c *multipl..* d 2|2 e *multipl..* f,
a. 5	a *multipl..* b 2|2 c *multipl..* d.

THEOR. I. PROPOS. I.

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra equimultiples d'autant d'autres grandeurs, chacune de la sienne; comme l'vne des grandeurs sera multiple d'vne; ainsi les toutes seront multiples des toutes.

Hypoth.

ab *multipl..* | e,
cd *multipl..* | f.

A G H B E
C I K D F

Req. à demonstrer.

ab *multipl..* e 2|2 ab+cd *multipl..* e+f.

Demonstr.

hyp.	e, ag, gh, hb *snt* 2|2 *&c.*
hyp.	f, ci, ik, kd *snt* 2|2 *&c.*
a. hyp.	*multd..part..*ab 2|2 *multd..part..*cd,
1. a 1	e+f, ag+ci, gh+ik, hb+kd *snt* 2|2 *&c.*

Partant, puis que AB contient E, autant de fois qu'il y a de parties en AB, égales à E: & que la composée de AB & CD contient

aussi la composée de E & F, autant de fois qu'il y a de parties en AB égales à E : il est manifeste, que la composée de AB & CD, contient la composée de E & F, autant de fois que AB contient E : ce qu'il falloit demonstrer.

THEOR. II. PROPOS. II.

Si la premiere est autant multiple de la seconde, que la troisiesme l'est de la quatriesme, & que la cinquiesme soit aussi autant multiple de la seconde que la sixiesme l'est de la quatriesme ; la composée de la premiere, & de la cinquiesme, sera autant multiple de la seconde que la composée de la troisiesme & de la sixiesme l'est de la quatriesme.

Hypoth.

ab *multipl..* c 2|2 de *multipl..* f, α
bg *multipl..* c 2|2 eh *multipl..* f, β

Requis à demonstr.

ag *multipl..* c 2|2 dh *multipl..* f.

Demonstr.

.hyp.	*multd..part..* ab 2|2 *multd..part..* de,
.hyp.	*multd..part..* bg 2|2 *multd..part..* eh,
.a. 1	*multd..part..* ag 2|2 *multd..part..* dh,
2. d. 5	ag *multipl..* c 2|2 dh *multipl..* f.

Cette demonstration est manifeste du 2. ax. du 1. car si aux multitudes égales AB & DE on adiouste multitudes égales BG & E H, les multitudes AG & DH seront égales entr'elles : ce qu'il falloit demonstrer.

THEOR. III. PROPOS. III.

Si la premiere est autant multiple de la seconde, comme la troisiesme l'est de la quatriesme, & on prend les equimultiples de la premiere & de la troisiesme : en raison égale, la multiple de la premiere sera autant multiple de la seconde, que la multiple de la troisiesme le sera de la quatriesme.

Hypoth.

a *multipl..* b 2|2 c *multipl..* d,
ei *multipl..* a 2|2 fm *multipl..* c, α

Req. à demonstrer.

ei *multipl..* b 2|2 fm *multipl..* d.

Demonstr.

hyp. | a, eg, gh, hi *snt* 2|2 ꝗe.
hyp. | c, fk, kl, lm *snt* 2|2 ꝗe.
a.12.d5 | *multd..part..* ei 2|2 *multd..part..* mf,
hyp. | eg ⊔ a *multipl..* b 2|2 fk ⊔ c *multipl..* d,
hyp. nota | gh ⊔ a *multipl..* b 2|2 kl ⊔ c *multipl..* d,
1.5 | eh *multipl..* b 2|2 fl *multipl..* d. β
hyp. | hi ⊔ a *multipl..* b 2|2 lm ⊔ c *multipl..* d,
concl. β. 2.5 | ei *multipl..* b 2|2 fm *multipl..* d.

La 2. proposition du 5. s'applique à cette demonstration ainsi.

La premiere EG est autant multiple de la 2 B, que la 3 FK est multiple de la 4 D : & la 5 GH est autant multiple de la 2 B, que la 6 KL

est multiple de la 4 D : partant par la 2 du 5, E H, composée de la premiere & 5, sera autant multiple de la 2 B, que F L, composée de la 3 & 6, est multiple de la 4 D. Pareillement, la premiere E H est autant multiple de la 2 B, que la 3 F L est multiple de la 4 D : & la 5 H I est autant multiple de la 2 B, que la 6 L M est multiple de la 4 D : par consequent, par la 2 du 5, E I composée de la premiere & 5, sera autant multiple de la 2 B, que F M, composée de la 3 & 6, est multiple de la 4 D : ce qu'il falloit demonstrer.

THEOR. IV. PROPOS. IV.

Si la premiere a mesme raison à la seconde, que la troisiesme à la quatriesme, aussi les equimultiples de la premiere & de la troisiesme auront mesme raison aux equimultiples de la seconde & de la quatriesme, selon quelque multiplication que ce soit, si elles sont prises ainsi qu'elles s'entre respondent.



Hypoth.

a π b 2|2 c π d,

e *multipl..* a 2|2 f *multipl..* c,

g *multipl..* b 2|2 h *multipl..* d.

Requis à demonstrer.

e π g 2|2 f π h.

Preparation.

3. 1 | i *multipl..* e 2|2 k *multipl..* f. α

3. 1 | l *multipl..* g 2|2 m *multipl..* h. α

Demonstr.

3. 5 | i *multipl..* a 2|2 k *multipl..* c,

3. 5	l *multipl..* b 2|2 m *multipl..* d,
hyp.	a π b 2|2 c π d,
3.6.d.5	i, 2, 3, 4 | 3, l,
	K, 2, 3, 4 | 3, m,
concl. 6.d.5	e π g 2|2 f π h.

En cette demonstration I & K ne peuuent estre dissemblables au respect de L & M, à cause qu'elles sont equimultiples des antecedens A & C, qui ont mesme raison à leurs consequens B & D : Et parce que I & K ne peuuent estre dissemblables au respect de L & M, & qu'elles sont equimultiples de E & F, il y aura mesme raison de E à G, que de F à H : ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE.

Par cette demonstration est manifeste la preuue de la raison inuerse.

Hypothese.

a π b 2|2 c π d. α

Req. à demonstrer.

b π a 2|2 d π c.

Preparation.

3. 1	e *multipl..* | a,
3. 1	f *multipl..* | c,
3. 1	g *multipl..* | b,
3. 1	h *multipl..* | d.

Demonstr.

α. 6. d. 5	e, 2, 3, 4 | 3, g,
	f, 2, 3, 4 | 3, h, β
β	g, 2, 3, 4 | 3, e,
	h, 2, 3, 4 | 3, f,
concl. 6.d.5	b π a 2|2 d π c.

THEOR. V. PROPOS. V.

Si vne grandeur est autant multiple d'vne grandeur, que la retranchée l'est de la retranchée ; aussi

le reste sera autant multiple du reste, comme la toute l'est de la toute.

Hypoth.

ab *multipl..* cd 2|2 ae *multipl..* cf.

Req. à demonstrer.

eb *multipl..* fd 2|2 ab *multipl..* cd, II ae *multipl..* cf.

Demonstr.

suppos. | ga *multipl..* fd 2|2 ab *multipl..* cd, II ae *multipl..* cf,
1. 5 | ge *multipl..* cd 2|2 ae *multipl..* cf,
hyp. | ab *multipl..* cd 2|2 ae *multipl..* cf,
a. 5 | ge *multipl..* cd 2|2 ab *multipl..* cd,
6. a. 1 | ge 2|2 ab,
| ae *commun. subtr.*
3. a. 1 | ga 2|2 eb,
concl. 6. a. d | eb *multipl..* fd 2|2 ga *multipl..* fd, II ab *multipl..* cd

En ceste demonstration GE & AB sont égales entr'elles, à cause que chacune d'icelles contient CD, autant de fois que AE contient CF.

THEOR. VI. PROPOS. VI.

Si deux grandeurs sont equimultiples de deux autres grandeurs, & quelques retranchées d'icelles soient equimultiples des mesmes grandeurs, ou les restes seront égaux aux mesmes, ou equimultiples d'icelles.

Hypoth.

ab *multipl..* e 2|2 cd *multipl..* f.
ag *multipl..* e 2|2 ch *multipl..* f.

Req. à demonstrer.

gb 2|2 e, & hd 2|2 f,
u, gb *multipl..* e 2|2 hd *multipl..* f.

Demonstr.

ſ.2.d.5	*multd..part..* ab 2|2 *multd..part..* cd,
ſ.2.d.5	*multd..part..* ag 2|2 *multd..part..* ch,
3.a.1	*multd..part..* gb 2|2 *multd..part..* hd,
concl. ergo	u, gb 2|2 e, & hd 2|2 f,
3.a.1	u, gb *multipl..* e 2|2 hd *multipl..* f.

Ceste demonſtration eſt manifeſte du 3. ax. 1. car ſi des multitudes égales AB & CD, on oſte multitudes égales AG & CH, par le 3. ax. du 1. les reſtes GB & HD ſeront multitudes égales : ce qu'il falloit demonſtrer.

THEOR. VII. PROPOS. VII.

Les grandeurs égales ont meſme raiſon à vne meſme grandeur, & vne meſme grandeur a meſme raiſon aux égales.

hyp. | a 2|2 b.

Req. à demonſtr.

a π c 2|2 b π c,
c π a 2|2 c π b.

Prepar.

3. 1	d *multipl..* | a,
	e *multipl..* | b,
3. 1	f *multipl..* c.

Demonstr.

6. a. 1	d 2|2 e,
1. a. d	d, 2, 3, 4 | 3, f,
1. concl.	e, 2, 3, 4 | 3, f,
6. d. 5	a π c 2|2 b π c,
2 concl. c. 4. 5	c π a 2|2 c π b,

Ceste proposition est de soy manifeste, neantmoins pour la demonstrer par la 6. definition du 5, on dira que D & E, equimultiples des antecedens A & B, à cause qu'elles sont égales entr'elles, ne peuuent estre dissemblables au respect de F, qui est l'equimultiple des consequens C : & que par consequent, par la 6. definition du 5. il y a mesme raison de l'antecedent A au consequent C, que de l'antecedent B au mesme consequent C : ce qu'il falloit demonstrer.

SCHOLIE.

Si au lieu de l'equimultiple F on prend deux equimultiples, on demonstrera par la mesme methode que les grandeurs égales ont mesme raison à d'autres grandeurs égales.

THEOR. VIII. PROPOS. VIII.

Des grandeurs inégales, la plus grande a plus grande raison à vne mesme que la plus petite : Et vne mesme grandeur a plus grande raison à la plus petite grandeur qu'à la plus grande.

Hypoth.

ab 3|2 c.

Req. à demonstr.

raõ..ab π d 3|2 *raõ*..c π d,
raõ..d π c 3|2 *raõ*..d π ab.

Preparation.

3. 1 | ac 2|2 c,
3. 1 | hg *multipl*..ae ⊔ c 2|2 gf *multipl*..eb,
4. p. 1 | hg 3|2 d, & gf 3|2 d, α
3. 1 | ik *multipl*.. d,
α. 3. 1 | ik 3|2 hg, & ik 2|3 hf, β

Demonstr.

1. 5 | hf *multipl*..ab 2|2 hg *multipl*..ae ⊔ gf *multipl*..eb
β. cõstr. 1. concl. | hf 3|2 ik, & hg 2|3 ik,
8. d. 5 | *raõ*..ab π d 3|2 *raõ*..c π d,
β. cõstr. 2 concl. | ik 3|2 hg, & ik 2|3 hf,
8. d. 5 | *raõ*..d π c 3|2 *raõ*..d π ab.

En ceste demonstration, il est manifeste que I K, qui est multipl de D, se peut prendre en sorte, qu'elle soit plus grande que G H, & plus petite que HF. Car si, par exemple, on a pris HG plus grand que 6 D, & plus petite que 8 D, & HF plus grande que 12 D pourueu que IK n'excede 12 D, & ne soit plus petite que 8 D, ell sera plus grande que HG, & plus petite que HF.

THEOR. IX. PROPOS. IX.

Les grandeurs qui ont mesme raison à vne mes me grandeur, sont égales entr'elles : Et celles-l

ausquelles vne mesme grandeur a mesme raison, sont aussi égales entr'elles.

Hypoth. 1.
a π c 2|2 b π c.
Req. à demonstr.
a 2|2 b.

A B C

Demonstr.

suppos.	a 3|2 b,
8. 5	a π c 3|2 b π c,
	contr. hyp.

Hypoth. 2.
c π a 2|2 c π b.
Req. à demonstr.
a 2|2 b.
Demonstr.

suppos.	a 3|2 b,
8. 5	c π b 3|2 c π a,
	contr. hyp.
concl. 11. a. 1	a 2|2 b.

THEOR. X. PROPOS. X.

Des grandeurs qui ont raison à vne mesme grandeur, celle-là qui a plus grande raison, est la plus grande: Mais celle-là à laquelle vne mesme grandeur a plus grande raison, est la plus petite.

Hypoth. 1.
a π c 3|2 b π c.
Req. à demonstrer.
a 3|2 b.
Demonstr.

suppos.	a 2|2 b,
7. 5	a π c 2|2 b π c;
	contr. hyp.
suppos.	a 2|3 b,
8. 5	a π c 2|3 b π c,
	contr. hyp.

Hypoth. 2.
c π b 3|2 c π a.
Req. à demonstr.
b 2|3 a,

suppos.	b 2|2 a,

7. 5	c π a 2|2 c π b, *contr. hyp.*	8. 5	c π a 3|2 c π b, *contr. hyp.*
suppos.	b 3|2 a,		

THEOR. XI. PROPOS. XI.

Les raisons qui sont de mesme à vne mesme raison, sont aussi de mesme entr'elles.

G —— H —— I ——
A —— C —— E ——
B —— D —— F ——
K —— L —— M ——

Hypoth.			*Prepar.*	
a π b 2|2 e π f, α				
c π d 2|2 e π f. β	3.	1	g *multipl..* / h *multipl..* / i *multipl..*	a, / c, / e,
Req. à demonstrer.				
a π b 2|2 c π d.	3.	1	K *multipl..* / l *multipl..* / m *multipl..*	b, / d, / f.

Demonstration.

A cause que par l'hypothese, les raisons de A à B & de C à D son égales à la raison de E à F, par la conuerse de la 6. definition du 5. le equimultiples G & H seront semblables à l'equimultiple I, & pa consequent ne pourront estre dissemblables entr'elles; c'est à dire que si I est plus petite que M, G & H seront plus petites que K & L: mais si I est plus grande que M, G & H seront plus grandes qu K & L; d'où s'ensuit par la 6. definition du 5. que A est à B, comm C à D: ce qu'il falloit demonstrer.

THEOR. XII. PROPOS. XII.

Si tant de grandeurs qu'on voudra ſont proportionelles : comme l'vne des antecedentes ſera à l'vne des conſequentes, ainſi toutes les antecedentes ſeront à toutes les conſequentes.

G H I
A C E
B D F
K L M

Hypoth.

a π b, c π d, e π f, *ſnt raō* 2|2 &c.

Requis à demonſtrer.

a π b 2|2 a + c + e π b + d + f.

Preparation.

1 { g *multipl.*. | a, h *multipl.*. | c, i *multipl.*. | e, } | 1. 1 { k *multipl.*. | b, l *multipl.*. | d, m *multipl.*. | f. }

Demonſtr.

5 | g + h + i *multipl.*. a + c + e 2|2 g *multipl.*. a,
5 | k + l + m *multipl.*. b + d + f 2|2 k *multipl.*. b,
36.d5 | g, 2, 3, 4 | 3, k,
| h, 2, 3, 4 | 3, l,
| i. 2, 3, 4 | 3, m,
a.c | g, 2, 3, 4 | 3, k,
| g + h + i, 2, 3, 4 | 3, k + l + m,
d.5 | a π b 2|2 a + c + e π b + d + f.

En ceste demonstration G & G H I equimultiples des antecedens A & A C E, ne peuuent estre dissemblables au respect de K & K L M equimultiples des consequens B & B D F; par consequent, par la 6. definition du 5. A est à B, comme la composée de A, C, E, est à la composée de B, D, F; ce qu'il falloit demonstrer.

COROLLAIRE.

De ceste proposition est manifeste, que si à proportionaux semblables sont adjoustez proportionaux semblables, les tous sont proportionaux.

A, 6.	B, 2.	C, 9.	D, 3.
E, 15.	F, 5.	G, 3.	H, 1.
L, 21.	M, 7.	N, 12.	P, 4.

Hypoth.

a π b
c π d
e π f
g π h } *snt raõ* 2|2 *de.*

l 2|2 a + e,
m 2|2 b + f,
n 2|2 c + g,
p 2|2 d + h.

Req. à demonstr.

l π m 2|2 n π p.

Demonstr.

a. 12. 5	l π m 2|2 a π b,
a. 12. 5	n π p 2|2 c π d,
hyp.	a π b 2|2 c π d,
concl. s. 11. 5	l π m 2|2 n π p.

THEOR. XIII. PROPOS. XIII.

Si la premiere a mesme raison à la seconde, que la troisiesme à la quatriesme; mais la troisiesme a plus grande raison à la quatriesme, que la cinquiesme à la sixiesme: aussi la premiere aura plus

grande raison à la seconde, que la cinquiesme à la sixiesme.

G H I
A C E
B D F
K L M

Hypoth.

a π b 2|2 c π d,
c π d 3|2 e π f.

Req. à demonstrer.

a π b 3|2 e π f.

Prepar.

1. 1 { g *multipl..* | a,
h *multipl..* | c,
i *multipl..* | e,

3. 1 { K *multipl..* | b,
l *multipl..* | d,
m *multipl..* | f,

Demonstr.

suppos.	h 3|2 l,
2.6 d.5	g 3|2 K, α
2.8.d.5	i 2|3 m, α
concl. α 8.d.5	a π b 3|2 e π f.

En ceste demonstration, à cause qu'il y a plus grande raison de C à D, que de E à F, il est possible que I soit plus petite que M, & H plus grande que L : mais H ne peut exceder L, que G n'excede K, veu qu'il y a mesme raison de A à B, que de C à D : partant il est possible que I soit plus petite que M, & G plus grande que K ; d'où s'ensuit par la 8. definition du 8. qu'il y a plus grande raison de A à B, que de E à F : ce qu'il falloit demonstrer.

SCHOLIE.

Que si la raison de la troisiesme à la quatriesme est moindre que celle de la cinquiesme à la sixiesme, il y aura pareillement moindre raison de la premiere à la seconde, que de la cinquiesme à la sixiesme, comme il est manifeste par la mesme demonstration.

THEOR. XIV. PROPOS. XIV.

Si la premiere a mesme raison à la seconde, que la troisiesme à la quatriesme ; & que la premiere soit plus grande que la troisiesme, la seconde sera aussi plus grande que la quatriesme. Et si la premiere est égale à la troisiesme, aussi la seconde sera égale à la quatriesme ; & si plus petite, plus petite.

Hypoth. commun.

a π b 2|2 c π d,

Hypoth. 1.

a 3|2 c, α

Req. à demonstr.

b 3|2 d.

A B C D

Demonstr.

hyp.	c π d 2|2 a π b,
α. 8. 5	a π b 3|2 c π b,
13. 5	c π d 3|2 c π b,
1. concl. 10. 5	b 3|2 d.

Hypoth. 2.

a 2|2 c, β

Req. à demonstr.

b 2|2 d.

Demonstr.

hyp.	c π d 2|2 a π b,
β. 7. 5	c π b 2|2 a π b,
11. 5	c π d 2|2 c π b,
2. concl. 9. 5	b 2|2 d.

Hypoth. 3.

a 2|3 c. γ

Req. à demonstr.

b 2|3 d.

Demonstr.

hyp.	c π d 2|2 a π b,
γ. 8. 5	a π b 2|3 c π b,
13. 5	c π d 2|3 c π b,
3. concl. 10. 5	b 2|3 d.

THEOR. XV. PROPOS. XV.

Les parties ſont entr'elles comme ſont leurs quimultiples entr'elles, ſi elles ſont priſes comme elles s'entre reſpondent.

Hypoth.

ɔ *multipl..*	c,	hyp.	f, dh, he *ſnt* 2|2 de.	
e *multipl.*	f.	f.2.d.5	*multd..* par..ab } 2|2 { *multd..* par..de,	
Req. à demonſtr.		f.7.5	ag π dh 2|2 c π f,	
ɔ π de 2|2 c π f.		f.7.5	gb π he 2|2 c π f.	
Demonſtr.		concl. 12. 5	ab π de 2|2 c π f.	
p.	c, ag, gb *ſnt* 2|2 de.			

B E G H A C D F

THEOR. XVI. PROPOS. XVI.

Si quatre grandeurs ſont proportionelles, elles ront auſſi alternatiuement proportionelles.

E A B F G C D H

Hypoth.		*Prepar.*
a π b 2|2 c π d,	3. 1	e *multipl..* a, } α f *multipl..* b, }
Req. à demonſtr.		
a π c 2|2 b π d.	3. 1	g *multipl..* c, h *multipl..* d.

Demonstration.

hyp.	c π d 2|2 a π b,	11. 5	e π f 2|2 g π h,
15. 5	e π f 2|2 a π b,	14. 5	e, 2, 3, 4 | 3, g,
11. 5	e π f 2|2 c π d,		f, 2, 3, 4 | 3, h,
15. 5	g π h 2|2 c π d,	a.6.d.5	a π c 2|2 b π d.

SCHOLIE.

Or ceste demonstration a lieu seulement quand les quatre grandeurs sont de mesme genre; car la raison ne se trouue point aux grandeurs homogenes.

THEOR. XVII. PROPOS. XVII,

Si les grandeurs composées sont proportionelles, aussi estant diuisées elles seront proportionelles.

Hypoth.

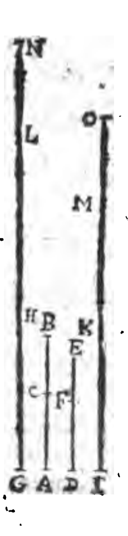
ab π cb 2|2 de π fe.

Req. à demonstrer.

ac π cb 2|2 df π fe.

Preparation.

1	gh *multipl..*	ac,	α
	hl *multipl..*	cb,	
	ik *multipl..*	df,	
	km *multipl..*	fe,	
2	ln *multipl..*	cb,	β
	mo *multipl..*	fe,	



Demonstration.

a.1.5	gl *multipl..*	ab,			
	gh *multipl..*	ac,			
2.1.5	im *multipl..*	de,			
	ik *multipl..*	df,			
a. côstr.	gh *multipl..*	ac,			
	ik *multipl..*	df,			
1. 2. 5	gl *multipl..*	ab,			
	im *multipl..*	de,			
constr.	hl *multipl..*	cb,			
	km *multipl..*	fe,			
constr.	ln *multipl..*	cb,	2.6.d.5	gl, 2, 3, 4	3, hn,
	mo *multipl..*	fe,		im, 2, 3, 4	3, ko,
2. 5	hn *multipl..*	cb,	5. a. 1	gh, 2, 3, 4	3, ln,
	ko *multipl..*	fe,		ik, 2, 3, 4	3, mo,
hyp.	ab π bc 2|2 de π ef,		αβ. 6d5	ac π cb. a|2 df π fe.	

En ceste demonstration, à cause que les antecedens A B & D E ont mesme raison à leurs consequens CB & FE, les equimultiples des antecedens, qui sont GL & IM, comparez auec les equimultiples des consequens, qui sont HN & KO, ne peuuent estre dissemblables: Et par consequent, ostant ce qui est commun aux equimultiples des antecedens & consequens, à sçauoir HL & KM, les restes GH & IK comparez auec les restes LO & MO ne pourront estre dissemblables: Mais par la construction, GH & IK sont equimultiples de AC & DF, & les equimultiples de CB & FE sont LN

&

MO : partant par la 6. definition du 5. AC est à CB, comme DF à FE ; ce qu'il falloit demonstrer.

SCHOLIE I.

Demonstration de la diuision de raison inuerse.

A———C———B

D——F——E

Hypoth.

ab π cb 2|2 de π fe.

Requis à demonstr.

cb π ac 2|2 fe π df.

Demonstr.

hyp.	ab π cb 2|2 de π fe
17. 5	ac π cb 2|2 df π fe
concl. c. 4. 5	cb π ac 2|2 fe π df

SCHOLIE II.

Demonstr. de la diuis. raõ contr. & inuers. contraire.

A———C———B

D———F———E

Hypoth.

ac π ab 2|2 df π de.

Req. à demonstr.

ac π cb 2|2 df π fe,

cb π ac 2|2 fe π df.

Demonstr.

hyp.	ac π ab 2|2 df π de
c. 4. 5	ab π ac 2|2 de π df
1. concl. 17. 5	cb π ac 2|2 fe π df
2. concl. c. 4. 5	ac π cb 2|2 df π fe.

THEOR. XVIII. PROPOS. XVIII.

Si les grandeurs diuisées sont proportionelles estant composées, elles seront aussi proportionelles.

Hypoth.

ab π bc 2|2 de π ef.

Req. à demonstr.

ac π cb 2|2 df π fe.

F, C, G, B, E, A, D

	Demonstr.
suppos.	ac π cb 2|2 df π fg,
17. 5	ab π bc 2|2 dg π gf,
hyp.	ab π bc 2|2 de π ef,
11. 5	dg π gf 2|2 de π ef,
9. a. 1	dg 3|2 de,
14. 5	gf 3|2 ef,
	contr. 9. a. 1.

SCHOL. I.

Demonstr.. composit.. raõ. conuerse.

A ——— B —— C

D ——— E —— F

hyp. | ab π bc 2|2 de π ef.

Req. à demonstr.

ac π ab 2|2 df π de.

	Demonstr.
hyp.	ab π bc 2|2 de π ef.
c. 4 5	bc π ab 2|2 ef π de,
concl. 18. 5	ac π ab 2|2 df π de.

SCHOL. II.

Demonstr.. composit.. raõ. contr. & inuers. contraire.

Hypoth.

ab π bc 2|2 de π ef.

Requis à demonstrer.

ab π ac 2|2 de π df,
bc π ac 2|2 ef π df,

	Demonstr.
hyp.	ab π bc 2|2 de π ef,
c. 4. 5	bc π ab 2|2 ef π de,
18 5	ac π ab 2|2 df π de,
1. concl. c. 4. 5	ab π ac 2|2 de π df,
2 concl. & 2 s 18. 5	bc π ac 2|2 ef π df.

THEOR. XIX. PROPOS. XIX.

Si le tout est au tout, comme le retranché au retranché ; le reste sera aussi au reste, comme le tout est au tout.

A ——— C ——— B
D ——— F ——— E

Hypoth.

ab π de 2|2 ac π df, α

Req. à demonstrer.

cb π fe 2|2 ab π de.

Demonstration.

hyp.	ab π de 2 | 2 ac π df
16. 5	ab π ac 2 | 2 de π df
17. 5	cb π ac 2 | 2 fe π df,
concl. 16. 5	cb π fe 2 | 2 ac π df
α	ꞿ ab π de

COROLL. I.

D'icy sera facile à demonstrer la raison conuerse.

Hypothese.

ab π cb 2|2 de π fe.

Req. à demonstrer.

ab π ac 2|2 de π df.

Demonstr.

hyp.	ab π cb 2 | 2 de π fe
17. 5	ac π cb 2 | 2 df π fe
c. 4. 5	cb π ac 2 | 2 fe π df
concl. 18. 5	ab π ac 2 | 2 de π df,

COROLL. II.

De cette proposition est manifeste, que si proportionaux semblables sont soustraits des proportionaux semblables, les restes sont proportionaux.

A, 21. B, 7. C, 12. D, 4.
E, 15. F, 5. G, 3. H, 1.
L, 6. M, 2. N, 9. P, 3.

Hypoth.

a π b, c π d, e π f, g π h, *snt raõ. 2|2 &c.*
l 2|2 a~e, m 2|2 b~f, n 2|2 c~g, p 2|2 d~h,

Req. à demonstr.

l π m 2|2 n π p.

Demonstr.

22. 5	l π m 2|2 a π b,	19. 5	n π p 2|2 c π d,
		hyp. concl.	a π b 2|2 c π d,
		11. 5	l π m 2|2 n π p.

THEOR. XX. PROPOS. XX.

S'il y a trois grandeurs, & d'autres égales à icelles en nombre, lesquelles soient prises de deux en deux, & en mesme raison: Et qu'en raison égale la premiere soit plus grande que la troisiesme, aussi la quatriesme sera plus grande que la sixiesme; & si égale, égale; & si plus petite, plus petite.



Hypoth. commun.

a π b 2|2 d π e, *a*
b π c 2|2 e π f. *a*

Requis à demonstrer.

a, 2, 3, 4 | 3, c,
d, 2, 3, 4 | 3, f.

Hypoth. 1.

a 3|2 c, β

Req. à demonstr.

d 3|2 f.

Demonstr.

hyp. e π f 2|2 b π c,
c. 4 5 f π e 2|2 c π b,
β 8. 5 c π b 2|3 a π b,
α. f. 13. 5 f π e 2|3 a π b, ⊔ d π e,
1. concl. 10. 5 d 3|2 f.

Hypoth. 2.

a 2|2 c.

Req. à demonstr.

d 2|2 f. δ

Demonstr.

α. c. 4. 5 f π e 2|2 c π b,
δ. 7. 5 a π b 2|2 c π b,
α. 11. 5 f π e 2|2 a π b, ⊔ d π e
2 concl. 9. 5 d 2|2 f.

Hypoth. 3.

a 2|3 c. ε

Req. à demonstr.

d 2|3 f.

Demonstr.

α. c. 4. 5 f π e 2|2 c π b,
ε. 8. 5 c π b 3|2 a π b,
α. 13. 5 f π e 3|2 a π b, ⊔ d π e
3 concl. 10. 5 d 2|3 f.

THEOR. XXI. PROPOS. XXI.

S'il y a trois grandeurs, & d'autres égales à icelles en nombre, lesquelles soient prises deux à deux & en mesme raison ; & que leur proportion soit troublée, ou sans ordre ; mais qu'en raison égale la premiere soit plus grande que la troisiesme ; la quatriesme sera aussi plus grande que la sixiesme ; & si égale, égale ; & si plus petite, plus petite.

A B C D E F

Hypoth. commun.

a π b 2|2 e π f, α

b π c 2|2 d π e. α

Hypoth. 1.

a 3|2 c. β

Requis à demonstr.

d 3|2 f.

Demonstr.

hyp.	d π e 2|2 b π c,
α. 4. 5	e π d 2|2 c π b, γ
β. 8. 5	c π b 2|3 a π b,
γ. β. 13. 5	e π d 2|3 a π b, ⵊⵊ e π f,
1. concl. 10. 5	d 3|2 f.

Hypoth. 2.

a 2|2 c. δ

Req. à demonstr.

d 2|2 f.

Demonstr.

α. c. 4. 5	e π d 2|2 c π b,
δ. 7. 5	a π b 2|2 c π b,
α. 11. 5	e π d 2|2 a π b, ⵊⵊ e π f,
2 concl. 9. 5	d 2|2 f.

Hypoth. 3.

a 2|3 c.

Req. à demonstr.

d 2|3 f.

Demonstr.

α. c. 4. 5	e π d 2|2 c π b,
8. 5	c π b 3|2 a π b,
α. 13. 5	e π d 3|2 a π b, ⵊⵊ e π f,
3. concl. 10. 5	d 2|3 f.

THEOR. XXII. PROPOS. XXII.

S'il y a tant de grandeurs qu'on voudra, & d'autres égales à icelles en nombre, lesquelles soient prises de deux en deux, & en mesme raison : icelle

en raison égale seront proportionelles.

Hypoth.

a π b 2|2 d π e, b π c 2|2 e π f, c π n 2|2 f π o.

Requis à demonstrer.

a π c 2|2 d π f, a π n 2|2 d π o.

Preparation.

3. 1	g *multipl.* a 2|2 h *multipl.* d,
3. 1	i *multipl.* b 2|2 k *multipl.* e,
3. 1	l *multipl.* c 2|2 m *multipl.* f.

Demonstr.

hyp.	a π b 2|2 d π e,
4. 5	g π i 2|2 h π k,
hyp.	b π c 2|2 e π f,
4. 5	i π l 2|2 k π m,
20. 5	g, 2, 3, 4 | 3, l,
	h, 2, 3, 4 | 3, m.
1. concl. 6. d. 5	a π c 2|2 d π f,
hyp. 2 concl.	c π n 2|2 f π o,
d. e	a π n 2|2 d π o.

A B C N D E F O
G I L H K M

THEOR. XXIII. PROPOS. XXIII.

S'il y a trois grandeurs, & d'autres égales à icelles en nombre, en mesme raison, prises de deux en deux, & que leur proportion soit troublée: icelle en raison égale seront proportionelles.

Hypoth.

a π b 2|2 e π f, b π c 2|2 d π e.

Requis à demonstrer.

a π c 2|2 d π f.

Prepar.

	g *multipl.*. | a,
3. 1	h *multipl.*. | b,
	i *multipl.*. | d,
	K *multipl.*. | c.
3. 1	l *multipl.*. | e,
	m *multipl.*. | f.

Demonstr.

15. 5	g π h 2|2 a π b,	4. 5	h π K 2|2 i π l,
hyp.	a π b 2|2 e π f,	21. 5	g, 2, 3, 4 | 3, K,
15. 5	e π f 2|2 l π m,		i, 2, 3, 4 | 3, m,
11. 5	g π h 2|2 l π m,	concl. 6. d. 5	a π c 2|2 d π f.
hyp.	b π c 2|2 d π e,		

SCHOL. I.

Que s'il y a plus de trois grandeurs, & que leur proportion soit troublée, neantmoins en raison égale elles seront proportionelles.

A, 4. B, 6. C, 3. D, 12.

E, 5. F, 20. G, 10. H, 15.

Hypoth.

aπb 2|2 gπh, α

bπc 2|2 fπg, α

cπd 2|2 eπf.

Req. à demonstr.

aπd 2|2 eπh.

Demonstr.

α. 23. 5	aπc 2|2 fπh,	β
hyp.	cπd 2|2 eπf,	
concl. β. 23. 5	aπd 2|2 eπh.	

SCHOLIE II.

Il est manifeste de la 22. & 23. que les raisons composées de mesmes raisons, sont de mesme ou égales entr'elles.

SCHOL. III.

Des raisons égales les mesmes parties sont égales entr'elles.

H L A B C D E F

Hypoth.

aπbh 2|2 bhπc,

dπe 2|2 eπf,

aπc 2|2 dπf.

Requis à demonstr.

aπbh 2|2 dπe.

Demonstr.

suppos.	aπbl 2|2 dπe,	α
hyp.	aπc 2|2 dπf,	
c. 4. 5	cπa 2|2 fπd,	
α. 22. 5	cπbl 2|2 fπe,	
c. 4. 5	blπc 2|2 eπf,	
hyp.	dπe 2|2 eπf,	
11. 5	blπc 2|2 dπe,	
α. 11. 5	aπbl 2|2 blπc,	β
hyp.	aπbh 2|2 bhπc,	γ
8. 5	aπbl 3|2 aπbh,	
βγ 13. 5	blπc 3|2 bhπc,	δ
δ. 10. 5	bl 3|2 bh,	
	contr. 9. a. 1.	
concl. 21. a. 1	aπbh 2|2 dπe.	

Demonstration.

11. 5	gl *multipl..*	ab,			
	gh *multipl..*	ac,			
.1. 5	im *multipl..*	de,			
	ik *multipl..*	df,			
.coñstr.	gh *multipl..*	ac,			
	ik *multipl..*	df,			
. a. 5	gl *multipl..*	ab,			
	im *multipl..*	de,			
onstr.	hl *multipl..*	cb,			
	km *multipl..*	fe,			
onstr.	ln *multipl..*	cb,	3.6.d.5	gl, 2, 3, 4	3, hn,
	mo *multipl..*	fe,		im, 2, 3, 4	3, ko,
.. 5	hn *multipl..*	cb,	5. a. 1	gh, 2, 3, 4	3, ln,
	ko *multipl..*	fe,		ik, 2, 3, 4	3, mo,
yp.	ab π bc 2|2 de π ef,		aß. 6d5	ac π cb. a|2 df π fe.	

En ceste demonstration, à cause que les antecedens A B & D E ont mesme raison à leurs consequens CB & FE, les equimultiples les antecedens, qui sont GL & IM, comparez auec les equimultiples des consequens, qui sont HN & KO, ne peuuent estre dissemblables: Et par consequent, ostant ce qui est commun aux equimultiples des antecedens & consequens, à sçauoir HL & KM, les restes GH & IK comparez auec les restes LO & MO ne pourront estre dissemblables: Mais par la construction, GH & IK sont equimultiples de AC & DF, & les equimultiples de CB & FE sont LN &

& MO : partant par la 6. definition du 5. AC est à CB, comme DF à FE ; ce qu'il falloit demonstrer.

SCHOLIE I.

Demonstration de la diuision de raison inuerse.

A——C——B

D——F——E

Hypoth.

ab π cb 2|2 de π fe.

Requis à demonstr.

cb π ac 2|2 fe π df.

Demonstr.

hyp.	ab π cb 2|2 de π fe
17. 5 concl.	ac π cb 2|2 df π fe
c. 4. 5.	cb π ac 2|2 fe π df

SCHOLIE II.

Demonstr. de la diuis. raõ. contr. & inuers. contraire.

A——C——B

D——F——E

Hypoth.

ac π ab 2|2 df π de.

Req. à demonstr.

ac π cb 2|2 df π fe,

cb π ac 2|2 fe π df.

Demonstr.

hyp.	ac π ab 2|2 df π de
c. 4. 5 1 concl.	ab π ac 2|2 de π df
17. 5 2 concl.	cb π ac 2|2 fe π df
c. 4. 5	ac π cb 2|2 df π fe.

THEOR. XVIII. PROPOS. XVIII.

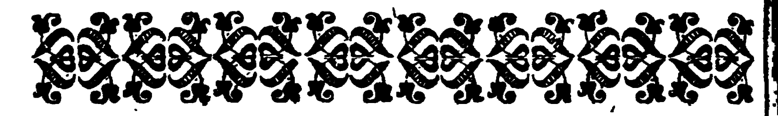
Si les grandeurs diuisées sont proportionelles estant composées, elles seront aussi proportionelles.

Hypoth.

ab π bc 2|2 de π ef.

Req. à demonstr.

ac π cb 2|2 df π fe.



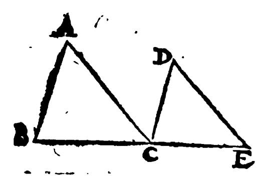
LE SIXIESME LIVRE DES ELEMENTS D'EVCLIDE.

DEFINITIONS.

I.

SEMBLABLES figures rectilignes, sont celles qui ont les angles égaux, vn chacun au sien, & es costez qui sont à l'entour des angles égaux, roportionaux.

yp.	<a 2|2 <d,
yp.	<b 2|2 <dce,
yp.	<bca 2|2 <e,
yp.	ba π ac 2|2 cd π de,
yp.	ab π bc 2|2 dc π ce,
yp.	bc π ca 2|2 ce π ed, ∴
d. 6	△abc *sml.* △dce.



II.

Les figures sont reciproques, quand les termes antecedens & consequens des raisons sont en l'vne & en l'autre figure.

hyp.	abcd & ebgf *snt* ◊,	
hyp.	ab π bg 2|2 eb π bc,	
2. d. 6	abcd & ebgh *snt figures reciproques.*	

Aux figures semblables le premier & quatriesme termes ne peuuent estre en la mesme figure: mais aux figures reciproques le premier & quatriesme termes sont tousiours en la mesme figure.

III.

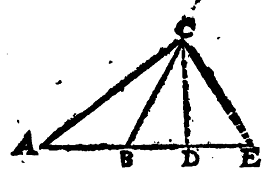
Vne ligne droicte est dite estre coupée selon la moyenne & extréme raison, quand la toute est au plus grand segment, comme le plus grand segment est au moindre.

hyp.	ab π ac 2|2 ac π cb.	A——C——B
3. d. 5	*AB est coupée en la moyenne & extréme raison.*	

Cette section en la moyenne & extréme raison, est nommée proportion diuine par quelques Mathematiciens, à cause qu'elle est fort frequente en la stereometrie, principalement au 13. des elem.

IV.

La hauteur de quelconque figure est la ligne perpendiculaire menée du sommet sur la base.



abce & bce *sont* △;
abe *est* —,
cd ⊥ ae,
cd *est la hauteur des* △; abc & bce, *au respect des bases* ab & bc.

D'où s'ensuit, que si les trois perpendiculaires tirées de trois angles d'vn triangle sur les costez opposez, continuez directemét, si besoin est, sont inégales, le triangle aura trois hauteurs differétes.

V.

Vne raison est dite estre composée de raisons, quand les quantitez des raisons multipliées entr'elles font quelque raison.

Les quantitez de deux raisons multipliées l'vne par l'autre, produisent la quantité ou denomination de la raison composée d'icelles, & non la raison composée d'icelles. Et est manifeste de la 20. def. du 5. que la composition ou addition des raisons se doit faire par la multiplication, comme il est dit en cette 5. definition: Car si le premier terme contient le second, par exemple, quatre fois: & le second le troisiesme, cinq fois: le premier contiendra le troisiesme vingt fois, qui se trouue en multipliant 4 par 5, comme il appert aux trois nombres suiuants.

60 ———— 15 ———— 3

Or pour plus grande intelligence de la composition des raisons nous mettrons icy la logistique des raisons, c'est à dire, l'addition soustraction, multiplication, & diuisions des raisons, l'intelligence desquelles dependent des quantitez ou nombres qui s'entresuiuent, & se referent les vns aux autres continuëment: Car le fondement de l'addition & soustraction est la 20 definition du 5. & de la multiplication & diuision, la 10 def. du mesme 5 liure, qui pr

supposent qu'il y aye des nombres qui s'entresuiuent continuëment.

De la composition ou addition des raisons.

L'addition des raisons est trouuer la raison des extrémes, toutes les raisons entremoyennes estant données, & se fait en multipliant tous les antecedens l'vn par l'autre continuëment, & aussi les consequens : ce faisant on trouuera que la raison de 2 à 3 auec la raison de 4 à 5, fait la raison de 8 à 15 : & que les raisons de 2 à 3, 4 à 5, & 4 à 3, adjoustez ensemble, font la raison de 32 à 45.

Raisons données.

2 à 3
4 à 5
8 à 15

2 à 3
4 à 5
4 à 3
32 à 45

Raisons continuës du 1. exemple.	*Raisons continuës du 2. exemple.*
8. 12. 15.	32. 48. 60. 45.

De la soustraction.

Soustraire est oster de la raison du premier au troisiesme, celle du mesme premier au second : que si on met la raison à soustraire en suite de celle de laquelle on la veut soustraire, la raison du produict des extrémes sera le requis : ce faisant on trouuera que de la raison de 3 à 2, ayant osté la raison de 4 à 3, restera la raison de 9 à 8.

Raisons données.	*Raisons continuës.*
3 à 2. 4 à 3.	12. 9. 8.

De la multiplication.

Multiplier est trouuer la raison des extrémes, de plusieurs nombres continuëment proportionaux, la raison du premier au second estant donnée : & se fait en prenant les puissances qui ayent pour exposant le multiplicateur donné. C'est à dire, que si le multiplicateur est 2, il faudra multiplier les deux termes de la raison donnée quarrément : si le multiplicateur est 3, il faudra les multiplier

ubiquement : & ce faisant on trouuera que la raison de 2 à 3 estant multiplié par 2 fait la raison 4 à 9 : & estant multiplié par 3, elle fait la raison de 8 à 27.

Raisons continuës du 1. exemple.	*Raisons continuës du 2. exemple.*
4. 6. 9.	8. 12. 18. 27.

De la diuision.

Diuiser est trouuer la raison du premier au second, estant donnée la raison des extrémes de plusieurs nombres continuellement proportionnaux : & se fait en prenant les racines denommées du diuiseur. C'est à dire, que pour diuiser par 2, il faudra extraire les racines quarrées de deux termes de la raison donnée : pour diuiser par 3, on deura prendre les racines cubes, & ainsi des autres : ce faisant on trouuera que la raison de 4 à 9 estant diuisée par 2, fait la raison de 2 à 3 : & la raison de 8 à 27, estant diuisée par 3, donne aussi la mesme raison de 2 à 3.

Raisons continuës du 1. exemple.	*Raisons continuës du 2. exemple.*
4. 6. 9.	8. 12. 18. 27.

SCHOLIE.

A cause que la raison des lignes homologues de deux corps semblables est contenu deux fois en la raison des superficies des mesmes corps, & trois fois en la raison des soliditez de la multiplication & diuision des raisons s'ensuit, que si le diametre d'vne boule est contenu dix fois, par exemple, dans le diametre d'vne autre boule, que la superficie de la plus petite boule sera contenuë 100 fois dans la superficie de la plus grande : & la solidité de la plus petite 1000 fois dans la solidité de la plus grande. Il s'ensuit aussi qu'en vn pain de huict sols il y a quatre fois autant de crouste qu'en vn pain d'vn sol : & qu'vn sac de 4 aulnes contient

tient huict fois autant qu'vn sac d'vne aulne, pourueu qu'il: soient semblables, c'est à dire de pareille forme: & aussi que le tonneau ou muid qui sera faict de deux muids, y employant toutes le: douues de longueur, contiendra autant que 4 muids.

THEOR. I. PROPOS. I.

Les triangles & les parallelogrammes qui ont mesme hauteur, sont entr'eux comme leurs bases.

Hypoth.

abc *&* acd *sont* Δ;
bcae *&* cdfa *sont* ◊;
eaf ═ hci,
bc *&* cd *sont bases.*

Req. à demonstrer.

Δabc π Δacd 2|2 bc π cd,
◊acbe π ◊acdf 2|2 bc π cd.

Preparation.

j. 1 | cb, bg, gh *sont* 2|2 *{e.* di 2|2 dc. a
1.p.1. | ag, ah, ai *sont* —.

Demonstr.

4.38.1 | Δacb, Δabg, Δagh *sont* 2|2 *{e.*
4.38.1 | Δacd 2|2 Δadi,
nota 38. 1 | hc, 2, 3, 4 | 3, ci,
| Δach, 2, 3, 4 | 3, Δaci,
1.concl. 5.d.5 | Δabc π Δacd 2|2 bc π cd, γ
41. 1 | ◊ce 2|2 2Δacb, ◊cf 2|2 2Δacd,
concl. 15.5 | ◊ce π ◊cf 2|2 Δacb π Δacd ⊔ bc π cd.

THEOR. II. PROPOS. II.

Si à l'vn des coſtez d'vn triangle on mene quelque ligne droicte parallele, elle coupera les coſtez du triangle proportionellement : Et ſi les coſtez ſont couppez proportionellement, la ligne droite conjoignant les poincts des ſections, ſera parallele à l'autre coſté du triangle,

Hypoth. 1.

abc *eſt* Δ,

de ═ bc.

Req. à demonſtrer.

ad π db 2|2 ae π ec.

Prepar.

p. 1 | cd *&* be *ſnt* —.

Demonſtration.

yp. | de ═ bc,

7. 1 | Δdeb 2|2 Δdec. α

.d. 6 | Δ; ade *&* deb *ſont de meſme hauteur, car leur hauteur commune eſt la perpendiculaire qui tombe du poinct E ſur AB.*

.d. 6 | Δ; aed *&* edc *ſont auſſi de meſme hauteur, car leur commune hauteur eſt la perpendiculaire qui tombe du poinct D ſur AC.*

. 6 | ad π db 2|2 Δade π Δdbe. β

α. 7.5 | △ade π △dbe 2|2 △ade π △cdc,
1. 6 | △ade π △cdc 2|2 ae π ec,
1. concl.
β. 11.5 | ad π db 2|2 ae π ec.

Hypoth. 2.

ad π db 2|2 ae π ec.

Req. à demonstrer.

de = bc.

Demonstr.

1. 6 | △ade π △dbe 2|2 ad π db.
hyp. | ad π db 2|2 ae π ec,
1. 6 | ae π ec 2|2 △ade π △ecd,
γ. 11.5 | △ade π △dbe 2|2 △ade π △ecd,
9. 5 | △dbe 2|2 △ecd,
1 concl
39. 5 | de = bc.

THEOR. III. PROPOS. III.

Si vn angle d'vn triangle eſt couppé en deux parties égales, & que la ligne droicte qui couppe l'angle, couppe auſſi la baſe; les ſegments de la baſe auront meſme raiſon entr'eux que les autres coſtez du triangle: Et ſi les ſegments de la baſe ont meſme raiſon entr'eux que les autres coſtez du triangle, la ligne droicte menée du ſommet au poinct de la ſection, couppe l'angle du triangle en deux égalemenr.

Hypoth. 1.

abc *est* △,
<dab 2|2 <dac.

Req. à demonstr.

bd π dc 2|2 ab π ac.

Prepar.

t. 1	ce ═ ad.
p. 1	bac *est* —.

Demonstr.

29. 1	<bda 2|2 <bce,
7. 1	<b + <bda 2|3 2∟
a. c	<b + <bce 2|3 2∟
3 a. 1.	bce *est* △,
hyp.	<dab 2|2 <dac,
29. 1	<e 2|2 <dab,
29. 1	<ace 2|2 <dac,
1. a. b nota	<e 2|2 <ace,
6. 1	ae 2|2 ac,
1. concl. 2. 6	bd π dc 2|2 ba π ae, ⊔ ac.

Hypoth. 2.

bdπdc 2|2 abπac.

Req. à demonstr.

<dab 2|2 <dac.

Demonstr.

hyp.	baπac 2|2 bdπdc,
a. 2. 6	bdπdc 2|2 baπae,
11. 5 nota.	baπac 2|2 baπae,
9. 5	ac 2|2 ae,
5. 1	<e 2|2 <ace,
29. 1	<dab 2|2 <e,
29. 1 2 concl.	<dac 2|2 <ace,
1. a. b	<dab 2|2 <dac.

THEOR. IV. PROPOS. IV.

Des triangles equiangles les costez qui sont autour des angles égaux, sont proportionaux: Et les costez qui soustiennent les angles égaux, sont homologues, ou de mesme raison.

F, A, D, B, C, E

Hypoth.

△abc & △dce *ſnt equiang.*
<b 2|2 <dce,
<acb 2|2 <e,
<bac 2|2 <cde.

Req. à demonſtr.

ab π bc 2|2 dc π ce,
bc π ca 2|2 ce π ed,
ab π ac 2|2 dc π de.

Preparation.

3. 1	bce *eſt* ——,
2. p. 1	baf & edf *ſnt* ——.

Demonſtr.

hyp.	<b 2|2 <ecd,
29. 1	bf ═ cd. α
17. 1	<ecd + <e 2|3 2⌋,
1. a. d	<b + <e 2|3 2⌋,
13 a. 1	bef *eſt* △,
hyp.	<bca 2|2 <ced,
28 1	ca ═ ef β
35. d. 1 nota	cafd *eſt* ▱,
34. 1	af 2|2 cd, ca 2|2 df,
β. 2. 6	ab π | af ⊔ dc, bc π | ce, γ
1. concl. 16. 5	ab π bc 2|2 dc π ce,
α. 2. 6	bc π | ce, fd ⊔ ac π | de, γ
2. concl. 16. 5	bc π ac 2|2 ce π de,
3. concl. 22. 5	ab π ac 2|2 dc π de.

Il appert des analogies de cette demonſtration, que les coſtez homologues, c'eſt à dire les termes antecedens ou conſequens des raiſons, ſont ceux qui ſont oppoſez aux angles égaux, & que ny les deux antecedens, ny les deux conſequens d'vne analogie ne peuuent eſtre oppoſez à deux angles inégaux.

Coroll.

γ | ab π dc 2|2 bc π ce, ⊔ ac π de.

THEOR. XXIV. PROPOS. XXIV.

Si la premiere a mesme raison à la seconde que la troisiesme à la quatriesme, & que la cinquiesme ait aussi mesme raison à la seconde, que la sixiesme à la quatriesme : Aussi la composée de la premiere & de la cinquiesme aura mesme raison à la seconde, que la composée de la troisiesme & de la sixiesme à la quatriesme.

A, C, D, F, B, G, E, H

Hypoth.

$ab \pi c \; 2|2 \; de \pi f$,

$bg \pi c \; 2|2 \; eh \pi f$. a

Req. à demonstr.

$ag \pi c \; 2|2 \; dh \pi f$.

Demonstr.

hyp.	$ab \pi c \; 2|2 \; de \pi f$,
a. c. 4. 5	$c \pi bg \; 2|2 \; f \pi eh$,
22 5	$ab \pi bg \; 2|2 \; de \pi eh$,
18 5	$ag \pi bg \; 2|2 \; dh \pi eh$,
hyp.	$bg \pi c \; 2|2 \; eh \pi f$,
concl. 22. 5	$ag \pi c \; 2|2 \; dh \pi f$.

SCHOLIE.

Si deux grandeurs ont mesme proportion à deux autres grandeurs, & d'icelles on retranche des grandeurs, qui ayent mesme proportion aux mesmes grandeurs, les restantes auront aussi mesme proportion à icelles.

Hypoth.

$ag \pi c \; 2|2 \; dh \pi f$,

$ab \pi c \; 2|2 \; de \pi f$. a

Req. à demonstr.

$bg \pi c \; 2|2 \; eh \pi f$.

	Demonstr.		
hyp.	ag π c 2|2 dh π f,	17. 5	bg π ab 2|2 ch π de,
α.c.4.5	c π ab 2|2 f π de,	hyp. concl.	ab π c 2|2 de π f,
21. 5	ag π ab 2|2 dh π de,	22. 5	bg π c 2|2 ch π f.

THEOR. XXV. PROPOS. XXV.

Si quatre grandeurs sont proportionelles, l plus grande & la plus petite sont plus grandes qu les deux autres.

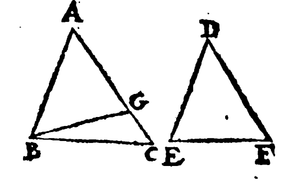
B D G H A G E F

Hypoth.		*Demonstr.*	
ab π cd 2|2 e π f,	hyp.	ab π cd 2|2 e π f,	
ab *est la plus grãde*	α. 7. 5	Ц ag π ch,	
f *est la plus petite.*	19. 5	gb π hd 2|2 ab π cd	
Req. à demonstr.	hyp. nota.	ab 3|2 cd,	
ab + f 3|2 cd + e.	14. 5	gb 3|2 hd,	β
	constr.	ag 2|2 e, f 2|2 ch,	
Preparation.	2. a. 1	ag + f 2|2 e + ch,	
3. 1 ag 2|2 e, ch 2|2 f, α	concl. β 4. a. b	ag + f + gb 3|2 e + ch + hd.	



THEOR. VII. PROPOS. VII.

Si deux triangles ont vn angle égal à vn angle, & à l'entour d'vn autre angle les costez proportionaux, estans les troisiesmes angles de mesme espece : les triangles seront equiangles, & auront les angles égaux à l'entour desquels les costez sont proportionaux.



Hypoth.

abc *&* def *snt* △,
∠a 2|2 ∠d,
ab π bc 2|2 de π ef.
∠c *est de mesme espece que* ∠f. α

Req. à demonstr.

△abc *&* △def *snt equiangles.*
∠abc 2|2 ∠e, ∠c 2|2 ∠f.

	Demonstr.		
suppos.	∠abg 2|2 ∠e,	suppos.	∠f 2|3 ⅃. δ
hyp.	∠a 2|2 ∠d,	β	∠agb 2|3 ⅃,
2. 1	∠agb 2|2 ∠f. β	γ.13.1	∠bgc ⊔ ∠c 3|2 ⅃,
. 6	ab π bg 2|2 de π ef,	δ	*contr. hyp.* α
hyp.	ab π bc 2|2 de π ef,	suppos.	∠f 3|2 ⅃. ε
1. 5	ab π bg 2|2 ab π bc,	β	∠agb 3|2 ⅃,
. 5	bg 2|2 bc,	γ. 13. 1	∠bgc ⊔ ∠c 2|3 ⅃,
. 1	∠bgc 2|2 ∠bcg. γ	ε	*contr. hyp.* α
		concl. 21. a. 1	△abc *est sml.* △def.

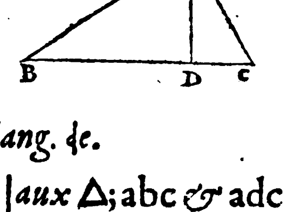
THEOR. VIII. PROPOS. VIII.

Si en vn triangle rectangle on mene vne ligne perpendiculaire de l'angle droict sur la base, les triangles qui sont de part & d'autre de la perpendiculaire, sont semblables au tout & entr'eux.

Hypoth.

∠bac *est* ⅃,

ad ⊥ bc.



Requis à demonstrer.

△adb, △adc, △abc *snt equiang.* &c.

	Demonstr.
	aux △; abc *&* abd
11. a. 1	∠bac 2|2 ∠adb. α
1. concl.	∠b *est commun.*
α. 32. 1	∠bad 2|2 ∠acb, β

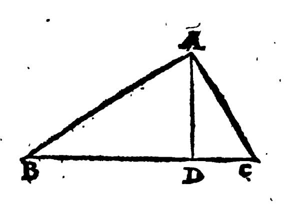
	aux △; abc *&* adc
11. a. 1	∠bac 2|2 ∠adc,
2 concl.	∠c *est commun.*
32. 1	∠dac 2|2 ∠abc, γ
3 concl. βγ	△abd *est equiãg.* △adc

COROLLAIRE.

De cette proposition il est euident que la perpendiculaire menée de l'angle droict sur la base, ou triangle rectangle, est moyenne proportionelle entre les deux segments de la base : Semblablement vn chacun des costez qui contiennent l'angle droict, est moyen proportionel entre toute la base, & le segment de la base qui est adjacent à iceluy costé.

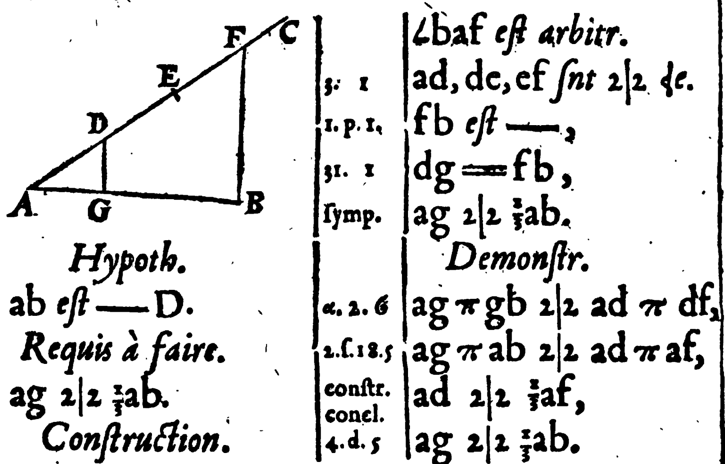
Demonstr.

. 6	△abc, △adb, △adc
concl.	*snt equiangl.*
. 6	bd π da 2|2 da π dc,
concl.	
. 6	bc π ac 2|2 ac π dc,
concl.	
. 6	cb π ab 2|2 ab π bd.



PROBL. I. PROPOS. IX.

D'vne ligne droicte donnée en oster vne partie lemandée.



Hypoth.

ab *est* —— D.

Requis à faire.

ag 2|2 $\frac{1}{3}$ab.

Construction.

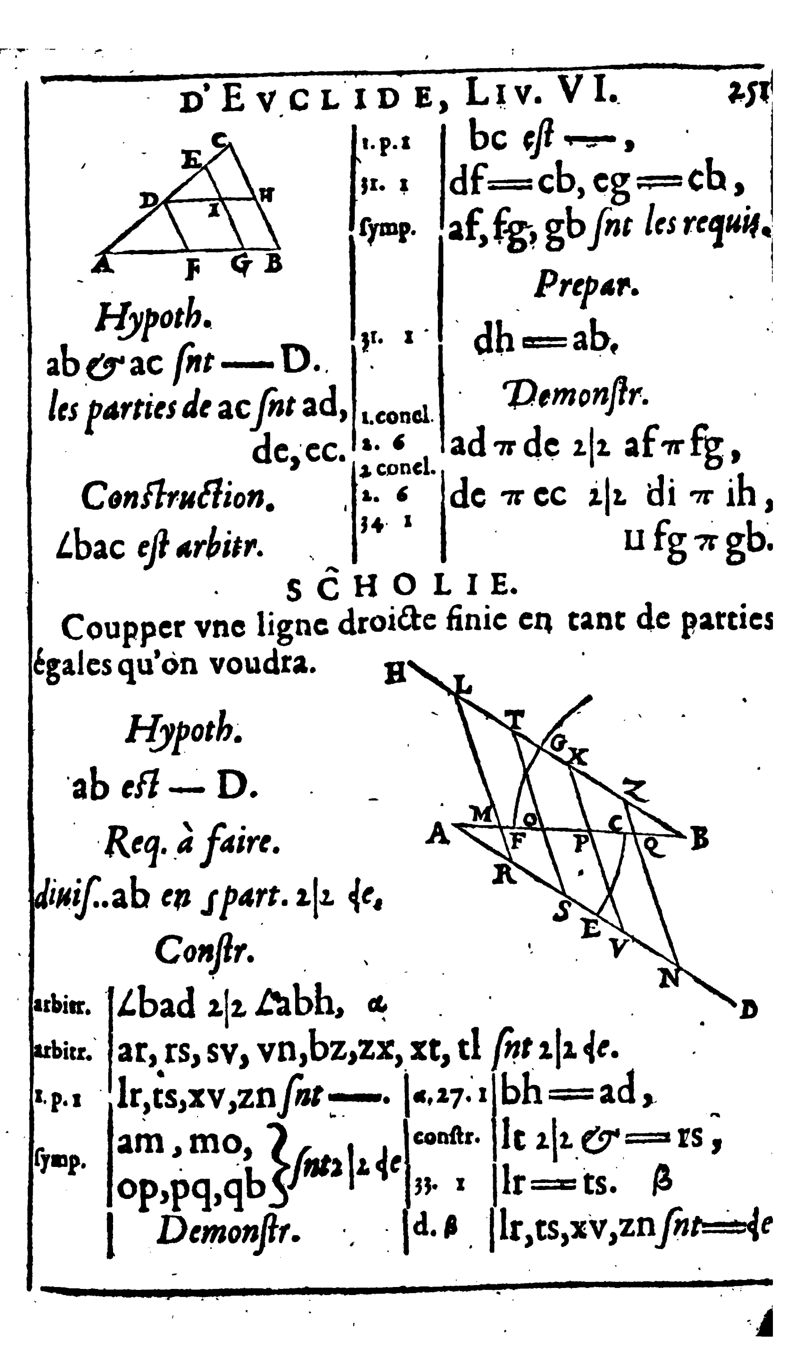
	∠baf *est arbitr.*
3. 1	ad, de, ef *snt* 2|2 &c.
1. p. 1.	fb *est* ——,
31. 1	dg ═ fb,
symp.	ag 2|2 $\frac{1}{3}$ab.

Demonstr.

α. 2. 6	ag π gb 2|2 ad π df,
2. c. 18. 5	ag π ab 2|2 ad π af,
constr. concl.	ad 2|2 $\frac{1}{3}$af,
4. d. 5	ag 2|2 $\frac{1}{3}$ab.

PROBL. II. PROPOS. X.

Coupper vne ligne droicte donnée non couppée semblablement à vne ligne droicte donnée & couppée.



Hypoth.

ab & ac *sont* — D.

les parties de ac *sont* ad, de, ec.

Construction.

∠bac *est arbitr.*

1. p. 1 | bc *est* —,

31. 1 | df = cb, eg = cb,

symp. | af, fg, gb *sont les requis.*

Prepar.

31. 1 | dh = ab.

Demonstr.

1. concl. 2. 6 | ad π de 2|2 af π fg,

2 concl. 2. 6 | de π ec 2|2 di π ih,

34. 1 | & fg π gb.

SCHOLIE.

Coupper vne ligne droicte finie en tant de parties égales qu'on voudra.

Hypoth.

ab *est* — D.

Req. à faire.

diuis. ab *en 5 part.* 2|2 de.

Constr.

arbitr. | ∠bad 2|2 ∠abh, α

arbitr. | ar, rs, sv, vn, bz, zx, xt, tl *sont* 2|2 de.

1. p. 1 | lr, ts, xv, zn *sont* —.

symp. | am, mo, op, pq, qb } *sont* 2|2 de

Demonstr.

α, 27. 1 | bh = ad,

constr. | lt 2|2 & = rs,

33. 1 | lr = ts. β

d. β | lr, ts, xv, zn *sont* = de

1. 6 | am π mo 2|2 ar π rs,
constr. | ar 2|2 rs,
14. 5 | am 2|2 mo, γ
concl. d. γ | am, mo, op, pq, qb *snt* 2|2 *&c.*

PROBL. III. PROPOS. XI.

A deux lignes droictes données, trouuer la troisiesme proportionelle.

Hypoth.
ab & bc *snt* — D.

Requis à faire.
ab π bc 2|2 bc ⊔ ad π de.

Constr.
1 | abc *est* —.
| ∠eac *est arbitr.*
3. 1 | ad 2|2 bc. α
1. p. 1 | db *est* —,
31. 1 | ce = bd,
symp. | de *est le requis.*

Demonstr.
concl. α. 4, 6 | ab π bc, ad ⊔ bc π de.

PROBL. IV. PROPOS. XII.

A trois lignes droictes données, trouuer la quatriesme proportionelle.

Hypoth.
a, b, c *snt* — D.

Req. à faire:
a π b 2|2 c π gh,

Constr.

∠fdh *est arbitr.*

3. 1 | de 2|2 a,

3. 1 | ef 2|2 b,

3. 1 | dg 2|2 c,

1. p. 1 | ge *est* —,

31. 1 | fh = eg,

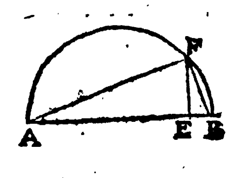
symp. | gh *est le requis.*

Demonstr.

concl. 2. 6 | de ⊔ a π ef ⊔ b 2|2 dg ⊔ c π gh.

PROBL. V. PROPOS. XIII.

A deux lignes droictes données, trouuer la moyenne proportionelle.



Hypoth.

ae & eb *snt* — D.

Req. à faire.

ae π ef 2|2 ef π eb.

Constr.

3. 1 | aeb *est* —,

5. p. 1 | afb *est semic.*

11. 1 | ef ⊥ ab,

symp. | ef *est le requis.*

Prepar.

1. p. 1. | af & bf *snt* —.

Demonstr.

31. 3 | ∠afb *est* ⌋,

constr. | fe ⊥ ab,

8. 6 | △aef *sml.* △feb,

concl. 4. 6 | ae π ef 2|2 ef π eb.

SCHOLIE.

Par cette demonstration il est manifeste, que la ligne droicte menée de quelconque poinct du diametre du cercle à la circonference, perpendiculaire à iceluy diametre, est moyenne proportionelle entre les segmens du diametre faits par la perpédiculaire, c'est à dire, que

$ae \pi ef \; 2|2 \; ef \pi eb$.

THEOR. IX. PROPOS. XIV.

Des parallelogrammes égaux qui ont vn angle égal à vn angle, les costez qui sont autour des angles égaux sont reciproques. Et les parallelogrammes qui ont vn angle égal à vn angle, & les costez autour des angles égaux reciproques, sont égaux.

Hypoth. commun.

$\angle abc \; 2|2 \; \angle ebg$.

Hypoth. 1.

$\diamond abcd \; 2|2 \; \diamond befg$.

Req. à demonstr.

$ab \pi bg \; 2|2 \; eb \pi bc$.

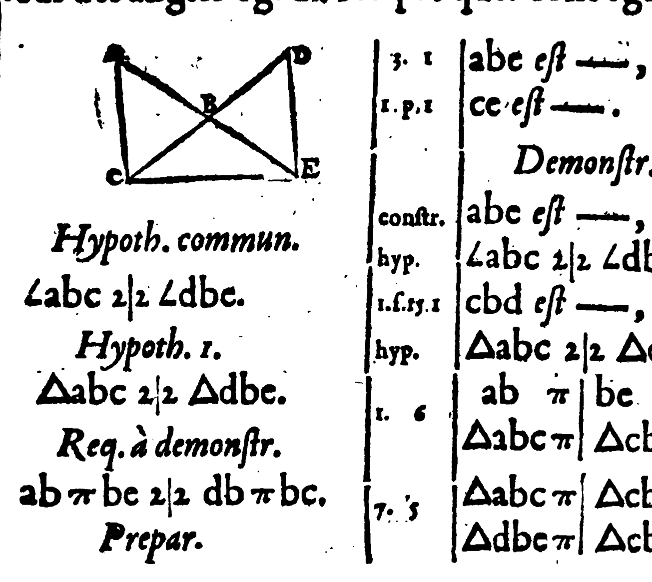
	Prepar.
3. 1	abg *est* —,
2. p. 1.	dch *&* fgh *snt* —;
	Demonstr.
constr.	abg *est* —,
hyp.	$\angle abc \; 2|2 \; \angle ebg$,
1. s. 15. 1	ebc *est* —,
35. d. 1	bchg *est* $\diamond$,
hyp.	$\diamond abcd \; 2|2 \; \diamond befg$,
1. 6	$ab \pi bg \; 2|2 \; ac \pi bh$,
7. 5	$ac \pi bh \; 2|2 \; bf \pi bh$,

1. 6 à concl.	bf π bh 2|2 eb π be,
11. 5	ab π bg 2|2 eb π bc.
	Hypoth. 2.
	ab π bg 2|2 eb π bc.
	Req. à demonstr.
	◊abcd 2|2 ◊ebgf.

	Demonstration.
1. 6	ac π bh 2|2 ab π bg.
hyp.	ab π bg 2|2 eb π bc
1. 6	eb π bc 2|2 bf π bh.
11. 5 concl.	ac π bh 2|2 bf π bh.
9. 5	◊ac 2|2 ◊bf.

THEOR. X. PROPOS. XV.

Des triangles égaux, & qui ont vn angle égal à vn angle, les costez qui sont autour des angles égaux sont reciproques: Et les triangles qui ont vn angle égal à vn angle, & les costez qui sont autour des angles égaux reciproques sont égaux.



Hypoth. commun.

∠abc 2|2 ∠dbe.

Hypoth. 1.

△abc 2|2 △dbe.

Req. à demonstr.

ab π be 2|2 db π bc.

Prepar.

3. 1	abe *est* ——,
1. p. 1	ce *est* ——.
	Demonstr.
constr.	abe *est* ——,
hyp.	∠abc 2|2 ∠dbe,
1. s. 15. 1	cbd *est* ——,
hyp.	△abc 2|2 △ebd,
1. 6	ab π | be
	△abc π | △cbe,
7. 5	△abc π | △cbe,
	△dbe π | △cbe,

. 6 | Δdbe π | Δcbe,
concl. | db π | bc,
1. 5 | ab π be 2|2 db π bc.

Hypoth. 2.

ab π be 2|2 db π bc.

Req. à demonstr.

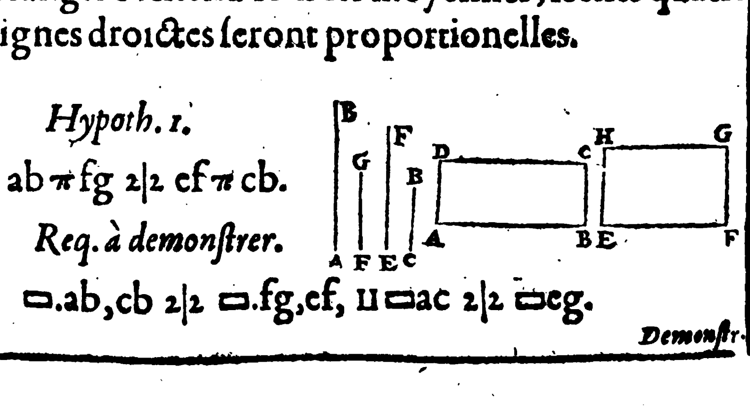
Δabc 2|2 Δdbe.

Demonstration.

1. 6 | Δabc π | Δcbe,
| ab π | be,
hyp. | ab π be 2|2 db π bc,
1. 6 | db π | bc,
| Δdbe π | Δcbe,
11. 5 | Δabc π | Δcbe,
| Δdbe π | Δdbe,
2 concl. 9. 5 | Δabc 2|2 Δdbe.

THEOR. XI. PROPOS. XVI.

Si quatre lignes droictes sont proportionelles, le rectangle contenu sous les extrémes, est égal au rectangle contenu sous les moyennes: Et si le rectangle contenu sous les extrémes est égal au rectangle contenu sous les moyennes; icelles quatre lignes droictes seront proportionelles.



Hypoth. 1.

ab π fg 2|2 ef π cb.

Req. à demonstrer.

▭.ab,cb 2|2 ▭.fg,ef, II ▭ac 2|2 ▭eg.

Demonstr.

Demonstration.

constr. | ∠b 2|2 ∠f,
hyp. | ab π fg 2|2 ef π cb,
1. concl. 14. 6 | ▭ac 2|2 ▭eg.

Hypoth. 2.

▭ac 2|2 ▭eg.

Req. à demonstr.

ab π fg 2|2 ef π cb

Demonstr.

hyp. | ▭ac 2|2 ▭eg.
12. a. 1 | ∠abc 2|2 ∠efg,
2. concl. 14. 6 | ab π fg 2|2 ef π cb

THEOR. XII. PROPOS. XVII.

Si trois lignes droictes sont proportionelles, le rectangle contenu sous les extremes est égal au quarré de la moyenne : Et si le rectangle contenu sous les extrémes est égal au quarré de la moyenne, les trois lignes droictes seront proportionelles

Hypoth. 1.

ab π ef 2|2 ef π cb.
▭ab, cb 2|2 □.ef,
ꟾꟾ ▭ac 2|2 □eg.

Preparation.

3. 1 | fg 2|2 ef, a
hyp. | ab π | ef,
| ef ꟾꟾ fg π | cb,
16. 6 | ▭.ab, cb 2|2 ▭ef, fg
a 3 si d 2 | ▭ef, fg *est* □.ef,
1. concl. 1. a. g. | ▭.ab, cb 2|2 □.ef.

Hypoth. 2.

▭ac 2|2 □eg.

Req. à demonstr.

ab π ef 2|2 ef π bc.

Demonstr.

hyp. | ▭ac 2|2 □eg,
12. a. 1 | ∠abc 2|2 ∠efg,
| ab π | ef,
2. concl. 14. 6 | fg ꟾꟾ ef π | bc.

PROBL. VI. PROPOS. XVIII.

Sur vne ligne droicte donnée, descrire vne figure rectiligne semblable, & semblablement posée à vne figure rectiligne donnée.

Hypoth.

ab *est* —— D.

cefd *est rectiligne* D.

Requis à faire.

abhg *sml.* cefd, ab *homolog.* cd.

G H E F A B C D

Construction.

Soit premierement reduict le rectiligne donné en triangles, tirant des lignes droictes de l'vn de ses angles à tous les autres, comme icy la ligne C F, puis la construction du requis se fera ainsi.

1. p. 1	cf *est* ——,
23. 1	∠abh 2|2 ∠d,
23. 1	∠bah 2|2 ∠dcf,
23. 1	∠ahg 2|2 ∠cfe,
23. 1	∠hag 2|2 ∠fce.
symp.	abhg *sml.* cefd.

Demonstr.

constr.	∠b 2|2 ∠d,
constr.	∠bah 2|2 ∠dcf,
32. 1	∠ahb 2|2 ∠cfd,
constr.	∠hag 2|2 ∠fce,
constr.	∠ahg 2|2 ∠cfe.
32. 1	∠g 2|2 ∠e,
2. a. 1	∠bag 2|2 ∠dce,
2. a. 1	∠bhg 2|2 ∠dfe,
4. 6	ab π bh 2|2 cd π df. α
4. 6	ag π gh 2|2 ce π cf,
4. 6	ag π ah 2|2 ce π cf,
4. 6	ah π ab 2|2 cf π cd,
22. 5	ag π ab 2|2 ce π cd. β
d. β 1. concl.	gh π hb 2|2 ef π fd,
1. d. 5	abhg *sml.* cdfe,
2 concl. α	ab *est homolog.* cf.

Les figures ABHG & CDFE sont posées semblablement su AB & CD, à cause que les lignes AB & CD sont homologues, c'est à dire que l'vne n'est pas antecedent & l'autre consequent.

THEOR. XIII. PROPOS. XIX.

Les triangles semblables sont entr'eux en raison doublée de leurs costez de mesme raison.

Hypoth.

△abc *est sml.* △def,

∠b 2|2 ∠e, ∠c 2|2 f.

Preparation.

11. 6 | bc π ef 2|2 ef π bg,

1. p. 1 | ag *est* ——.

Requis à demonstrer.

| △abc π △def 2|2 bc π bg.

Demonstr.

c. 4. 6 | ab π de 2|2 bc π ef,

constr. | bc π ef 2|2 ef π bg,

11. 5 | ab π de 2|2 ef π bg,

hyp. | <b 2|2 <e,

15. 6 | △abg 2|2 △def,

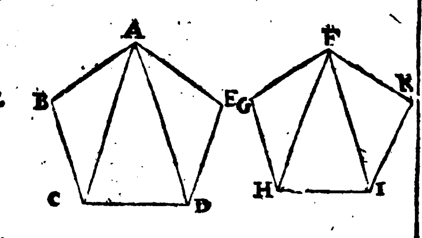
concl. 1. 6 | △abc π △abg u π △def 2|2 bc π bg.

De cette proposition s'ensuit, que si BC à EF est, par exempl comme 3 à 2, le triangle ABC sera au triangle DEF, comme 9 à. car la raison de 3 à 2 estant doublée, ce qui se fait en quarrant 3 & faict la raison de 9 à 4 : comme il appert de la regle de multiplic

ion des raisons,& aussi de ces trois nombres proportionaux 9, 6, 4; dont la raison entremoyenne 9 à 6, ou 3 à 2 est repetée deux fois.

THEOR. XIV. PROPOS. XX.

Les polygones semblables se diuisent en nombre égal de triangles semblables, & proportionaux à leurs touts: Et les polygones sont l'vn à l'autre en raison doublée de leurs costez de mesme raison.



Hypoth.

abcde *sml.* fghik, α

Req. à demonstr.

△abc *sml.* △fgh,
△acd *sml.* △fhi,
△ade *sml.* △fik,

△abc π | △fgh,
△acd π | △fhi,
△ade π | fik,
abcde π | fghik,

raõ..△abc π | △fgh,
2 *raõ*..ab π | fg,
abcde π | fghik,
2 *raõ*..ab π | fg.

Demonstr.

hyp. | ∠b 2|2 ∠g,

α.1.d.6	ab π bc 2|2 fg π gh,
6. 6	∠acb 2|2 ∠fhg,
6. 6	∠bac 2|2 ∠gfh, β
1.concl. 4. 6	△abc *sml.* △fgh, γ
2 concl. d. γ	△aed *sml.* △fki,
1. d. 6	∠bcd 2|2 ∠ghi,
β. 3. 2. 1	∠acd 2|2 ∠fhi, δ
4. 6	ac π cb 2|2 fh π hg,
1. d. 6	bc π cd 2|2 gh π hi,
22. 5	ac π cd 2|2 fh π hi,
δ. 6. 6	∠cda 2|2 ∠hif,

6. 6 | ∠cad 2|2 ∠hfi,
3 concl. 32. 1 | Δacd *sml.* Δfhi,
4. 6 | ab π | fg,
ac π | fh,
ad π | fi,

19. 6. & 1. s. 23. 5 | Δabc π | Δfgh,
Δacd π | Δfhi,
Δade π | Δfik,
4 concl. | abcde π fghik,
12 5 | Δabc π | Δfgh,
5. concl. 19. 6 | u2 *raõ*.. ab π | fg.

COROLL. I.

De cecy il est manifeste, que s'il y a trois lignes proportionelles, comme la premiere sera à la troisiesme, ainsi le polygone descrit sur la premiere, sera au polygone semblable, & semblablement descrit sur la seconde : ou bien ainsi sera le polygone descrit sur la seconde au poligone semblable, & semblablement descrit sur la troisiesme.

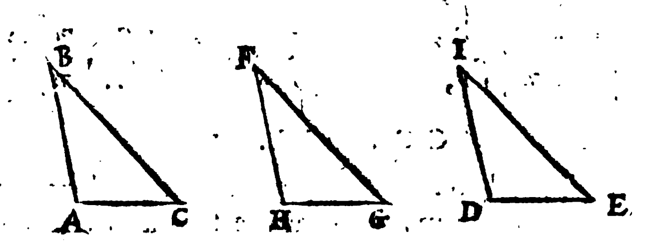
Car la raison de la premiere ligne à la troisiesme proportionelle, par la 10. definition du 5. contient deux fois la raison qu'il y a de la premiere à la seconde, ou de la seconde à la troisiesme : & les polygones semblables descrites sur la premiere & seconde ligne, ou sur la seconde & troisiesme, par la 20. du 5. contiennent aussi deux fois la mesme raison de la premiere à la seconde, ou de la seconde à la troisiesme : partant, par le 2. scholie du 23 du 5. le polygone sera au polygone, comme la premiere ligne à la troisiesme.

COROLL. II.

Il est aussi manifeste, que les rectilignes semblables descrits sur lignes droictes égales, sont égaux entr'eux : & au contraire, les costez de mesme raison des rectilignes égaux & semblables, sont égaux entr'eux.

THEOR. XV. PROPOS. XXI.

Les rectilignes semblables à vne mesme figure [r]ectiligne, sont aussi semblables entr'elles.

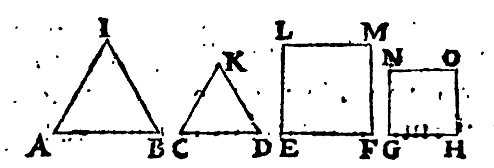


Hypoth.	β.1.d.6	<d 2|2 <h,
abc *sml.* hfg, α	2.concl. 1.a.1	<a 2|2 <d, γ
die *sml.* hfg. β	α.1.d.6	ab π ac 2|2 hf π hg,
Req. à demonstr.	β.1.d.6	di π de 2|2 hf π hg,
abc *sml.* die.	2.concl. 11. 5	ab π ac 2|2 di π de, γ
Demonstr.	3.concl. 6. 6	Δabc *sml.* Δdie,
.1.d.6 | <a 2|2 <h,		

THEOR. XVI. PROPOS. XXII.

Si quatre lignes droictes sont proportionelles, [le]s figures rectilignes semblables, & semblable[m]ent descrites sur icelles, seront proportionelles: [e]t si les figures rectilignes semblables, & semblablement descrites sur lignes droictes sont propor-

tionelles, icelles lignes droictes seront aussi proportionelles.



Hypoth. 1.

ab π cd 2|2 ef π gh,

abi *sml.* cdk, efml *sml.* ghon.

Requis à demonstrer.

abi π cdk 2|2 em π go.

Demonstr.

hyp. | ab π cd 2|2 ef π gh,
19. 6 | *raõ..* Δabi π Δcdk 2|2 2 *raõ..* ab π cd II ef π gh
20. 6 | *raõ..* em π go 2|2 2 *raõ..* ef π gh,
1 concl. 1 s. 23. 5 | Δabi π Δcdk 2|2 em π go.

Hypoth. 2.

Δabi π Δcdk 2|2 em π go,

Req. à demonstrer.

ab π cd 2|2 ef π gh.

Demonstr.

hyp. | Δabi π Δcdk 2|2 em π go,
19. 6 | *raõ..* Δabi π Δcdk 2|2 2 *raõ..* ab π cd,
20. 6 | *raõ..* em π go 2|2 2 *raõ..* ef π gh,
2 concl. 2 s. 23. 5 | ab π cd 2|2 ef π gh.

SCHOLIE.

Si vne ligne droicte est couppée comme on voudra, le rectangle contenu sous les parties, est milieu proportionel, entre les quarrez d'icelles parties: Item le rectangle contenu sous la toute & vne partie, est milieu proportionel entre le quarré de la toute & le quarré de ladite partie.

Hypoth.

ab *est* ——,

rbitr. ad *&* db *snt part..* ab.

Req. à demonstrer.

□..ad π ▭.adb 2|2 ▭ adb π □.db,

□.ab π ▭.bad 2|2 ▭.bad π □.ad,

□.ab π ▭.abd 2|2 ▭.abd π □.db.

Prepar.

p. 1 acb *est semic.*

. 1 de ⊥ ab,

p. 1 ae *&* be *snt* ——.

Demonstr.

3 <aeb *est* ⌐,

nstr. ed ⊥ ab,

8. 6 ad π de 2|2 de π db,

6 □.ad π □.de 2|2 □.de π □.db,

17.6 □.de 2|2 ▭.adb, β.

oncl. 1. f □.ad π ▭.adb 2|2 ▭.adb π □.db,

c.8.6 ba π ae 2|2 ae π ad, γ

22 6 □.ba π □.ae 2|2 □.ae π □.ad,

γ.17.6 □.ae 2|2 ▭.bad, δ

1 concl. 1. a. f □.ba π ▭.bad 2|2 ▭.bad π □.ad,

c. 8 6 ab π be 2|2 be π bd, ε

22. 6 □.ab π □.be 2|2 □.be π □.bd,

ε.17.6 □.be 2|2 ▭.abd. κ

3 concl. 1. a. f □.ab π ▭.abd 2|2 ▭.abd π □.bd,

Coroll. 1.

β δ κ □.de 2|2 ▭.adb: □.ae 2|2 ▭.bad: □.be 2|2 ▭.abd.

Coroll. 2.

▭.ab,de 2|2 ▭.ae,eb.

Demonstr.

8. 6 △abe *fml.* △edb,

4. 6 ba π ae 2|2 be π ed,

concl. 16.6 ▭.ab,ed 2|2 ▭.ae,eb.

THEOR. XVII. PROPOS. XXIII.

Les parallelogrammes equiangles, son l'vn à l'autre en raison composée de celle de leurs costez.

Hypoth.

◊ac *equiang.* ◊cf,

<bcd 2|2 <ecg.

Req. à demonstr.

raõ.. ◊ac π ◊cf 2|2 *raõ..*bc π eg + *raõ.*dc π ce.

Prepar.

3. 1 | bcg *est* —,
rp. | <bcd 2|2 <ecg,
c.15.1 | dce *est* —,
p. 1 | adh & fgh *snt* —.

Demonstr.

d. 5 | *raõ..*ac π cf 2|2 *raõ..*ac π ch + *raõ.*ch π cf,
16. | ac π ch 2|2 bc π eg, & ch π cf 2|2 dc π ce,
oncl. 5 | *raõ..*ac π cf 2|2 *raõ..*bc π cg + *raõ.*dc π ce.

De cette propoſition s'enſuit, que ſi la raiſon de BC à CG eſt, ar exemple, comme 5 à 2 : & celle de DC à CE, comme 3 à 8, que a raiſon du parallelogramme A C au parallelogramme C F, ſera omme 15 à 16 : Car la raiſon de 5 à 2 adjouſtée auec la raiſon de 3 8, faict la raiſon de 15 à 16, comme il eſt euident tant de la regle e l'addition des raiſons, que de la raiſon des extremes de ces trois ombres 15, 6, 16, dont les raiſons entremoyennes ſont 5 à 2 & à 8.

THEOR. XVIII. PROPOS. XXIV.

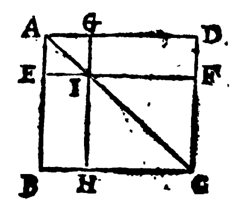
En tout parallelogramme, les parallelogrammes qui ſont à l'entour du diametre, ſont ſemblables à leur tout, & entr'eux.

Hypoth.

abcd *est* ◊, ac *est diamet.* eg & hf *snt* ◊;

Req. à demonſtr.

◊eg, ◊hf, ◊bd *ſnt ſml.* {e.



Demonſtr.

hyp. | ef = bc, & gih = ab,
15.1 | <eig 2|2 <hif.
14.6 | ◊eg, ◊hf, ◊bd *ſnt equiang.* {e.
29.1 | △;abc, aei, ihc, adc, agi, ifc *ſnt equiang.* {e.
4.6 | ae π ei 2|2 ab π bc, ae π ai 2|2 ab π ac,
4.6 | ai π ag 2|2 ac π ad,
22.5 | ae π ag 2|2 ab π ad, &
concl. 1.d.6 | ◊eg, ◊bd, ◊hf *ſnt ſml.* {e.

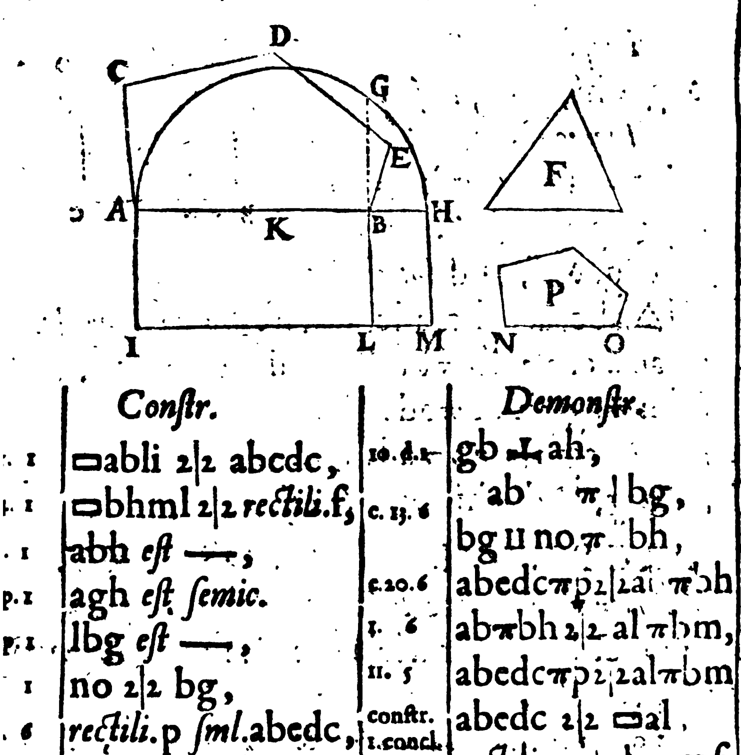
PROBL. VII. PROPOS. XXV.

Deſcrire vne figure rectiligne, ſemblable à vne figure rectiligne donnée, laquelle ſoit égale à vne autre propoſée.

Notez qu'en cette demonſtration & aux ſuiuantes, ce mot *rectili:* ſignifie *rectiligne.*

Hypoth.
abcde } & f } *ſnt* D.

Req. à faire.
rectili. p *ſml.*
rectili. abcde,
& 2|2 *rectili.* f.

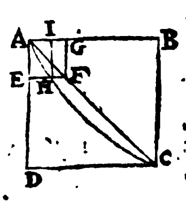


	Constr.		*Demonstr.*
1	▭abli 2|2 abcdc,	10.6.1	gb ⊥ ah,
1	▭bhml 2|2 *rectili*.f,	c. 13. 6	ab π bg,
1	abh *est* —,		bg ⊔ no π bh,
p. 1	agh *est semic.*	c. 20. 6	abedc π p 2|2 al π bh
p. 1	lbg *est* —,	1. 6	ab π bh 2|2 al π bm,
1	no 2|2 bg,	11. 5	abedc π p 2|2 al π bm
6	*rectili*. p *sml*. abedc,	constr. 1. concl.	abedc 2|2 ▭al,
mp.	*req. est rectili*. p.	14. 5	*rectili*. p 2|2 bm ⊔ f,
		2 concl. constr.	*rectili*. p *sml*. abedc.

THEOR. XIX. PROPOS. XXVI.

Si d'vn parallelogramme on retranche vn parallelogramme ſemblable au tout, & ſemblablement poſé, ayant vn angle commun auec le tout; retranché eſt à l'entour d'vn meſme diametre auec le tout.

C'est à dire, que si le parallelogramme AEFG est semblable au parallelogramme total ADCB, le diametre AF sera partie du diametre total AG.



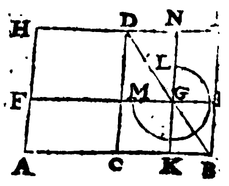
Hypoth.
◊agfe *sml.* ◊abcd,
<eag *est commun.*
ag *homolog.* ab.

Req. à demonstrer.
afc *est* —,

	Demonstr.
suppos.	ahc *est* —,
31. 1	hi = ae,
24. 6	achi *sml.* abcd,
hyp.	aefg *sml.* abcd,
21. 6	achi *sml.* aefg.
11. 5	ae π ch 2|2 ae π ef
9. 5	ch 2|2. ef,
	contr. 9. a. 1.
3. concl. 21. a. 1	afc *est* —.

THEOR. XX. PROPOS. XXVII.

De tous les parallelogrammes appliquez selon vne mesme ligne droicte, & defaillans de figures parallelogrammes semblables, & semblablement posées à celuy qui est descrit sur la moitié, le plus grand est celuy qui est appliqué à la moitié estant semblable au defaut.



La ligne proposée à laquelle il faut appliquer les parallelogrammes AD & AG est AB, le defaut du parallelogramme ACDH est CBED; & le defaut du parallelogramme AKGF est KBIG, ces deux defaux CE &

K I, par la 24. du 6. sont semblables entr'eux, & faut demonstrer que le parallelogramme AD, descrit sur AC, qui est la moitié de AB, est plus grand que le parallelogramme AG, descrit sur AK, ou autre partie de AB, plus grande ou plus petite que la moitié AC.

Hypoth.
ac 2|2 cb, α
◊acdh *sml.* ◊cbed,
cb *est diametr.*
K *en* ab *est arbitr.*
Kgn ═ be, fgi ═ ab.

Req. à demonstr.
◊acdh 3|2 ◊aKgf.

Demonstr.

1. concl. 24. 6	◊Ki *sml.* ◊ce,
c. 43. 1	◊Ke 2|2 ◊ci,
α. 36. 1	◊am 2|2 ◊ci,
1. a. 1	◊Ke 2|2 ◊am,
	◊cg *commun. add.*
2. a. 1	◊ag 2|2 *gnom.* mbn,
9. a. 1	◊ce 3|2 *gnom.* mbn,
2 concl. 1. a. c	◊ce II ◊ad. 3|2 ◊ag.

PROBL. VIII. PROPOS. XXVIII.

A vne ligne droicte donnée appliquer vn parallelogramme égal à vne figure rectiligne donnée; defaillant d'vne figure parallelogramme, laquelle soit semblable à vn autre parallelogramme donné. Mais il faut que la figure rectiligne donnée, à laquelle il en faut appliquer vne égale, ne soit plus grande que celle qui est appliquée à la moitié de la ligne donnée; les defauts estans sem-

blables de celuy qui est appliqué à la moitié, & de celuy qui doit défaillir d'vn semblable.

K T N M I D C H F Q G S O R P A E Z B

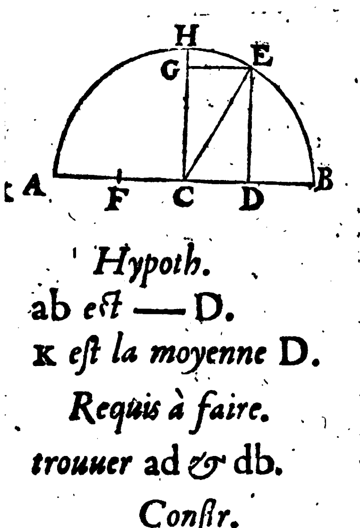
	Hypothese.	3. 1	fo 2|2 kn,
	ab *est* — D.	3. 1	fq 2|2 kt,
	c *est rectili.* D.	31. 1	sor = ab,
	d *est* ◇ D.	31. 1	zpq = ef,
	Req. à faire.	symp.	◇ap *est le requis.*
	◇ap 2|2 *rectili.* c,		*Demonstr.*
	◇zr *sml.* ◇d.	constr.	◇; d, }
	Constr.	24. 5	eg, oq } *snt sml. de.*
			zr, nt }
10. 1	ae 2|2 eb, α	β γ cōstr	◇eg 2|2 ◇nt + c,
18. 1	◇eg *sml.* ◇d,	2. c 20. 6	◇oq 2|2 ◇nt,
1. p. 1	fb *est* —,	3. a. 1	*gnom.* obq 2|2 c,
31. 1	ah = ef,	a. 36. 1	◇ao 2|2 ◇er ⊔ ◇zg
a. p. 1	gfh *est* —,		◇ep *commun. add.*
hyp.	c *n̄ est* 3|2 ◇af, ⊔ eg,	2. a. 1 1. codcl.	*gnom.* obq 2|2 ◇ap
f. 45. 1	◇eg 2|2 c + i, β	6. 1. a. 1	◇ap 2|2 c,
25. 6	◇nt 2|2 i, & *sml.* d. γ	2 concl. δ	zt *sml.* ◇d.

Si à la ligne donnée il faut appliquer vn parallelogramme d

illant d'vn quarré, la solution se trouuera plus briefuement par methode suiuante, proposant le probleme ainsi.

SCHOLIE.

De trois lignes proportionelles estant donnée la moyenne & la somme des extrémes trouuer les extrémes.



Hypoth.

ab *est* — D.

K *est la moyenne* D.

Requis à faire.

trouuer ad *&* db.

Constr.

·1	ac 2|2 cb,
3. p. 1	cahb *est semic.*
11. 1	ch ⊥ ab,
3. 1	cg 2|2 k,
31. 1	ge = ab,
12. 1	ed ⊥ ab, &
symp.	ad *&* db *snt req.*
	Demonstr.
1. concl. 19. a. 1	ad + db 2|2 ab,
α. f 13. 6	ad π de 2|2 de π db,
2 concl 17. 6	▭. adb 2|2 □. de,
34. 1	de 2|2 cg,
constr.	K 2|2 cg,
3. concl 1. a. 1	de 2|2 K.

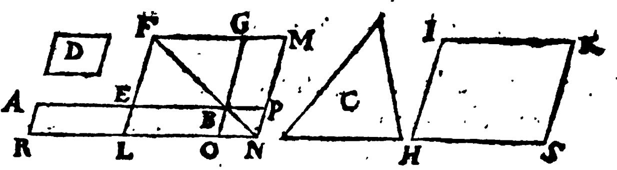
Explication par nombres.

ʏp.	ab *est* 26,
ʏp.	de *est* 12, &
	ad *&* db *snt req.*
:.d. 1	ac ⊔ cb ⊔ ce *est* 13,
ɾ.1 d.2	□. ce *est* 169,
α 1 f1. d2	□. ed *est* 144,
47. 1	□. cd *est* 25,
f. 46. 3	cd *est* 5,
1. concl. 2. a. 1	ad *est* 18,
2 concl. 3. a. 1	db *est* 8.

PROBL

PROBL. IX. PROPOS. XXIX.

A vne ligne droicte donnée appliquer vn parallelogramme égal à vne figure rectiligne donnée excedant icelle d'vn parallelogramme semblable à vn autre donné.



Hypoth.

ab *est* — D.

c *est rectili.* D.

d *est* ◇ D.

Requis à faire.

◇an 2|2 *rectili.* c,

◇op *sml.* ◇d.

Construction.

10. 1 | ae 2|2 eb, α

18. 6 | ◇eg *sml.* ◇d,

25. 6 | ◇hk 2|2 ◇eg + c,

25. 6 | ◇hk *sml.* ◇d ⊔ ◇eg,

3. 1 | fel 2|2 ih,

3. 1 | fgm 2|2 ik,

31. 1 | rln = fm,

31. 1 | mn = fl,

31. 1 | ar = fl,

2. p. 1. | abp & gbo *snt* —

2. p. 1. | fb & bn *snt* —,

symp. | ◇an *est le requis.*

Demonstr.

constr. 1. nota | ◇;d,eg,hk *snt sml.* &

constr. | ◇lm 2|2 & *sml.* ◇hk

constr. | ◇eg *sml.* ◇hk,

21. 6 | ◇lm *sml.* ◇eg,

26. 6 | fbn *est* —,

1 concl. 24. 6 | ◇op *sml.* ◇eg ⊔ ◇d,

2. nota constr. | ◇hk 2|2 ◇eg + c,

1. a. 1 | ◇lm 2|2 ◇eg + c,

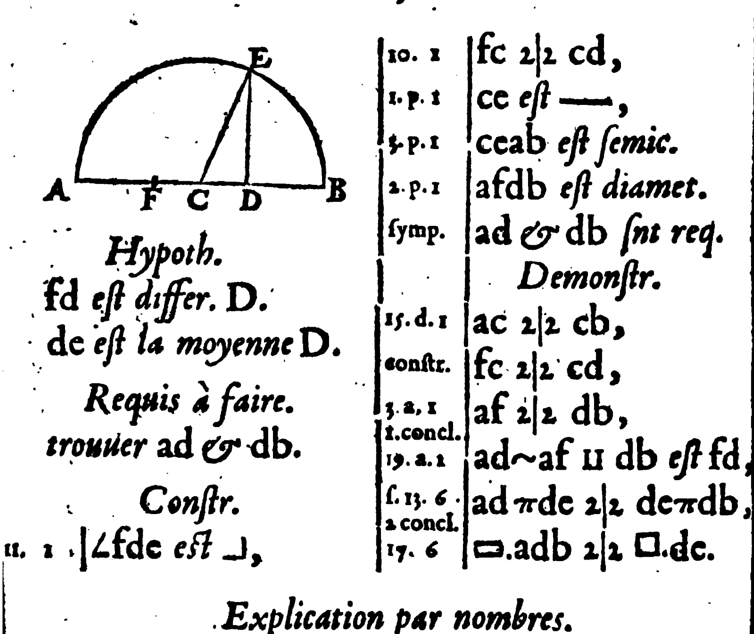
◇eg *commun. subtr*

3.a.1	gnom.eng 2|2 c, β	2.a.1. 2 concl.	◇an 2|2 *gnom.* eng,
a.36.1	◇al 2|2 ◇eo ⊔ ◇bm,	β.1.a.1	◇an 2|2 *rectili.* c.
	◇lp *commun. add.*		

SCHOLIE.

Si à la ligne donnée il faut appliquer vn parallelogramme excedant d'vn quarré, la solution se trouuera plus briefuement par la methode suiuante, proposant ainsi.

Estant donnée la moyenne de trois proportionelles, & la difference des extrémes, trouuer les extrémes.



Hypoth.

fd *est differ.* D.

de *est la moyenne* D.

Requis à faire.

trouuer ad & db.

Constr.

11. 1	∠fde *est* ⊥,
10. 1	fc 2|2 cd,
1. p. 1	ce *est* —,
3. p. 1	ceab *est semic.*
2. p. 1	afdb *est diamet.*
symp.	ad & db *snt req.*

Demonstr.

15. d. 1	ac 2|2 cb,
constr.	fc 2|2 cd,
3. a. 1	af 2|2 db,
1. concl. 19. a. 1	ad~af ⊔ db *est* fd,
s. 13. 6	ad π de 2|2 de π db,
2 concl. 17. 6	▭.adb 2|2 □.de.

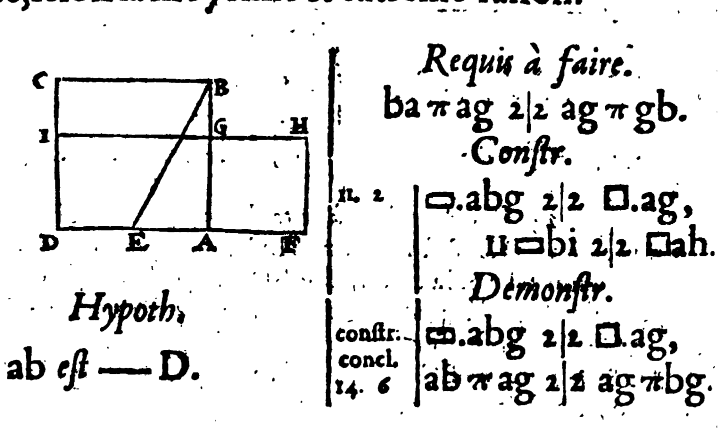
Explication par nombres.

hyp.	de *est* 12,		ad & db *snt req.*
hyp.	fd *est* 10, α		cd *est* 5, β

1.f.1.d.2	□.cd *eſt* 25,	γ	ce ⊔ ac ⊔ cb *eſt* 13,
1.f.1.d.1	□.de *eſt* 144,	β.2.a.1	ad *eſt* 18,
47. 1	□.ce *eſt* 169, γ	β.3.a.1	db *eſt* 8.

PROBL. X. PROPOS. XXX.

Coupper vne ligne droicte proposée & terminée, selon la moyenne & extréme raiſon.



Hypoth.

ab *eſt* — D.

Requis à faire.

ba π ag 2|2 ag π gb.

Conſtr.

11. 2 | ▭.abg 2|2 □.ag, ⊔ ▭bi 2|2 □ah.

Demonſtr.

conſtr. | ▭.abg 2|2 □.ag,
concl. 14. 6 | ab π ag 2|2 ag π bg.

THEOR. XXI. PROPOS. XXXI.

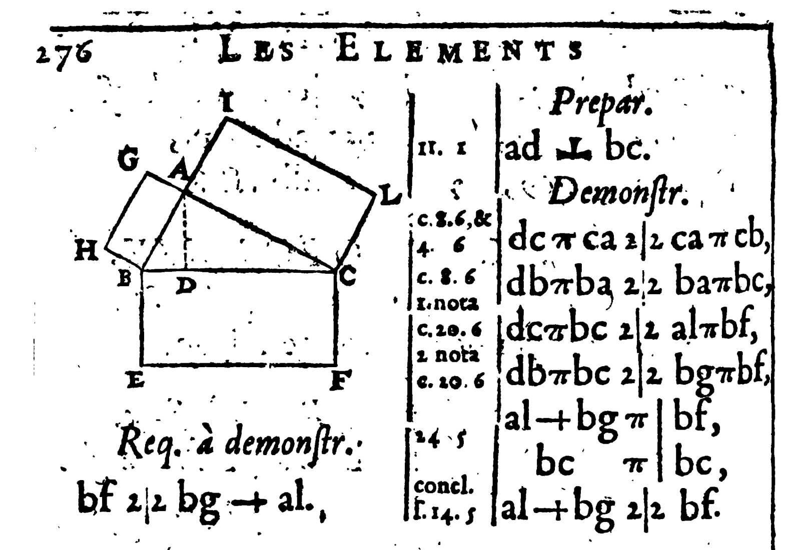
Aux triangles rectangles, la figure deſcrite ſur le coſté qui ſouſtient l'angle droict, eſt égale aux deux figures des coſtez qui contiennent l'angle droict, ſemblables à icelle, & ſemblablement deſcrites.

Hypoth.

<bac *eſt* ⊿,

bf, bg, al *ſnt ſml. de.*

bc, ba, ac *ſnt homolog.*



Req. à demonstr.

bf 2|2 bg + al.

Prepar.

11. 1 — ad ⊥ bc.

Demonstr.

c. 8. 6, & 4. 6 — dc π ca 2|2 ca π cb,

c. 8. 6 1. nota — db π ba 2|2 ba π bc,

c. 20. 6 2 nota — dc π bc 2|2 al π bf,

c. 20. 6 — db π bc 2|2 bg π bf,

24. 5 — al + bg π | bf, bc π | bc,

concl. f. 14. 5 — al + bg 2|2 bf.

La 24. du 5 s'applique à cette demonstration ainsi.

La premiere DC est à la seconde BC, comme la troisiesme AL à la quatriesme BF : & la cinquiesme BD est à la seconde BC, comme la sixiesme BG à la quatriesme BF : Mais la premiere DC & la cinquiesme BD ensemble font la seconde BC : partant la troisiesme AL & la sixiesme BG ensemble seront égaux à la quatriesme BF : ce quil falloit demonstrer.

THEOR. XXII, PROPOS. XXXII.

Si deux triangles, qui ont deux costez proportionaux à deux costez, sont disposez selon vn angle, en sorte que leurs costez de mesme raison soient aussi paralleles : les autres costez d'iceux triangles se rencontreront directement.

Hypoth.

ab π ac 2|2 dd π de,

ab ═ dc : ac ═ de,

Requis à demonstr.
bce *est* —.

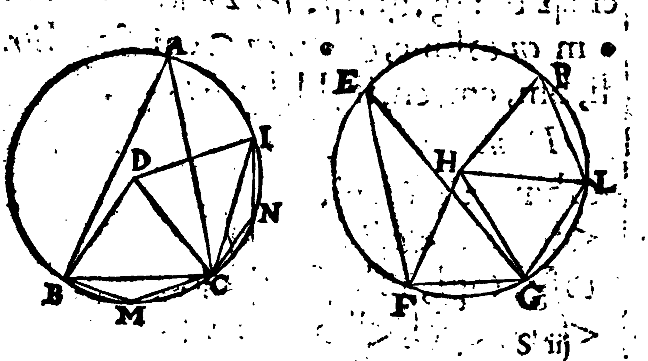
Demonstr.

29. 1	∠a 2|2 ∠acd, α
29. 1	∠d 2|2 ∠acd,

1. a. 1	∠a 2|2 ∠d,
hyp.	ab π ac 2|2 dc π de,
6. 6	∠b 2|2 ∠dce,
α. 2. a. 1	∠b + ∠a 2|2 ∠ace,
	∠acb *commun. add.*
2. a. 1	∠b + ∠a + ∠acb 2|2 ∠ace + ∠acb
32. 1	∠b + ∠a + ∠acb 2|2 2⊥
1. a. 1	∠ace + ∠acb 2|2 2⊥,
concl. 14. 1	bce *est* —.

THEOR. XXIII. PROPOS. XXXIII.

Aux cercles égaux, les angles ont mesme raison entr'eux, que les circonferences sur lesquelles ils sont appuyez, soit qu'ils soient appuyez estans constituez aux centres ou aux circonferences : les secteurs sont aussi de mesme entr'eux, d'autant qu'ils sont constituez au centre.



Hypoth.

⊙dbca 2|2 ⊙hfgp,

Req. à demonstrer.

⌒bmc π ⌒fg,
∠bdc π ∠fhg,
∠bac π ∠feg,
sect. bdc π *sect.* fhg } *snt raõ.* 2|2 *de.*

Prepar.

p.1 | bc & fg *snt* —,
4. | ci 2|2 bc: fg, gl, lp, *snt* 2|2 *de.*
| • m *en* ⌒bmc, & • n *en* ⌒cni *snt arbitr.*
p.1 | di, bm, cm, cn, in, hl, hp *snt* —.

Demonstr.

8. 5 | ⌒bmc 2|2 ⌒cni,
27.3 | <dbc 2|2 <cdi,
8. 6 | ⌒fg, ⌒gl, ⌒lp *snt* 2|2 *de.*
27.3 | <fhg, <ghl, <lhp *snt* 2|2 *de.*

nota ◠bci, 2,3,4 | 3, ◠fgp,

μ. 27.3 <bdi, 2,3,4 | 3, <fhp,

1.concl. 6.d.5 <bdc π <fhg 2|2 ◠bmc π ◠fg, β

20.3 <bdc 2|2 2<bac: <fhg 2|2 2<feg,

<bac π | <feg, γ

2.concl. 15.5 <bdc π | <fhg,

β 11 ◠bmc π | ◠fg,

27.3 <bmc 2|2 <cni,

constr. bc 2|2 ci,

24.3 ⌓ bcm 2|2 ⌓ cni,

4.1 △bdc 2|2 △cdi,

1.a.1 *sect.* bdcm 2|2 *sect.* cdin, δ

d. δ *sect.* fhg, ghl, lhp *snt* 2|2 &c.

d. δ ◠bci, 2,3,4 | 3, ◠fgp,

sect. bdi, 2,3,4 | 3, *sect.* fhp,

3.concl. 6.6.5 *sect.* bdcm π *sect.* fhg 2|2 ◠bmc π ◠fg.

COROLL. I.

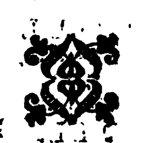
2.11.5 *sect.* bdcm π *sect.* fhg 2|2 <bdc π <fhg,

COROLL. II.

Il est manifeste de çecy, que comme l'angle au centre est à quatre droicts, ainsi l'arc qui soustient iceluy angle est à toute la circonference. Et au contraire, comme quatre angles droicts sont à l'angle qui est au centre, ainsi toute la circonference est à l'arc qui soustient ledit angle.

Ces six liures des Elements d'Euclide sont necessaires non seulement pour apprendre les Mathematiques auec demonstration & cognoissance de leur certitude: mais aussi pour deuenir plus docile & capable d'entendre de nous mesme les autheurs qui traitent des Mathematiques, & des autres parties de la Philosophie. Mais à cause que plusieurs sont plus desireux de la practique, que de la theorie & des demonstrations, & qu'ils ne veulent s'addonner à l'estude des Mathematiques, autant qu'il seroit necessaire, pour entendre les raisons & demonstrations des choses qui se font par le moyen d'icelles : & que ma methode d'escrire par notes n'estant propre que pour les demonstrations, & ne voulant grossir mes liures en mettant les mesmes preceptes en deux langues, i'ay escrit les choses de practique trop succinctement, pour ceux qui se veulent contenter de la practique sans l'intelligence des demonstrations, ie mettray icy en suite plus au long, sans y mesler les demonstrations, l'vsage & practique des principales parties des Mathematiques.

Fin des six premiers liures des Elements d'Euclide.





BRIEF TRAICTÉ DE L'ARITHMETIQVE PRACTIQVE.

En l'Arithmetique practique il y a quatre regles principales, par le moyen desquelles se demeslent toutes questions d'Arithmetique, à sçauoir l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, & la Diuision.

DE L'ADDITION.

L'ADDITION est adiouster plusieurs nombres de mesme espece ou denomination ensemble. Pour ce faire il faut coucher les nombres à adiouster l'vn sous l'autre, en sorte que les digites, ou premieres figures du costé droict, soient l'vn sous l'autre: les dixaines sous les dixaines: & ainsi de suite. Puis tirant vne ligne au dessous, & commençant à la main droicte on fera l'addition, comme on peut voir aux exemples suiuants.

Exemple 1.

```
3 2 4
1 3 0
  2 5
-----
4 7 9
```

En ce premier exemple pour adjouster les trois nombres mis icy à costé, ie dis, 4 & 5 sont 9, que i'escris directement au dessous: puis au second rang, ie dis, 2 & 3 sont 5, & 2 sont 7, que i'escris aussi au dessous: & de mesme au troisiesme rang, i'adjouste 3 auec 1, & mets la somme 4 au dessous, & ainsi ie trouue 479 pour la somme ou addition de ces trois nombres.

Exemple 2.

	4	8	6
	5	7	4
	3	2	7
		6	9
1	4	5	6

En ce ſecond exemple, ie dis, 6 & 4 ſont 10, & 7 ſont 17, & 9 ſont 26, & de la ſomme 26 i'eſcris le 6 directement au deſſous, & garde les 2 dixaines pour les mettre auec ceux du ſecond rang: puis ie dis, 2 que ie garde de 26 & 8 ſont 10, & 7 ſont 17, & 2 ſont 19, & 6 ſont 25, & ie poſe le 5 au deſſous gardant les deux dixaines pour les mettre auec ceux du troiſieſme rang: en diſant, 2 que ie garde & 4 ſont 6, & 5 ſont 11, & 3 ſont 14, que i'eſcris au deſſous, & trouue pour la ſomme de ces quatre nombres 1456.

Exemple 3.

3	7	0	6
	9	0	8
4	8	0	7
	6	0	4
1	0	0	2	5

En ce troiſieſme exemple on dira, 6 & 8 ſont 14, & 7 ſont 21, & 4 ſont 25, & de la ſomme 25 on eſcrira le 5 directement au deſſous, en gardant les deux dixaines pour les mettre auec ceux du rang ſuiuant: au ſecond rang parce qu'on ne trouue rien, on eſcrira le 2 qu'on garde au deſſous: au troiſieſme rang on dira, 7 & 9 ſont 16, & 8 ſont 24, & 6 ſont 30, & de la ſomme 30 on eſcrira le zero au deſſous, gardant les trois dixaines pour les mettre auec ceux du rang ſuiuant: au quatrieſme rang on dira, 3 qu'on garde & 3 ſont 6, & 4 ſont 10, qu'on eſcrira au deſſous, & la ſomme de ces 4 nombres ſera 10025.

Preuue de l'addition.

Soient ſouſtraicts les nombres qu'on a adjouſtez enſemble de leur ſomme, commençant au premier rang du coſté gauche comme s'enſuit, & s'il ne reſte rien, il n'y aura point d'erreur en l'addition.

	4	8	6
	5	7	4
	3	2	7
		6	9
1	4	5	6
	2	2	0

Partant ie dis, 3 & 5 ſont 8, & 4 ſont 12, que i'oſte de 14, qui eſt au deſſous, & reſte 2, que i'eſcris au deſſous du 4 de la ſomme: puis au prochain rang, ie dis, 6 & 2 ſont 8, & 7 ſont 15, & 8 ſont 23, que i'oſte de 25, que ſont le 5, qui eſt directement au deſſous, & le 2 qui a eſté mis ſous le 4, & reſtera encore 2, que ie mets ſous le 5: puis au troiſieſme rang, ie dis 9 & 7 ſont 16, & 4 ſont 20, & 6 ſont 26, que i'oſte de 26, que ſont le 6, qui eſt au deſſous de ce rang, & le 2, qui a eſté mis

ſous le 5, & ne reſtera rien : & parce qu'il ne reſte rien, ie conclus qu'il n'y a point d'erreur en l'addition des quatre nombres du ſecond exemple.

La preuue de l'addition ſe fait auſſi en rejettant 9 tant que faire ſe peut, mais elle n'eſt pas ſi ſeure que la precedente, qui ſe faict par ſouſtraction.

	4	3	8
	5	9	6
		1	7
	4	3	2
1	4	8	3

F 7 7 G

Comme en cet exemple, pour faire la preuue en rejettant 9 tant que faire ſe peut, commençant au premier nombre ſuperieur, on dira, 4 & 3 ſont 7, & 8 ſont 15, qui ſurpaſſe 9, partant i'oſte 9 de 15, & reſte 6 : puis i'adiouſte le reſte 6 auec 5 du prochain nombre inferieur, la ſomme eſt 11, de qui i'oſte 9, & reſte 2, que i'adiouſte auec le 6 & 1 qui ſuiuent, ſautant le 9 qu'il ne faut pas prendre, & rejettant la ſomme 9 ne reſte rien : & ainſi continuant, ie dis 7 & 4 ſont 11, oſtez 9, reſte 2 : 2 de reſte, auec 3, & 2 qui ſuiuent ſont 7, que i'eſcris à part en F.

Puis i'oſte auſſi les 9 de la ſomme 1483, en diſant 1 & 4 ſont 5, & 8 ſont 13, oſtez 9 de 13 reſte 4, & le reſte 4 auec 3 fait 7, que ie mets vis à vis du premier reſte en G : & parce que le premier reſte eſtoit auſſi 7, ie conclus, qu'il n'y point d'erreur en l'addition.

De la ſouſtraction.

La ſouſtraction eſt oſter vn petit nombre d'vn plus grand, ou de ſon égal. Pour la faire, il faut mettre le nombre à ſouſtraire ſous celuy duquel on le veut ſouſtraire, en la maniere qu'il a eſté dit en l'addition, c'eſt à dire, les digites ſous les digites, les centaines ſous les centaines, &c. Puis tirant vne ligne ſous ces deux nombres, & commençant à la main droicte, la ſouſtraction ſe fera comme s'enſuit.

Exemple. 1.

D.	7	9	6
P.	4	3	2
R.	3	6	4

Pour oſter 432, qui s'appelle ordinairement le paye de 796, qui s'appelle la debte, on eſcrira 432 ſous 796, comme il appert icy, puis ayant tiré vne ligne au deſſous, i'oſte 2 de 6 & reſte 4, que ie poſe directemẽt au deſſous : puis venant au ſecond rang, i'oſte 3 de 9, & reſte 6, que ie mets au deſſous de la ligne : en apres au troiſieſme

rang, i'oste 4 de 7, & reste 3, que ie pose au dessous : & ainsi ie trouue qu'ayant osté 432 de 796 restera 364. S'il arriue que quelque figure du nombre inferieur excede la figure superieure correspondante, on empruntera 1 qui vaudra 10, de la premiere figure des superieures vers senestre qui aura quelque valeur (n'oubliant que tous les zero, qui seront entre la figure de qui on emprunte, & celle pour qui on a emprunté, apres cet emprunt, vaudront chacun 9) & ayant adiousté la dixaine qu'on aura emprunté, auec celle de qui il falloit oster, on fera la soustraction escriuant le reste au dessous : comme en l'exemple suiuant.

Soit à soustraire 4968 de 7004, ayant couché le moindre nombre sous le plus grand, & tiré vne ligne au dessous, ie veux soustraire 8 de 4, mais d'autant que cela ne se peut faire, ie prés 1 de 7, premiere des superieures vers senestre qui a valeur, & faisant valoir cette vnité que i'ay emprunté 10, auec le 4 fera 14, & de 14 i'oste 8, & reste 6, que ie pose au dessous : & à cause que l'vnité que ie pris du 7 valoit 1000 & non 10; pour recompenser cette valeur de 1000, on fera valoir les zero qui sont entre 7 & 4 chacun 9, & par ainsi pour continuer la soustraction au second rang, i'oste 6 de 9 & reste 3, que ie pose au dessous : au troisiesme rang, i'oste 9 de 9 & reste 0, que i'escris au dessous : au quatriesme rang, i'oste 4 de 6, qui restent au 7, de qui i'auois emprunté 1, & reste 2 que ie mets au dessous, & ce faisant ie trouue 2036 pour le reste de la soustraction. Autre exemple.

Exemple 2.

```
7 0 0 4
4 9 6 8
-------
2 0 3 6
```

Soit à soustraire 91088 de 701003, ayant couchez les deux nombres, comme il appert icy, & tiré vne ligne au dessous, i'oste 8 de 13, & mets le reste 5 au dessous, puis prenant les deux zero, qui sont entre 1 & 3, pour chacun 9, au second rang, i'oste 8 de 9, & pose le reste 1 au dessous : au troisiesme rang, i'oste 0 de 9, & mets le reste 9 au dessous : au quatriesme rang, l'vnité superieure, de qui on a emprunté 1 pour donner au 3, ne vaut plus rien, & par consequent ie prens vne dixaine du 7 qui est vers senestre, & de cette dixaine, ayant osté l'vnité à soustraire qui est au dessous,

Exemple 3.

```
       701003
        91088
       ------
       609915
       ------
Preuue. 701003
```

reste 9, que i'escris au dessous: & par consequent, le zero qui est entre 7 & 1 vaudra 9, de qui i'oste 9 qui est au dessous, & reste zero que ie pose au dessous: finalement le 6 qui reste au 7, de qui on a emprunté vn, i'escris au dessous de la ligne, & trouue 609915 pour le reste de la soustraction.

Preuue de la soustraction.

Soit adiousté le reste auec le nombre soustrait, que si la somme se trouue égale au nombre de qui on a soustrait, il n'y aura point d'erreur en la soustraction. Comme en ce troisiesme exemple, le nombre soustrait 91088, estant adiousté auec le reste 609915, faict 701003, qui est le nombre de qui on a soustrait, & par consequent, il n'y a point d'erreur en la soustraction.

De la Multiplication.

Multiplier est trouuer vn nombre qui contienne le nombre à multiplier autant de fois que le multiplicateur contient l'vnité: comme si on multiplie 5 par 3 viendra 15 au produict, qui contient autant de fois le nombre muliplié 5, qu'il y a d'vnitez au multiplicateur 3. Or d'autant que pour faire la multiplication facilement & promptement, il est necessaire de sçauoir les produicts qu'engendrent les neuf premieres figures en se multipliant l'vne par l'autre, on apprendra par cœur les produicts ou quarrez que font les cinq plus grandes figures 5, 6, 7, 8, 9, estant multipliez chacune par soy-mesme, qui sont ceux-cy.

5 fois 5 sont 25,	8 fois 8 sont 64,
6 fois 6 sont 36,	9 fois 9 sont 81.
7 fois 7 sont 49,	

Sçachant les produicts ou quarrez de ces cinq figures, on pourra trouuer facilement les produicts que font les autres figures en se multipliant l'vne par l'autre, comme s'ensuit.

5 fois 5 sont 25, & 5 sont 30, pour 5 fois 6.
6 fois 6 sont 36, & 6 sont 42, pour 6 fois 7.
7 fois 7 sont 49, & 7 sont 56, pour 7 fois 8.
8 fois 10 sont 80, moins 8 sont 72, pour 8 fois 9.

5 fois 5 sont 25, & 5 & 5 sont 35, pour 5 fois 7.

6 fois 6 sont 36, & 6 & 6 sont 48, pour 6 fois 8.
7 fois 10 sont 70, moins 7 sont 63, pour 7 fois 9.

On pourra aussi trouuer le produict qu'engendrent deux figures multipliées l'vne par l'autre, comme s'ensuit.

7—3
8—2
5 6

Pour sçauoir combien sont 7 fois 8, il faut les escrire l'vn sur l'autre, & mettre vis à vis leurs complements iusques à 10, à sçauoir 3 & 2 : ce faict on multipliera les complements 3 & 2 l'vn par l'autre, & viendra 6, qu'on escrira au dessous : puis on adioustera 7 & 8 ensemble, & de la somme, qui est 15, on escrira au dessous seulement 5, rejettant la dixaine, & ce faisant on aura 56 pour le produict de la multiplication de 7 par 8.

Par la mesme methode on trouuera que 6 fois 7 sont 42 : car

6—4
7—3
4 2

les complements 4 & 3 multipliez l'vn par l'autre font 12, & escriuant le 2 au dessous, on adioustera la dixaine auec 6 & 7 & viendra 14, duquel rejettant la dixaine on escrira le 4 au dessous, & par ainsi on aura 42 pour 6 fois 7.

Maintenant estant proposez deux nombres à multiplier l'vn par l'autre, pour plus grande facilité on escrira le plus petit sous le plus grand, comme en l'addition & soustraction : puis ayant tiré vne ligne sous ces deux nombres, & commençant à la main droicte, on multipliera toutes les figures superieures par chaque figure inferieure, mettant le commencement du produict sous celle qui multiplie le tout, comme on peut voir aux exemples suiuants.

Exemple 1.

3 8 6
7
2 7 0 2

Soit à multiplier 386 par 7, ayant couché les deux nombres, comme on voit icy, & tiré vne ligne au dessous, ie dis 7 fois 6 sont 42, & pose 2 au dessous, gardant les 4 dixaines : puis ie dis 7 fois 8 sont 56, & 4 que ie garde sont 60, & escris le zero au dessous gardant les 6 dixaines : finalement ie dis 7 fois 3 sont 21, & 6 que ie garde sont 27, que ie pose au dessous, & ce faisant ie trouue 2702 pour le produict de 7 fois 386.

Soit à multiplier 3078 par 403, ayant escrit les deux nombres, comme il appert icy, & tiré vne ligne au dessous, ie dis 3 fois 8 sont 24, & pose le 4 au dessous du 3, gardant les 2 dixaines : puis ie dis

Exemple 2. 3 fois 7 sont 21, & 2 que ie garde sont 23, & i'escris le 3 au dessous, gardant les deux dixaines: tiercement, ie dis 3 fois o n'est rien, & mets 2 que ie garde au dessous: quartement, ie dis 3 fois 3 sont 9, que pose au dessous. Ayant ainsi multiplié par la premiere figure du diuiseur, qui est 3, il faudroit multiplier par la seconde, mais à cause que cette seconde figure est vn zero, passant outre sans multiplier par le zero, on multipliera par la troisiesme figure qui est 4, disant 4 fois 8 sont 32, & pose le 2 sous le multiplicateur 4, gardant les 3 dixaines: puis ie dis 4 fois 7 sont 28, & 3 que ie garde sont 31, & mets 1 en suite du 2, gardant les 3 dixaines: tiercement, ie dis 4 fois zero n'est rien, & 3 que ie garde sont 3, que ie pose sous la ligne: quartement, ie dis 4 fois 3 sont 12, que i'escris de suite sous la ligne. Ayant ainsi multiplié toutes les figures superieures par chacune des inferieures, ie tire vne ligne au dessous de deux produicts pour les adiouster ensemble, & trouue que ces deux produits adioustez ensemble font 1240432, pour le produict de la multiplication de 3078 par 403.

```
   3078
    403
-------
   9234
 12312
-------
1240434
```

Multiplications brieues.

Si au costé droict du multiplicateur il y a des zero, la multiplication se fera plus promptement en les rejettant, puis les adioustant au produict des autres figures : comme on peut voir aux trois exemples suiuants.

17	17	3040	*multiplicandes.*
10	100	400	*multiplicateurs.*
170	1700	1216000	*produicts.*

De la preuue de la multiplication.

La vraye preuue de la multiplication est, que si on diuise le produict de la multiplication par le multiplicateur, le quotient doit estre le nombre qu'on a multiplié. Mais pour plus grāde brieueté, on pratique ordinairement la preuue qui se fait par le moyen du 9. comme s'ensuit.

365 *multiplicande.*
24 *multiplicateur.*

1460	
730	
8760	*le produict total.*

3
5 — — 6
3

Pour sçauoir si 365 estant multiplié par 24 fait 8760, ostez tous les 9 du multiplicande 365, & posé le reste 5 au costé gauche d'vne croix : puis de mesme ostez les 9 du multiplicateur 24, & mettez le reste 6 au costé droict de la mesme croix : ce faict, multipliez le reste 5 par le reste 6, & viendra 30, qui a pour preuue 3, qui se trouue aussi en rejettant tous les 9 de 30, & mettez cette preuue ou reste 3 au haut de la croix : finalement ostez tous les 9 du produict total 8760, & escriuez le reste 3 au bas de la croix, & si le mesme nombre se trouue au haut & bas de la croix, comme il arriue en cet exemple, on conclura qu'il n'y a point d'erreur en la multiplication.

De la Diuision.

Diuiser est partir vn nombre en autant de parties égales qu'on voudra : ou bien diuiser est trouuer vn nombre, lequel par ses vnitez monstre combien de fois le diuiseur est contenu au diuidende : & se faict procedant de gauche à droict, au rebours des trois regles precedentes ; en mettant tousiours le diuiseur sous le diuidende, commeçant à la premiere figure du costé gauche, s'il est contenu au nombre superieur correspondant, mais s'il n'est contenu, on commencera à l'escrire à la seconde figure. Ce faict, on regardera combien de fois la premiere figure du costé gauche du diuiseur est contenuë au nombre superieur correspondant, & le nombre qui monstrera combien de fois elle est contenuë, on le mettra au quotient, s'il en reste assez pour les autres figures du diuiseur : que s'il n'en reste pas assez, on mettra moins dans le quotient, afin qu'il en reste assez pour les autres. Puis par la figure mise dans le quotient

tient on multipliera tout le diuiseur, en faisant les soustractions des figures superieures correspondantes, à mesure qu'on faict les multiplications : le tout comme on peut voir aux exemples suiuants.

Exemple 1.

```
1 3 1
9 5 3
------ [238 1/4.
4 4 4
```

Soit à diuiser 953 par 4, ie pose le diuiseur 4 sous le 9 du diuidende, puis ayant tiré vne ligne droicte entre deux, & descrit vne ligne courbe au costé droict pour le quotient, ie regarde combien de fois 4 est contenu au nombre superieur correspondant 9, & se trouue 2 fois : ie pose donc 2 dans le quotient, puis ie dis, deux fois 4 sont 8, que i'oste de 9, & reste 1 que i'escris au dessus de 9, tranchant tant le 4 que le 9 : ce faict, i'auance le diuiseur sous la figure suiuante 5, & regarde combien de fois iceluy diuiseur 4 est contenu en 15, que font l'vnité restant sur le 9, & le 5 qui suit, & trouuant qu'il est 3 fois, ie pose 3 au quotient, & dis, 3 fois 4 sont 12 que i'oste de 15, & reste 3, que ie pose au dessus de mon diuiseur 4. Puis i'auance derechef mon diuiseur 4 sous la derniere figure 3, & regarde combien de fois mon diuiseur 4 est contenu au nombre superieur 33, & ie trouue 8 fois, ie pose donc 8 au quotient, & dis, 8 fois 4 sont 32, que i'oste de 33 superieurs correspondans, & reste 1, que i'escris au dessus : & parce que mon diuiseur est paruenu iusques à la derniere figure du nombre à diuiser, ie conclus que le quart de 953 est $238\frac{1}{4}$.

Exemple 2.

```
      6
1 4 3 5 6
---------- [2050 6/7.
  7 7 7 7
```

Soit à diuiser 14356 par 7, parce que le diuiseur 7 n'est pas contenu en la premiere figure du diuidende, qui est 1, ie le pose sous la seconde figure 4 : puis ie regarde combien de fois 7 est contenu en 14, qui est le nombre superieur correspondant, & trouuant qu'il est contenu 2 fois, ie pose 2 au quotient, & dis, 2 fois 7 sont 14, que i'oste de 14 nombre superieur correspondant, en tranchant 1 & 4, & ne reste rien : ce faict, i'auance le diuiseur 7 sous la figure suiuante 3, & parce qu'il n'est pas contenu au nombre correspondant 3, ie pose au quotient zero : & sans rien effaçer du nombre à diuiser, i'auance mon diuiseur 7 sous la figure 5, & regarde combien de fois il est contenu au nom-

are superieur correspondãt 35, & trouuãt qu'il est contenu 5 fois, ie pose 5 au quotiẽt, & puis ie dis 5 fois 7 sont 35, que i'oste de 35, nombre superieur correspondant, & ne reste rien ; puis i'auance le diuiseur sous la derniere figure 6 : & parce qu'il n'est pas contenu en 6, ie pose au quotient zero, & ne pouuant plus auancer, ie dis que la septiesme partie de 14356 est 2050 $\frac{6}{7}$.

Exemple 3.

```
        2
      3 3
    3 4 7
    4 7 4 8
    7 4 6 4 1
  3 1 2 2 3 4  [899 281/347.
  ------------
    3 4 7 7 7
      3 4 4
        3
```

Soit à diuiser 312234 par 347, parce que ce diuiseur 347 n'est pas contenu en 312, ie le pose sous la seconde figure, à sçauoir sous 312, puis ie regarde combien de fois la premiere figure de mon diuiseur, qui est 3, est contenuë au nombre superieur correspondant 31, & encore qu'elle soit contenuë 10 fois, on ne doit iamais mettre plus de 9 fois : en cet exemple, si on met 9 fois, il ne restera pas assez pour la troisiesme figure du diuiseur, qui est 7 : car c'est vne maxime de la diuision, qu'autant de fois que la premiere figure du diuiseur sera cõtenuë, ou supposé d'estre cõtenuë en son nombre superieur correspondant, les autres figures suiuantes du diuiseur doiuent aussi estre contenuës, à tout le moins autant de fois, en ce qui restera pour icelles, faisant les soustractions des produicts des multiplications des precedentes. Comme en cet exemple, si on suppose que la premiere figure du diuiseur, qui est 3, soit contenuë 9 fois en son nombre correspondant 31, la seconde figure 4 sera aussi contenuë 9 fois en 42, qui restent pour elle, mais la troisiesme figure 7 n'est pas contenuë 9 fois en 62, qu'il y a de reste pour elle. Partant, ie conclus qu'il faut mettre dans le quotient moins de 9. Et ne sera pas aussi bon de mettre 7 fois dans le quotient, à cause que le nombre qui resteroit au dessus du diuiseur seroit 693, plus grand que le diuiseur : Et c'est encore vne maxime de la diuision que le nombre qui reste au dessus du diuiseur doit tousiours estre plus petit que le diuiseur. Par consequent ie mets 8 au quotient

puis ie dis 8 fois 3 sont 24, que i'oste de 31 superieur correspondant, & reste 7, que i'escris au dessus, en tranchant 31 & 3: & venant à la seconde figure de mon diuiseur, ie dis 8 fois 4 sont 32, qu'il faudroit oster de 72, mais pour plus grande facilité, ie donne au 2, qui est directement sur le 4, autant de dixaines qu'il en a besoin pour luy oster le produict 32, à sçauoir 3 dixaines, & ne reste rien au dessus du diuiseur 4 que ie tranche, & aussi le 2, & ostant les 3 dixaines que i'ay donné au 2 de la prochaine figure des superieures qui sont vers le costé gauche, à sçauoir du 7, reste 4 que ie mets au dessus en tranchant le 7: Ie multiplie aussi la troisiesme figure 7 par le quotient 8, & vient 56, qu'il faudroit soustraire de 402, qui restent pour le 7, car les figures tranchées tiennent lieu de zero mais pour plus grande facilité, ie donne 6 dixaines au 2, qui est sur mon diuiseur 7, & de 62 i'oste les 56, & reste 6, que ie pose au dessus du 7 en le tranchant, & aussi le 2 qui est au dessus: puis pour pouuoir diminuer de 6 dixaines, que i'ay emprunté, la prochaine des superieures qui sont vers le costé gauche, parce qu'elle n'a rien, ie luy donne 1, qui luy vaut 10, & ostant les 6 dixaines de 10, reste 4 que i'escris au dessus: & l'vnité que i'ay donné à cette prochaine figure, ie l'oste de 4 qui precede, en escriuant le reste 3 au dessus.

Or à cause que les plus grandes difficultez de la diuision consistent à faire les soustractions, on remarquera que le nombre des vnitez, qu'il faut oster de la prochaine des superieures qui sera vers le costé gauche, est tousiours égale au nombre des dixaines qu'il y aura au nombre de qui on a fait la soustraction: Par exemple, si on a faict la soustraction de 42, on diminuera la prochaine de 4: si on a soustraict de 10, on diminuera la prochaine de 1: si on a soustraict de 8, on ne diminuera pas la prochaine, à cause qu'en 8 il n'y a point de dixaine. Ayant ainsi multiplié & soustraict, i'auance le diuiseur 347 sous la figure suiuante qui est 2, & regarde combien de fois la premiere figure de mon diuiseur qui est 3, est contenuë au nombre superieur correspondant 34, & encore qu'elle soit contenuë plus de 9 fois, ie pose seulement 9 au quotient, à cause qu'on ne doit iamais mettre plus de 9 au quotient, puis pour multiplier toutes les figures du diuiseur par la figure 9, que ie viens de mettre au quotient, ie dis, 9 fois 3 sont 27, que i'oste du nombre superieur

correſpondant 34, & reſte 7 que ie poſe au deſſus du diuiſeur 3, en le tranchant, & auſſi 34, de qui i'ay fait la ſouſtraction : puis ie multiplie la ſeconde figure 4 par 9, & vient 36, que i'oſte de la figure qui eſt au deſſus du diuiſeur 4, à ſçauoir de 6, en luy donnãt 3 dixaines, & ne reſte rien, & ayant tranché le 4 & le 6, ie diminuë la prochaine qui eſt 7 de 3 vnitez, que i'auois donné au 6, & reſte 4, que ie poſe au deſſus du 7 en le tranchant : ie multiplie auſſi la troiſieſme figure 7 par 9 & vient 63, que i'oſte de la figure 3, qui eſt au deſſus du 7, en luy donnant 6 dixaines, & ne reſte rien, & tranchant 7 & 3, ie deurois diminuer la prochaine de 6 que i'ay donné au 3: mais à cauſe qu'elle n'a rien, ie luy donne vne dixaine, de laquelle i'oſte le 6 & reſte 4, que ie poſe au deſſus, & la dixaine que ie luy ay donné ie la prens du 4 qui precede, & mets le reſte 3 au deſſus: ce faict, i'auance le diuiſeur 347 ſous la figure ſuiuante, & regarde combien de fois la premiere figure 3 eſt contenuë au nombre ſuperieur correſpondant 34, & trouuant qu'elle eſt contenuë 9 fois, ie poſe 9 dans le quotient, puis ie dis 9 fois 3 ſont 27 que i'oſte de 34, & poſe le reſte 7 au deſſus en tranchant le 3 & 34 : puis multipliant la ſeconde 4 par 9, vient 36 que i'oſte de 40, que ie donne à la figure qui eſt au deſſus du 4 qui n'a rien, & poſe le reſte 4 au deſſus, & ie prens le 4 que i'ay donné du 7 qui precede, mettant le reſte 3 au deſſus en tranchant le 7 : en apres multipliant la troiſieſme figure 7 par 9, vient 63 que i'oſte de 64, qu'aura le 4 qui eſt au deſſus dudit 7, luy donnant 6 dixaines, afin que la ſouſtraction ſe puiſſe faire, & reſte 1 que ie poſe au deſſus du 7 en le tranchant, & auſſi le 4 de qui i'ay oſté 63 : & parce que ie ne puis oſter les 6 dixaines que i'ay donné de la prochaine qui eſt 4, ie luy donne 1 dixaine, & de 14 oſtant 6, reſte 8 que ie poſe au deſſus tranchant le 4, & la dixaine que i'ay donné au 4, ie la prens de la prochaine qui eſt 3, & reſte 2 que ie poſe au deſſus tranchant le 3 : eſtant ainſi paruenu iuſques a la derniere figure du diuidende, & ne pouuant plus aduancer plus auant, on conclura que la diuiſion eſt acheuée, & faudra mettre le reſte 281 ſur vne ligne en ſuite du quotient 899, & le diuiſeur 347 deſſous, pour monſtrer que le quotient eſt 899 auec la fraction $\frac{281}{347}$. Que ſi 312234 eſt vne ſomme de liures à partir égalemẽt à 347 hommes, chacun aura 899 liures, & pour ſçauoir combien de ſols aura cha-

281
20
5620
68
12
136
68
816

cun de 281 liures qui restent encore à partir, on reduira les 281 liures en sols, en les multipliant par 20 sols, qui est la valeur d'vne liure, le produict sera 5620 sols, qu'il faut diuiser par 347, & viendra 16 sols pour chacun, & restera encore 68 sols qu'il faudra mettre en deniers, en multipliant par 12 deniers, qui est la valeur d'vn sols, & viendra au produict 816 deniers, qu'il faut aussi diuiser par 347, & viendra à chacun 2 deniers, & restera encore 122 deniers à partir à 347, qui est presque vn tiers de denier pour chacun; partant on conclura que chacun aura 899 liures 16 sols 2 deniers, & enuiron le tiers d'vn denier.

Diuisions brieues.

Pour multiplier par vn nombre qui aye des zero à son costé droit, il faut les retrancher, & aussi autant de figures du costé droict du nombre à diuiser, puis diuiser les figures du diuidende par les figures restantes du diuiseur: Ce qui se fait ordinairement en mettant les zero, qui sont au costé droict du diuiseur, sous les figures qui sont au costé droict du diuidende; comme on peut voir aux exemples suiuants.

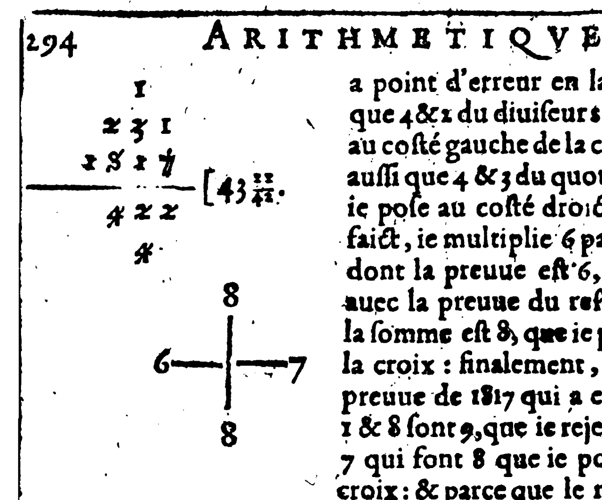
$\frac{34|6}{1|0}$ [$34\frac{6}{10}$. $\frac{27|48}{1|00}$ [$27\frac{48}{100}$. $\frac{126|48}{4|00}$ [$31\frac{248}{400}$.

De la preuue de la diuision.

Il faut multiplier le quotient par le diuiseur, & adiouster au produict le reste s'il y en a, & ce faisant, si on trouue le nombre qu'on a diuisé il n'y aura point d'erreur en la diuision: par exemple, 17 diuisé par 3 donne $5\frac{2}{3}$: & 5 estant multiplié par 3 fait 15, auquel si on adiouste le reste de la diuision qui est 2, on aura 17, qui est le nombre diuisé.

Autre preuue par le moyen du 9.

Ayant diuisé 1817 par 42, ie trouue $43\frac{11}{42}$, & pour sçauoir s'il n'y



a point d'erreur en la diuision, ie dis que 4 & 2 du diuiseur sont 6, que ie pose au costé gauche de la croix, puis ie dis aussi que 4 & 3 du quotient sont 7, que ie pose au costé droict de la croix, ce faict, ie multiplie 6 par 7 & vient 42, dont la preuue est 6, que i'adiouste auec la preuue du reste 11, qui est 2, la somme est 8, que ie pose au haut de la croix : finalement, pour auoir la preuue de 1817 qui a esté diuisé, ie dis 1 & 8 sont 9, que ie rejette, & reste 1 & 7 qui font 8 que ie pose au bas de la croix : & parce que le mesme nombre se trouue au haut & bas de la croix, ie conclus qu'il n'y a point d'erreur en la diuision.

Questions necessaires pour distinguer l'vsage des quatre regles precedentes.

Sçauoir de quel nombre il faut soustraire 72, afin que le reste soit 53?

A cause qu'en toute soustraction le nombre soustrait & le reste font ensemble le nombre de qui on a soustrait, il est manifeste que le nombre requis est 125, qui se trouue adioustant 72 auec 53.

Sçauoir quel nombre il faut soustraire de 137, afin que le reste soit 86?

En cette question, à cause que le tout est 137, & l'vne de ses deux parties 86, il est euident que pour auoir l'autre partie, il faut soustraire 86 de 137, & restera 51 pour l'autre partie.

Sçauoir quel nombre doit estre diuisé par 6, afin que le quotient soit 17?

A cause qu'en toute diuision, le quotient estant multiplié par le diuiseur engendre le nombre qui a esté diuisé, il est manifeste que pour auoir le nombre requis, il faut multiplier 17 par 6, & que le produict 102 est le nombre requis.

Sçauoir combien de sols & deniers valent 27 liures?

2 7
2 0
5 4 0 s.
1 2 d.
1 0 8 0
5 4 0
6 4 8 0 d.

A cause que pour reduire les monnoyes de plus grande valeur en d'autres de moindre valeur, il faut faire la multiplication, pour reduire les 27 liures en sols, il faut multiplier 27 par 20 sols, qui est la valeur d'vne liure, & viendra 540 sols, qu'il faudra multiplier par 12 deniers, qui est la valeur d'vn sol, & viendra 6480 deniers, qui valent autant que 27 liures ou 540 sols.

Sçauoir quel nombre il faut multiplier par 9, afin que le produict soit 117?

A cause qu'en toute multiplication le produict de la multiplication estant diuisé par le multiplicateur, donne au quotient le nombre qui a esté multiplié, il est euident que pour auoir le nombre requis, il faut diuiser 117 par 9, & que le quotient 13 est le requis.

Sçauoir combien de sols & liures valent 6480 deniers.

Pour reduire les monnoyes de moindre valeur en d'autres de plus grande valeur, il faut tousiours faire la diuision, partant pour reduire les 6480 deniers en sols, on les diuisera par 12, qui est le nombre des deniers que vaut vn sol, & viendra 540 sols, qu'il fau

diuiser par 20 pour les reduire en liures, & ce faisant on aura pour 6480 deniers 540 sols, qui valent 27 liures.

Des nombres de la dixme.

Les nombres de la dixme s'appellent ainsi, à cause que l'entier, comme vne toise, est diuisé en 10 parties égales, qui s'appellent minutes, chaque minute en 10 secondes, & chaque seconde en 10 tierces, & ainsi à l'infiny. Tellement qu'vne toise, par exemple, contient 10 minutes, 100 secondes, 1000 tierces, &c. qui se marquent ainsi.

$10'$, $100''$, $1000'''$.

Le propre des nombres de la dixme s'entresuiuants sans interruption, est de signifier la mesme chose estant conjoints & reünis en vn nombre, qu'estant disioints & separez : par exemple, 27 toises, $8'$, $7''$, valent $2787''$ de toise : & au contraire $2787''$ de toise valent 27 toises $8'$ & $7''$, ou $27\frac{87}{100}$ toises.

Si la suite des nombres de la dixme est interrompuë, pour les reünir en vn nombre, il faut mettre des zero aux endroits que leur suite est interrompuë, ce faisant on trouuera que 4 toises & $8'''$ valent $4008'''$ de toise.

De l'addition.

Il faut escrire les nombres de mesme denomination l'vn sur l'autre, puis faire l'addition à l'ordinaire.

Exemple 1.		*Exemple 2.*	
$2463''$	*Nombres à*	$3606''$	*Nombres à*
$2024''$	*adjouster.*	$30007'''$	*adiouster.*
$84'$		$8'$	
$5327''$	*Somme*	$66867'''$	*Somme*
Ou $53\frac{27}{100}$.		*Ou* $66\frac{867}{1000}$.	

De la soustraction.

Il faut escrire les nombres de mesme denomination l'vn sur l'autre, puis faire la soustraction à l'ordinaire.

Exemple 1.

$733^{\prime}$	*Debte*
$26009^{\prime\prime\prime}$	*Payé*
$47291^{\prime\prime\prime}$	*Reste*

Ou $47\frac{291}{1000}$.

Exemple 2.

$34007^{\prime\prime\prime}$	*Debte*
$604^{\prime\prime}$	*Payé*
$27967^{\prime\prime\prime}$	*Reste*

Ou $27\frac{967}{1000}$.

De la multiplication.

Il faut faire la multiplication à l'ordinaire, & donner au produict pour denomination la somme ou addition des accens du nombre multiplié & du multiplicateur.

Exemple 1.

$307403^{\prime\prime\prime}$ *multiplicande.*
$2608^{\prime\prime}$ *multiplicateur.*

2459224
1844418
614806

$801707024^{\prime\prime\prime\prime\prime}$ *produict.*

Ou $8017\frac{7024}{100000}$.

Exemple 2.

$174^{\prime}$ *multiplicande.*
$8006^{\prime\prime\prime}$ *multiplicateur*

1044
1392

$1393044^{\prime\prime\prime\prime}$ *produict.*

Ou $139\frac{3044}{10000}$.

De la diuision.

Il faut faire la diuision à l'ordinaire, & donner au quotient pou denomination les accens qui resteront, ayant soustrait ceux du diuiseur de ceux du diuidende.

Exemple 1.

Diuidende	$3082''$	quotient $134'$ ou $13\frac{4}{10}$
Diuiseur	$23'$	

Exemple 2.

Diuidende	$256'$	quotient 32
Diuiseur	$8'$	

Si le nombre des accens du diuiseur excede le nombre des accens du diuidende, afin qu'on puisse soustraire les accens du diuiseur de ceux du diuidende, il faudra adiouster des zero au diuidende, & augmenter le nombre de ses accens selon le nombre des zero qu'on aura adiousté.

Par exemple, estant proposé à diuiser $376'$ par $8'''$, à cause que les trois accens du diuiseur ne se peuuent soustraire d'vn accent du diuidende, pour rendre le nombre des accens du diuidende aussi grand que celuy du diuiseur, on adioustera deux zero au diuidende $376'$, augmentant le nombre de ses accens de deux accens, & viendra $37600'''$, lequel estant diuisé par $8'''$, donnera 4700, qui est vn nombre entier, à cause qu'ayant soustraict les trois accens du diuiseur des trois accens du diuidende, il ne reste rien.

S'il y a quelque reste en la diuision, il la faudra continuer en adioustant des zero au diuidende iusques à ce qu'il ne reste rien, ou que le quotient soit assez iuste, encore qu'il y ait du reste : ce qui se doit aussi pratiquer aux nombres entiers, si on ne veut point auoir d'autres nombres rompus que ceux de la dixme. Par exemple, estant proposé à diuiser $145'$ par $8'$, il me reste 1, puis à mesure que i'ay aduancé mon diuiseur 8, i'ay adiousté vn zero au diuidende, & mettant fin à la diuision au troisiesme zero que i'ay adiousté, à cause qu'il n'est rien resté, i'ay trouué 1 que 145 estant diuisé par 8 donne $18125'''$, ou $18\frac{125}{1000}$.

```
 6224
 145000  [18125'''
 88888
```

Car les 3 zero que i'ay adiousté ont augmenté la denomination de $145'$ de 3 accens, de sorte que le nombre 145000 qui a esté diuisé auoit 4 accens, desquels ostant l'accent du diuiseur, reste 3 accens pour le quotient.

Par la mesme methode on trouuera que le nombre entier 14 estant diuisé par 6'', donnera au quotient enuiron 2416666''', ou $2416\frac{666}{1000}$, & ne se peut trouuer le iuste en cet exemple, à cause que adjoustant des zero, & continuant la diuision, il y a tousiours quelque reste.

Nous noterons icy que les preceptes que nous auons donné en la multiplication & diuision de la dixme touchãt les denominatiõs ou nombre d'accens, ont aussi lieu en la multiplication & diuision des fractions astronomiques : c'est à dire, que minutes astronomiques estant multipliées par minutes astronomiques font des secondes : & les secondes estant multipliées par des tierces font des quartes, &c. Et en la diuision, les tierces estant diuisez par secondes font des minutes : & les quintes estant diuisez par des tierces donnent des secondes, &c.

Addition de diuerses especes.

En l'addition des liures, sols & deniers, pour chaque 12 deniers on garde vn sol pour mettre auec les sols : & pour chaque 2 dixaines des sols, vne liure pour mettre auec les liures.

En l'addition des fractions astronomiques 6 dixaines de minutes font vn degré, & 6 dixaines de secondes vne minute, & ainsi des autres.

Exemple 1.	*Exemple 2.*
15 *lt.* 17 *s.* 9 *d.*	35 *deg.* 47', 8'',
137 *lt.* 12 *s.* 10 *d.*	7 *deg.* 18'', 56'',
244 *lt.* 5 *s.* 11 *d.*	44 *deg.* 32'.
397 *lt.* 16 *s.* 6 *d.* *Somme.*	87 *deg.* 38', 4'', *Somme.*

Soustraction de diuerses especes.

Si le nombre des deniers à soustraire excede les superieurs de qui on les doit soustraire, on empruntera vn sol qui vaudra 12 deniers : & de mesme aux sols, si on emprunte vne liure, on la fera

valoir 2 dixaines de sols : & aux fractions astronomiques, si on emprunte vn degré on le fera valoir 6 dixaines des suiuantes : & vne minute, 6 dixaines des secondes, &c.

Exemple 1.		*Exemple 2.*	
Debte	278 *lt.* 9 *s.* 4 *d.*	*Debte*	137 *deg.* 8′, 17″,
Payé	137 *lt.* 15 *s.* 6 *d.*	*Payé*	29 *deg.* 46′, 23″,
Reste	140 *lt.* 13 *s.* 10 *d.*	*Reste*	107 *deg.* 21′, 54″.

Pour sçauoir combien il y a de temps depuis vn terme donné iusques à vn autre : par exemple, depuis le 18 de Septembre de l'année 1607, iusques au 9 de May de l'année 1631, on couchera les nombres comme s'ensuit pour faire la soustraction.

	1630 *an.*	4 *m.*	9 *iours,*	*fin du terme.*
	1606 *an.*	8 *m.*	18 *iours,*	*commencement du terme.*
Reste	23 *an.*	7 *m.*	21 *iours,*	*temps du premier terme iusques au second.*

Reduire vn nombre donné de liures en fractions de la dixme.

Si au nombre proposé des liures on adiouste vn zero, viendra les minutes de liures : si on adiouste 2 zero viendra des secondes, &c. ce faisant on trouuera que 7 liures valent 70′, & aussi 700″.

Reduire vn nombre donné de sols en dixme de liures tournois.

Si le nombre de sols proposé est pair, sa moitié sera le nombre de minutes requis : Que s'il est impair, sa moitié auec 5 sera le nombre des secondes requis ; ce faisant on aura pour 16 sols 8 minutes de liure, & pour 17 sols 85 secondes de liures.

Trouuer des liures en multipliant vn nombre donné par sols.

Il faut reduire le nombre donné des sols en dixme par la precedente, puis on multipliera le nombre proposé par la dixme qu'on aura trouué pour les sols. Que si le nombre de la dixme mis au lieu des sols a vn accent pour sa denomination on retranchera vne figure du produict pour auoir des liures, & la figure retranchée estant doublée donnera des sols. Mais si les sols ont esté reduits en secondes de la dixme, du produict il faudra retrancher 2 figures pour auoir des liures, & des 2 figures retranchées la premiere estant doublée donnera des sols, & 5 de la seconde valent tousiours vn sol. Ce faisant on trouuera que 468 aulnes à 16 sols l'aulne, valent 374 liures 8 s. & 375 aulnes à 17 sols l'aulne, font 318 liures 15 sols.

Exemple 1.

468 *à* 16 *s. ou* 8′.
8′
———
374|4′
———
374 *lt.* 8 *s.*

Exemple 2.

375 *à* 17 *s. ou* 85″.
85″
———
1875
3000
———
318|75″
———
318 *lt.* 15 *s.*

Trouuer des liures en multipliant vn nombre donné par liures & sols.

Il faut reduire par la methode donnée cy dessus les sols en dixme le liures, puis en mettant la dixme des sols qu'on aura trouué en suite des liures, on fera la multiplication, & du produict retranchant vne ou deux figures, à sçauoir autant qu'il y aura d'accens en la dixme, on aura le nombre requis des liures, & les figures retranchées donneront les sols qu'il y aura outre les liures; ce faisant

on trouuera que 834 aulnes à 7 liures 16 sols l'aulne vaudront 6505 liures 4 sols: & 377 aulnes à 9 liures 15 sols, valent 3675 liures 15 sols.

Exemple 1.

834 *à* 7 *lt.* 16 *ſ. ou* 78'
78'

6672
5838

6505|2'

6505 *lt.* 4 *ſ.*

Exemple 2.

377 *à* 9 *lt.* 15 *ſ. ou* 975''.
975''

1885
2639
3393

3675|75''

3675 *lt.* 15 *ſ.*

Que si au nombre proposé, outre les liures & sols, il y a des deniers, il vaudra mieux multiplier les deniers separément, & reduire leur produict en sols & liures, pour les adiouster auec les liures & sols, qui seront prouenus de la multiplication des liures & sols. Comme en l'exemple precedent, si vne chacune des 377 aulnes valoit 9 liures 15 sols & 7 deniers, ayant trouué 3675 liures 15 sols à raison de 9 liures 15 sols l'aulne, on multipliera 377 par 7 deniers & viendra 2639 deniers, qui font 219 sols & 11 deniers, & les 219 sols reduicts en liures font 10 lt. 19 s. partant, si on adiouste 10 lt. 19 s. 11 d. auec 3675 lt. 15 s. on aura 3686 liures 14 sols 11 deniers, pour le prix de 377 aulnes à 9 liures 15 sols & 7 deniers l'aulne.

Notez que les 219 sols 11 deniers se pouuoient trouuer plus promptement en prenant pour 4 deniers le tiers de 377, qui est 125 sols 8 deniers: & pour 3 deniers, le quart du mesme nombre 377, qui vaut 94 sols & 3 deniers, & les deux ensemble font 219 sols 11 deniers.

Il faut icy noter, que pour reduire en liures les monnoyes composées de sols, ou de liures & de sols, il faut faire la multiplication: & au contraire, pour reduire les liures en monnoyes com-

posées de sols, ou liures & sols, qu'on doit faire la diuision. Le tout comme on peut voir aux exemples precedens & suiuans.

Trouuer des liures en multipliant des liures & sols par ans & mois, ou par ans, mois & iours.

Soit à trouuer à combien montera l'interest de 137 liures 16 sols par an, en 23 ans & 7 mois. Les 137 liures 16 sols reduicts en dixme sont 1378′, qu'on multipliera par 23 ans & 7 mois, comme s'ensuit.

```
1378′
  23
------
 4134
2756
  689
  114—1 ſ. 8 d.
------
3249|7
------
3249 lt. 15 ſ. 8 d.
```

Pour auoir l'interest de 7 mois, on prendra premierement l'interest de 6 mois, qui est 689, à sçauoir la moitié de 1378′, qui est l'interest annuel : & pour vn mois on prendra la sixiesme partie de 689′, qui est 114′$\frac{5}{6}$, & parce qu'vne minute de liure vaut 24 deniers, les $\frac{5}{6}$ vaudront 1 sol & 8 deniers, & adioustant tous les produicts ensemble, on aura 32497′ lt. 1 ſ. 8 d. & retranchant vne figure pour reduire les minutes de liures en liures, le requis sera 3249 lt. 15 ſ. 8 d.

Si outre l'interest de 23 ans & 7 mois, on demande encore l'interest de quelques iours, par exemple de 25 iours : ayant operé pour les 23 ans & 7 mois, comme cy dessus, on prendra pour 15 iours la moitié de 114′, 1 ſ. 8 d. qui est 57′, 10 d. : & pour les 10 iours restans on prendra deux fois le tiers de 57′, 10 d. lequel tiers vaut 19′ lt. 3$\frac{1}{3}$ d. & adioustant tous les produicts ensemble, on aura 32592′ 1 ſ. $\frac{2}{3}$ d. & reduisant les minutes en liures en retranchant vne figure, le requis sera 3259 lt. 7 ſ. $\frac{2}{3}$ d.

1378'	
23 an. 7 m. 25 iours.	
4134'	
2756	
689	
114	— 1 ſ. 8 d.
57	— 10 d.
19	— 3⅕,
19	— 3⅕,
3259 | 2'	3 ſ. ⅖ d.
3259 lt.	7 ſ. ⅖ d.

Diuiſer par liures, ou par liures & ſols, vne ſomme donnée de liures, ou de liures & ſols.

Par exemple, s'il faut payer 468 liures en pieces de 16 ſols, ou en eſtoffe qui vaille 16 ſols l'aulne, le requis ſe trouuera en diuiſant 468 liures par 16 ſols : & pour faire cette diuiſion, on reduira le diuidende 468 & le diuiſeur 16 ſols en dixme de meſme denomination, comme en cet exemple, à cauſe que les 8 ſols ſe reduiſent 8', on adiouſtera vn zero à 468 liures pour les reduire en minutes de liure, puis diuiſant 4680' par 8', on trouuera 585 pieces de 16 ſols, qu'il faut pour payer les 468 liures. Par la meſme methode on trouuera, que pour payer 346 liures 9 ſols en eſtoffes de 7 liures 7 ſols l'aulne, qu'il en faudra 47 aulnes & vne liure de plus, car 346 lt. 9 ſ. en dixme font 34645'', & & 7 lt. 7 ſ. font 735'', & diuiſant 34645'' par 735'', le quotient eſt 47, & reſte 100'', qui valent vne liure. Que ſi on veut payer la meſme ſomme de 346 liures 9 ſols

34645''	[47
735''	

en

en estofes de 8 liures 10 sols l'aulne, encore que les 8 lt. 10 s. se reduisent en 85', il faut les reduire en secondes, afin que le diuiseur aye mesme denomination que le diuidende, qui est 34645'', partant adioustant vn zero à 85', on aura pour diuiseur 850'', par lequel diuisant 34645'', viendra au quotient 40, & restera 645'', ou 6 lt. 4' 5'' qui valent 6 lt. 9 sols; tellement que pour payer les 346 liures 9 sols en estofes de 8 liures 10 sols l'aulne, il en faudra 40 aulnes & 6 liures 9 sols, outre les 40 aulnes. Par la mesme methode on trouuera, que pour payer 10000 liures en patagons de 58 sols piece, il faut 344 patagons auec 2 liures 8 sols.

Les nombres de la diuision sont ceux-cy. 10000' | 344 24/29 — 29

DES FRACTIONS *ou nombres rompus.*

La fraction ou nombre rompu est vne ou plusieurs parties de l'entier diuisé en plusieurs parties égales.

Toute fraction a deux nombres couchez l'vn sur l'autre auec vne ligne entre deux.

Le premier de ces deux nombres qui est au dessus de la ligne s'appelle numerateur, parce qu'il monstre combien de parties de l'entier contient la fraction.

L'autre nombre qui est sous la ligne s'appelle denominateur, & monstre en combien de parties égales l'entier est diuisé, & se peut tousiours prendre pour le tout ou l'entier, à cause qu'il contient toutes les parties de l'entier.

1	2	3	8	*numerateurs.*
2,	3,	4,	12,	*denominateurs.*

Or la valeur de la fraction consiste en la proportion du numerateur au denominateur, & non en la grandeur des nombres: d'où s'ensuit que la multiplication ou diuision de deux nombres de la fraction par vn mesme nombre ne change pas la valeur de la fra

ction: par exemple, les deux nombres de la fraction $\frac{2}{3}$ estant multipliez par vn nombre tel qu'on voudra, comme par 4, donneront $\frac{8}{12}$ qui vaut la mesme chose que $\frac{2}{3}$, encore que ses nombres soient plus grands que ceux de $\frac{2}{3}$.

Il y a sept sortes de reductions, dont la premiere est, lors qu'il faut reduire vne fraction qui a son numerateur plus grand que son denominateur en entiers: cela se fait en diuisant le numerateur par son denominateur, comme $\frac{8}{3}$ se reduisent en $2\frac{2}{3}$.

La seconde est, lors qu'on veut reduire vne fraction vulgaire en fraction de la dixme, cela se fait en adioustant au numerateur plusieurs zero, & augmentant la denomination ou le nombre des accens, selon le nombre des zero qu'on aura adiousté, puis diuisant par le denominateur: ce faisant on trouuera que $\frac{5}{8}$ valent 625‴: & $\frac{2}{3}$ valent enuiron 666‴, & ne se peuuent reduire exactement, à cause qu'il reste tousiours quelque chose.

La troisiesme est, lors qu'on veut mettre l'entier en forme de fraction ou le reduire en vne fraction, qui aye telle denomination qu'on voudra. Pour reduire l'entier en forme de fraction, il luy faut seulement donner vn pour denominateur. Mais pour le reduire en tiers, quart, ou autre telle denomination qu'on voudra, on le multipliera par 3, 4, ou autre nombre de la denomination proposée: ce faisant on trouuera que 7 vaut $\frac{21}{3}$, & 5 reduict en quart, donne $\frac{20}{4}$.

La quatriesme est, lors qu'il y a vn entier auec vne fraction adiointe, & qu'on les veut reduire en vne fraction; ce qui se faict en multipliant l'entier par le denominateur de sa fraction, & adioustant au produict le numerateur sans changer le denominateur: ce faisant $8\frac{2}{3}$ donnent $\frac{26}{3}$, & $4\frac{1}{2}$ donnent $\frac{9}{2}$, & $6\frac{3}{4}$ donnent $\frac{27}{4}$.

La cinquiesme est, lors qu'on veut reduire vne fraction en d'autre monnoye de moindre valeur, comme $\frac{4}{5}$ d'vne liure en sols, ce qui s'appelle eualuation, & se faict en multipliant 20 sols, qui est la valeur de sa liure, par le numerateur 4, puis diuisant le produict, qui est 80, par le denominateur 5, qui donnera 16 sols pour $\frac{4}{5}$ de liure. Par la mesme methode on trouuera, que $\frac{2}{3}$ d'vne liure valent

13 sols & $\frac{1}{3}$. En quoy nous noterons que $\frac{2}{3}$ d'vne liure, valent autant que le tiers de 2 liures.

La sixiesme est, lors que la fraction est expliquée par grands nombres, & qu'on la veut reduire en plus petits : ce qui se fait en diuisant tant le numerateur que le denominateur, par vn mesme nombre qui les puisse diuiser sans reste : par exemple, les deux nombres de la fraction $\frac{36}{60}$ se peuuent diuiser par 2, & vient la fraction $\frac{18}{30}$, que ie diuise encore par 2, & vient $\frac{9}{15}$, les nombres de laquelle se peuuent diuiser par 3, & vient la fraction $\frac{3}{5}$, qui vaut autant que $\frac{36}{60}$, encore que ses nombres soient plus petits.

Que si par coniecture on ne peut trouuer vn nombre qui puisse diuiser les deux nombres de la fraction sans reste, on pourra trouuer leur plus grande commune mesure par la methode suiuante. Soit diuisé le plus grand par le plus petit, puis par le reste, s'il y en a, soit diuisé le diuiseur precedent, & ainsi continuant à diuiser par le reste le diuiseur precedent, on trouuera enfin vn reste qui diuisera son diuiseur sans reste, & ce reste sera la commune mesure des deux nombres de la fraction : ce faisant on trouuera que la plus grande commune mesure de 36 & 60 est 12, par lequel diuiseur 36 & 60 viendra $\frac{3}{5}$, pour les moindres termes de la fraction $\frac{36}{60}$. Par la mesme methode on trouuera aussi que la commune mesure des deux nombres de la fraction $\frac{63}{288}$ est 9, par lequel si on diuise 63 & 288, viendra $\frac{7}{32}$, pour les moindres termes de la fraction $\frac{63}{288}$.

Que si la commune mesure trouuée par cette methode est l'vnité, les nombres de la fraction proposée seront premiers entr'eux, & ne se pourra pas trouuer vne autre fraction de mesme valeur, qui aye ses nombres plus petits : comme si la fraction proposée est $\frac{16}{45}$, on trouuera que la plus grande commune mesure de 16 & 45 est 1, & par consequent ladite fraction $\frac{16}{45}$ est en ses moindres termes, & n'y a point d'autre fraction equiualente qui aye ses nombres plus petits.

La septiesme est, lors que les denominateurs sont dissemblables, & qu'on les veut reduire en semblables ou égaux : ce qui se faict par coniecture, ou par art sans coniecture. La coniecture a lieu

quand les denominateurs sont petits, & qu'on iuge facilement que 12, 24, 60, ou autre nombre se peut diuiser par tous les denominateurs sans reste : puis pour auoir les numerateurs de chaque fraction, on diuise le nombre qu'on a trouué pour commun denominateur par chaque denominateur des fractions proposées, & le quotient trouué par chaque diuision, on le multiplie par le numerateur. Par exemple, soient proposées les 5 fractions suiuantes à reduire à mesme denomination, on peut prendre diuers nombres pour leur commun denominateur, à sçauoir 24, 48, 72, &c.

$$\frac{2}{3}\quad\frac{3}{4}\quad\frac{1}{2}\quad\frac{3}{8}\quad\frac{5}{6}\;\Big|\;\frac{16,\ 18,\ 12,\ 9,\ 20}{24}$$

mais à cause que les plus petits sont les plus commodes, ie prendray 24, puis pour auoir le numerateur de $\frac{2}{3}$, ie diuise 24 par 3, & vient 8 que ie multiplie par le numerateur 2, qui me donne 16 pour le numerateur de $\frac{2}{3}$: pour auoir le numerateur de $\frac{3}{4}$, ie diuise aussi 24 par 4, & vient 6 au quotient, que ie multiplie par le numerateur 3, & vient 18 pour le numerateur de $\frac{3}{4}$, & ainsi des autres.

La seconde methode se practique ainsi : soient multipliez continuëment tous les denominateurs l'vn par l'autre, & le produict sera le commun denominateur : Puis pour auoir les numerateurs, soit multiplié chaque numerateur par les denominateurs des autres fractions. Par exemple, estant proposez à reduire à mesme denomination les trois fractions suiuantes, ie multiplie les denominateurs 3, 5 & 7. l'vn par l'autre continuëment, & viens au produict 105 pour le commun denominateur : puis pour auoir le numerateur de $\frac{2}{3}$, ie multiplie le numerateur 2 par les deux autres denominateurs 5 & 7, & vient au produict 70, pour le numerateur de $\frac{2}{3}$: pour auoir le numerateur de $\frac{4}{5}$, ie multiplie aussi son numerateur 4, par les denominateurs des autres, qui sont 3 & 7, & vient au produict 84, pour le numerateur de $\frac{4}{5}$: par la mesme methode on trouuera 90 pour le numerateur de $\frac{6}{7}$.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{6}{7} \;\Big|\; \frac{70, \quad 80, \quad 90,}{105.}$$

De l'addition.

Si les fractions à adiouster sont en mesme denomination, l'addition se fera en adioustant les numerateurs ensemble, & donnant à la somme le denominateur commun : Mais si elles ne sont en mesme denomination, il faudra premierement les reduire par la methode precedente, puis faire l'addition. Ce faisant $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$, & $\frac{6}{12}$, qui sont en mesme denomination, estant adioustez ensemble font $\frac{11}{12}$.

$$\frac{2}{12}, \quad \frac{3}{12}, \quad \frac{6}{12}, \;\Big|\; \frac{11}{12}$$

Mais pour les fractions $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, & $\frac{5}{6}$, les reduisant en mesme denomination, par la methode donnée cy dessus puis faisant l'addition, on trouuera $\frac{75}{24}$, qui font $3\frac{1}{8}$.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{5}{6} \;\Bigg|\; \left.\begin{matrix} 16 \\ 18 \\ 12 \\ 9 \\ 20 \end{matrix}\right\} 24 \qquad \frac{75}{24} \left[3\frac{3}{24}, \textit{ou } \frac{1}{8}. \right.$$

$$\underline{}$$
$$75$$

Autre exemple.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{1}{2} \;\Bigg|\; \left.\begin{matrix} 8 \\ 9 \\ 10 \\ 6 \end{matrix}\right\} 12 \qquad \frac{21}{12} \left[2\frac{9}{12}, \textit{ou } \frac{3}{4}. \right.$$

$$\underline{}$$
$$33$$

Pour multiplier entier & rompu par entier & rompu, il faut premierement adiouster les entiers auec leurs fractions, puis faire la multiplication : par exemple, pour multiplier $17\frac{3}{4}$ par $8\frac{5}{6}$, i'adiouste, par la methode donnée cy deuant, 17 auec sa fraction $\frac{3}{4}$, & trouue $\frac{71}{4}$, puis i'adiouste aussi 8 auec sa fraction $\frac{5}{6}$, & trouue $\frac{53}{6}$: ce faict, multipliant les numerateurs 71 & 53 l'vn par l'autre, & aussi les denominateurs 4 & 6, vient $\frac{3763}{24}$, qui donne en diuisant le numerateur par le denominateur $156\frac{19}{24}$ pour le produict de la multiplication.

De la diuision.

Si les fractions sont en mesme denomination, la diuision se fera en diuisant le numerateur du diuidende par le numerateur du diuiseur : ce faisant on trouuera que $\frac{6}{7}$ estant diuisé par $\frac{2}{7}$, donne 3 pour le quotient. Et au contraire, $\frac{2}{7}$ estant diuisé par $\frac{6}{7}$, ne donne que $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$. Que si les fractions ne sont en mesme denomination, il faudra premierement les reduire, puis faire la diuision. Mais à cause que les ayant reduict en mesme denomination, il faut quitter les denominateurs, la diuision se fera plus briefuement sans les reduire en mesme denomination, en multipliant le numerateur du diuidende par le denominateur du diuiseur, & le numerateur du diuiseur par le denominateur du diuidende. Ce faisant on trouuera que $\frac{2}{3}$ estant diuisé par $\frac{4}{5}$ donne $\frac{10}{12}$ ou $\frac{5}{6}$.

Operation.

$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \mid \frac{10}{12}$

Pour diuiser vn nombre entier par vne fraction, ou vne fraction par vn nombre entier, il faudra donner à l'entier vn pour denominateur ; ce faisant, on trouuera que

12 estant diuisé par $\frac{2}{3}$ donne 18, & $\frac{3}{4}$ estant diuisé par 2 donne $\frac{3}{8}$: pour faire l'operation les nombres se couchent ainsi.

$$\frac{12}{1} \times \frac{2}{3} \;\Big|\; \frac{36}{2} \;[18 \qquad \Big\|\; \frac{3}{4} \times \frac{2}{1} \;\Big|\; \frac{3}{8}$$

Pour diuiser entier & fraction par entier & fraction, il faut ioindre les entiers auec leurs fractions, puis faire la diuision; ce faisant on trouuera que $7\frac{3}{4}$ estant diuisé par $8\frac{5}{6}$, donne $\frac{186}{212}$ ou $\frac{93}{106}$. L'operation se fait ainsi.

$$7\tfrac{3}{4},\ 8\tfrac{5}{6} \;\Big|\; \frac{31}{4} \times \frac{53}{6} \;\Big|\; \frac{186}{212} \text{ ou } \frac{93}{106}.$$

De la regle des fractions des fractions.

Il faut multiplier tous les numerateurs l'vn par l'autre continuëment, & du produict en faire vn numerateur, dont le denominateur se trouuera en multipliant tous les denominateurs l'vn par l'autre : ce faisant on trouuera que $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{4}$ valent $\frac{6}{20}$ ou $\frac{3}{10}$: & aussi que $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$ valent $\frac{6}{24}$ ou $\frac{1}{4}$.

DE LA REGLE DE TROIS, ou de proportion.

Cette regle s'appelle ainsi, à cause que de trois nombres donnez elle trouue le quatriesme incognu. Elle s'appelle aussi la regle de proportion, à cause qu'en icelle il y a tousiours mesme proportion du premier nombre au second, que du troisiesme au quatriesme : pour la faire il faut disposer les nombres en sorte, que celuy duquel on demande la valeur soit au troisiesme

lieu, & que le premier soit de mesme espece & nature que le troisiesme, & le second, qui est le prix du premier, doit estre semblable au quatriesme, qui est celuy qu'on veut trouuer. Ayant ainsi couchez les nombres, il faut tousiours multiplier le second & troisiesme l'vn par l'autre, mettant le moindre sous le plus grand, pour plus grande facilité, & diuiser le produict de la multiplication par le premier, le quotient sera le quatriesme qu'on cherche.

Exemple 1.

A 8 liures les 12 aulnes, sçauoir combien d'aulnes on aura pour 18 liures?

8 *lt.* —— 12 *aulnes*, —— 18 *lt.* R. 27 *aulnes.*

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 36 \\ 18 \\ \hline 216 \end{array} \qquad \frac{216}{4}\,[27,$$

Ayant couché les trois nombres comme s'ensuit, ie multiplie 18 par 12, & vient 216, que ie diuise par le premier nombre 8, & trouue 27 qui est le nombre requis.

Exemple 2.

A 8 liures d'interest pour 100 liures, sçauoir combien vaudra l'interest 729 liures?

100 *lt.* —— 8 *lt.* —— 729 *lt.* R. $58\frac{32}{100}$ *ou* $\frac{8}{25}$.

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 58|32 \end{array}$$

Ayant couché les trois nombres ainsi, ie multiplie 729 par 8, & diuise le produict 5832 par le pre-

mier qui eſt 100 ; ce qui ſe faict facilement en retranchant 2 figures du coſté droict, & trouue $58\frac{32}{100}$ ou $\frac{8}{25}$ pour le requis.

Exemple 3.

A 10 eſcus les 12 aulnes, ſçauoir combien d'aulnes on aura pour 20 liures?

30 *lt.* — 12 *aulnes*, — 20 *lt.* R. 8 *aulnes*.

$$\frac{20}{240}$$

$\frac{240}{30}$ [8,

Ayant reduict le premier nombre en liures, afin qu'il ſoit de meſme eſpece que le troiſieſme, on dira, ſi 30 liures donnent 12 aulnes, combien donneront 20 liures : faiſant l'operation comme on voit en ces nombres, on trouuera 8 aulnes.

Exemple 4.

A 32 liures 15 ſols les 8 aulnes, ſçauoir combien d'aulnes on aura pour 40 liures 8 ſols?

Les 32 lt. 15 ſ. en dixme font 3275″, & les 40 lt. 8 ſ. font 4040″ ; partant on dira, ſi 3275″ donnent 8 aulnes, combien donneront 4040″, operant comme s'enſuit on trouuera $9\frac{7}{8}$ d'aulnes.

3275″ — 8 *aulnes*, — 4040″, R. $9\frac{7}{8}$ *aulnes*.

$$\frac{8}{32320''}$$

$\frac{32320''}{3275''}$ [$9\frac{2845}{3275}$ ou $\frac{7}{8}$.

Exemple 5.

A 4 liures 15 ſols & 8 deniers les 7 aulnes, ſçauoir combien vaudront les 5 aulnes?

7 aulnes — 4 *lt.* 15 *ſ.* 8 *d.* — 5 *auln.* R. 3 *lt.* 8. *ſ.* 4 *d.*

5	6 6
20 *lt.* 75 *ſ.* 40 *d.*	20/7 [2 lt. 195/77 (27 ſ.
120 *ſ.* 72 *d.*	4
195 *ſ.* 112 *d.*	112/77 (16 d.

Ayant diſpoſé les trois nombres ainſi, ie multiplie 4 lt. 15 ſ. 8 d. ſeparément par le troiſieſme nombre 5, & vient au produict 20 lt. 75 ſ. 40 d. Puis par le premier nombre 7 ie diuiſe premierement les 20 lt. & trouue 2 lt. & reſte 6 lt. que ie reduits en ſols, en multipliant par 20 ſ. & trouue 120 ſ. que i'adiouſte auec 75 ſ. la ſomme eſt 195 ſ. que ie diuiſe par 7, le quotient eſt 27 ſ. & reſte 6 ſ. qui font 72 deniers, que i'adiouſte auec 40 d. la ſomme eſt 112 d. que ie diuiſe par 7, & vient au quotient 16 d. Partant ie conclus que les 5 aulnes vaudront 2 lt. 27 ſ. 16 d. qui font 3 lt. 8 ſ. 4 d.

Exemple 6.

Si on veut vendre 35000 liures vne maiſon qui vaut 1200 liures par an, ſçauoir à quel denier eſt ſa vente?

Pour auoir le requis, on dira ſi 1200 lt. font gagnées par 35000 liures, de combien ſera gagnée vne liure:

1200 lt. — 35000 — 1 R. 29$\frac{1}{6}$.

$\frac{35000}{1200}$ [29$\frac{1}{6}$.

faisant la regle de trois à l'ordinaire, on trouuera qu'vne liure est gagnée par an de 29$\frac{1}{6}$ liures, & par consequent, le reuenu de la maison est au denier 29$\frac{1}{6}$.

Exemple 7.

Pour constituer vne rente de 450 liures par an, sçauoir combien il faut d'argent?

Ordonnant la regle ainsi, si vne liure est gagnée de 18 liures, de combien seront gagnées 450 liures

1 — 18 — 450 — R. 8100.

18
3600
450
8100

on trouuera qu'il faut 8100 liures pour gagner 450 liures par an au denier 18.

Exemple 8.

Sçauoir combien on doit prester au denier 16, sur vne promesse de 1000 liures payable dans vn an?

A cause qu'il n'est pas permis de prester à interest, & que celuy qui preste 1000 l. pour vn an, par exemple, ne peut demander au bout de l'an que les 1000 liu. qui sont compris dans la promesse, il faut que la somme presté

soit composée de l'argent qu'on preste, & de son interest annuel : & parce que le denier 16 signifie 1 pour 16 par an, c'est à dire, que 16 liures auec son interest faict 17 liures par an, ordonnant la regle ainsi : si pour auoir 17 liures au bout de l'an, il faut donner 16 liures, sçauoir cõbien il faut dõner pour auoir 1000 lt. au bout de l'an,

17 —— 16 —— 1000 R. $941 \frac{3}{17}$.

faisant l'operation à l'ordinaire, on trouuera $941\frac{3}{17}$ liures qu'il faut prester, pour auoir 1000 liures au bout de l'an.

Exemple 9.

Sçauoir combien on doit prester au denier 16 sur vne promesse de 1000 liures payable dans 4 ans ?

A cause que la somme 16 liures, auec son interest au denier 16 en 4 ans, monte à 20 liures, ordonnant la regle de trois ainsi, si 20 liures viennent de 16 liures, de combien viendront 1000 liures,

20 —— 16 —— 1000 R. 800.

on trouuera 800 liures, qu'il faut prester à interest au denier 16, pour auoir 1000 liures au bout de 4 ans.

Exemple 10.

Si l'interest est à 6 pour 100 par an, pour sçauoir combien on doit prester sur ladite promesse de 1000 liures, payable dans vn an, on dira si 106 liures viennent de 100 liures, de combien viendront 1000 liures :

106 —— 100 —— 1000 R. $943 \frac{42}{106}$ ou $\frac{21}{53}$.

faisant la regle de trois on trouuera $943\frac{21}{53}$ liures, qu'il faut prester pour auoir 1000 liures au bout de l'an.

Par la mesme methode on trouuera, que si quelqu'vn auoit vendu sa marchandise 1000 liures, & qu'il eust gagné 6 pour 1000, qu'elle luy auoit cousté $943\frac{21}{53}$ liures.

Exemple 11.

Que si ladite promesse de 1000 liures pour prest, à interest à 6 pour 100, n'est payable que dans 4 ans, pour sçauoir combien on doit prester sur cette promesse, on dira si

124 — 100 — 1000 R. $806\frac{14}{31}$.

faisant la regle de trois, on trouuera $806\frac{14}{31}$ liures qu'il faut prester à interest à 6 pour 100 par an, pour auoir 1000 liures au bout de 4 ans.

Exemple 12.

Si quelqu'vn doit 15000 liures, & n'a vallant que 6000 liures, sçauoir combien de sols les creanciers receuront pour chaque liure de leur deub?

En cette question il y doit auoir mesme proportion de 20 sols, au nombre des sols qu'auront les creanciers pour chaque liure de leur deub, que de 15000 liures à 6000 liures, partant ordonnant la regle ainsi,

15000 — 6000 — 20 *s.* R. 8 *s.*

on trouuera 8 sols, qu'aura chaque creancier pour vne liure de son deub: tellement que celuy à qui il estoit deub 10 liures, par exemple, il aura 4 liures pour sa part.

REGLE DE TROIS des fractions.

Il faut multiplier le denominateur de la premiere fraction, & les numerateurs de la seconde & troisiesme

l'vn par l'autre, & du produict en faire vn numerateur: Puis on multipliera le numerateur de la premiere fraction, & les denominateurs de la seconde & troisiesme aussi l'vn par l'autre, & du produict on fera vn denominateur, par lequel on diuisera le numerateur, si faire se peut, sinon on mettra vne ligne entre deux, pour auoir le requis en fraction.

Exemple 1.

A $\frac{3}{4}$ d'vne liure les $\frac{5}{6}$ d'aulne, sçauoir combien cousteront les $\frac{7}{8}$ d'aulne?

Ayant disposé les nombres comme s'ensuit,

$\frac{5}{6} \times \frac{3\,lt.}{4}$ —— $\frac{7}{8}$ | $\frac{126}{160}$ lt. ou 15 *s.* 9 *d.*

ie multiplie 6 par 3, & vient 18, que ie multiplie par 7, & vient 126 pour numerateur. Puis ie multiplie 5 par 4, & vient 20, que ie multiplie par 8, & vient 160 pour denominateur: & par ainsi le requis est la fraction $\frac{126}{160}$ lt. & pour eualuer cette fraction, ie multiplie 126 par 20 sols, & vient 2520 s. que ie diuise par 160 & trouue 15 s. & reste 120 s. que ie multiplie par 12 pour les reduire en deniers, & vient 1440 d. que ie diuise par 160, & trouue 9 d. partant ie conclus que les $\frac{7}{8}$ d'aulnes vaudront 15 s. 9 d.

Exemple 2.

A 50 sols les $\frac{3}{4}$ d'aulne, sçauoir combien vaut l'aulne?

Aux entiers 50 & 1 il faut donner 1 pour denominateur, puis les nombres estant ainsi disposez,

$\frac{3}{4} \times \frac{50\,s.}{1}$ —— $\frac{1}{1}$ | $\frac{200}{3}$ [$66\frac{2}{3}$ *s.*

ie

emultiplie 50 par 4 & vient 200 pour numerateur (car e troisiesme nombre qui est 1, ne multiplie point) puis e multiplie le numerateur de la premiere qui est 3 par es denominateurs de la seconde & troisiesme, & vient pour denominateur ou diuiseur, par lequel ie diuise e numerateur 200, & vient au quotient $66\frac{2}{3}$ pour le rix de l'aulne.

Exemple 3.

A $12\frac{4}{5}$ liures les $6\frac{2}{3}$ d'aulnes, sçauoir combien vauront 23 aulnes & demie?

Ayant conioincts les entiers auec leurs fractions, & ispose les nombres ainsi:

$$\frac{20}{3}\text{ auln.} \times \frac{64}{5}\text{ lt.} \text{ --- } \frac{47}{2}\text{ auln.} \quad \Big| \quad \frac{9024}{200} \left[45\frac{3}{25}\text{ lt.}\right.$$

multiplie 64 par 3 & vient 192, que ie multiplie pa 7 & vient 9024 pour numerateur. Puis ie multiplie par 5 & vient 100, que ie multiplie par 2 & vient 20 ur denominateur: par lequel ie diuise 9024, & trou $45\frac{3}{25}$ lt. pour le prix de 23 aulnes & demie.

Exemple 4.

$\frac{2}{3}$ d'vne liure les 7 aulnes, sçauoir combien d'aul on aura pour $\frac{3}{7}$ d'escu?

n cette question, il faut premierement reduire le escu en liures, ou les $\frac{2}{3}$ de liures en escus. Pour re re les $\frac{3}{7}$ d'escus en liures, on dira si

$$\frac{1}{1}\text{ escus} \times \frac{3}{1}\text{ lt.} \text{ --- } \frac{3}{7}\text{ escus} \quad \Big| \quad \frac{9}{7}\text{ lt.}$$

Ayant ainsi trouué $\frac{9}{7}$ lt. au lieu de $\frac{3}{7}$ d'escus, pour auoir e requis on dira,

$$\frac{2}{3}^{lt.} \times \frac{7}{1}^{aulnes} — \frac{9}{7}^{lt.} \quad R.\ \frac{189}{14}\ [13\tfrac{1}{2}\ \textit{aulnes}.$$

Exemple 5.

A $17\frac{1}{2}$ les $\frac{2}{3}$, sçauoir combien vaut le tout?
Mettant l'vnité pour l'entier ou le tout, & adioustant 7 auec $\frac{1}{2}$ qui luy est adiointe, ordonnant ainsi la regle le trois, on trouuera $26\frac{1}{4}$ pour le tout.

$$\frac{2}{3} \times \frac{35}{2} — \frac{1}{1} \,\Big|\, \frac{105}{4}\ [26\tfrac{1}{4}.$$

uppofant que Mars acheue son cours en 2 ans, & Iuiter en 12 ans, & qu'ils soient au premier degré d'Aies, sçauoir en quel degré du Zodiaque se fera leur rochaine conionction?
Pour trouuer dans combien de temps arriuera leur remiere conionction, on dira pour Mars, si ans donnẽt 360 deg. combien dõnera 1 an. R. 180 deg.
Puis pour Iupiter on dira, si
2 ans donnẽt 360 deg. combien dõnera 1 an. R. 30 deg.
Ayant ainsi trouué 180 degrez pour Mars, & 30 derez pour Iupiter, i'oste les 30 degrez de 180 deg & ste 150 degrez qu'aura fait Mars plus que Iupiter.
Maintenant pour trouuer le temps; ie dis, si 150 degr. onnent 1 an, combien donneront 360 deg. R. $\frac{360}{150}$ ou $\frac{12}{5}$.
Ayant ainsi trouué la fraction $\frac{360}{150}$ ou $\frac{12}{5}$, pour sçauoir

en quel degré du Zodiaque se fera leur conionction, on dira, si

$$\frac{12\ ans}{1} \times \frac{360\ deg.}{1} \quad \frac{12\ ans}{5} \quad \Big| \quad \frac{360}{5} \ (72\ degr.$$

Ayant ainsi trouué 72 degrez, ie conclus, que Mar s'attrapera Iupiter au bout de $\frac{12}{5}$ ou $2\frac{2}{5}$ d'année, au 1 degré des Gemeaux.

DE LA REGLE DE TROIS *inuerse ou rebourse.*

Cette regle s'appelle inuerse ou rebourse, à cau qu'elle renuerse l'operation de la precedente, laquell à comparaison de celle-cy s'appelle directe. Car e celle-cy on multiplie le premier & second nombre l'v par l'autre, puis on diuise le produict par le troisiesm d'où vient le nom d'inuerse ou rebourse. Or ayant cou ché les trois nombres donnez, comme en la directe, prenant le second nombre pour celuy que donne le pr mier, on pourra iuger facilement si la regle est direct ou inuerse : Car si le double du premier donne pl que le simple, c'est à dire plus que le premier, la regl era directe : & au contraire, si le double donne moir que le simple, la regle sera inuerse : comme il sera ma nifeste aux exemples suiuants.

Exemple 1.

Quand la mesure de bled couste 6 escus, le pain d'v ol pese 10 onces, sçauoir combien deura peser le me ne pain, quand la mesure du bled coustera 4 escus.

6 escus, 10 *onc.* 4 *escus.* R. 15 *onc.*

6

60 $\frac{60}{4}$ (15.

En cet exemple, le simple, qui est 6 escus, donne 10 onces de poids au pain d'vn sol, & le double qui est 12 escus, ne donne que 5 onces au pain de mesme prix, à sçauoir d'vn sol, par consequent la regle est inuerse: & se faict en multipliant 10 par 6, & diuisant le produict 60, par le troisiesme nombre 4, & se trouue au quotient 15 onces pour le poids que deura peser le pain d'vn sol, quand le bled coustera 4 escus.

Exemple 2.

Vne ville assiegée a des viures pour nourrir 10000 hommes 6 mois durant, sçauoir à combien d'hommes les mesmes viures pourroient suffire 9 mois durant: ordonnant ainsi les nombres, & multipliant le premier,

6 mois, 10000 *hommes,* 9 *mois.* R. 6666$\frac{2}{3}$ *hommes.*

6

60000

$\frac{60000}{9}$ (6666$\frac{6}{9}$ *ou* $\frac{2}{3}$.

& second l'vn par l'autre, & diuisant le produict par le premier, on trouuera 6666$\frac{2}{3}$ d'hommes, qu'ils pourront estre nourris 9 mois durant.

DE LA REGLE DE TROIS inuerse des fractions.

Il faut multiplier les numerateurs de la premiere & seconde fraction, & le denominateur de la troisiesme l'vn par l'autre, & du produict en faire vn numerateur puis on multipliera les denominateurs de la premiere & seconde fraction, & le numerateur de la troisiesme aussi l'vn par l'autre, & du produict on fera vn denominateur, par lequel on diuisera le numerateur, si faire se peut, sinon on mettra vne ligne entre deux pour auoir le requis en fraction.

Exemple 1.

Si de l'estoffe qui a $\frac{3}{4}$ d'aulne de large il faut 10 aulnes pour faire vn habit, sçauoir combien il en faudra de celle qui aura $\frac{5}{6}$ de large pour faire le mesme habit. Ordonnant ainsi la regle, on multipliera 3, 10 & 6 l'vn

$$\frac{3}{4} \;\; 10 \text{ auln.} \;\; X \;\; \frac{5}{6} \qquad \frac{180}{20} \; (9 \text{ aulnes.}$$

par l'autre, & viendra 180 pour le numerateur, puis on multipliera 4, 1 & 5 l'vn par l'autre, & viendra 20 pour denominateur, par lequel diuisant 180, on trouuera 9 aulnes pour le requis.

Exemple 2.

S'il faut 12 toises de natte pour natter vne chambre, sçauoir combien d'aulnes de tapisserie il faudra pour tapisser la mesme chambre.

Vne toise contient en longueur 72 poulces, & en quarré 5184 poulces. Vne aulne contient en longueur $43\frac{2}{3}$ poulces, & en quarré $\frac{17161}{9}$ poulces; partant on dira, si

$$\frac{5184}{1} \text{———} \frac{22}{1} \times \frac{17161}{9} \;\Big|\; \frac{1026432}{17161} \left(59 \frac{13933}{17161} \right.$$

multipliāt 5184, 22 & 9 l'vn par l'autre viēdra 1026432, puis multipliant 1, 1, & 17161 vient 17161, par lequel diuisant 1026432 vient au quotient $59\frac{13933}{17161}$ ou $59\frac{3}{4}$ toises qu'il faut pour tapisser ladite chambre.

Preuues des regles de trois tant directe qu'inuerse.

La preuue de la regle de trois se doit faire par le moyen d'vne autre regle de trois: disant, si le troisiesme donne le quatriesme, combien le premier: si on trouue le second, il n'y auoit point d'erreur en la regle.

Exemple de la directe.

si 4 donnent 6, combien donneront 10.—R. 15.
Pour sçauoir s'il n'y à point d'erreur, on dira, si
10 donnent 15, combien donneront 4. R. 6.
que si on trouue 6, qui est le second nombre de la precedente, il n'y aura point d'erreur en la precedente.

Exemple de l'inuerse.

si 5 donnent 12, combien donneront 10. R. 6.
Pour sçauoir s'il n'y a point d'erreur, on dira, si
10 donnent 6, combien donneront 5. R. 12.
Si on trouue 12, qui est le second nombre de la precedente, il n'y aura point d'erreur en la precedente.

DE LA REGLE DE TROIS, *double ou composée.*

En cette regle il y a tousiours cinq nombres donne: trois desquels entrent en la premiere regle de trois, & en la seconde les deux nombres restans, & celuy qu'o a trouué par la premiere regle de trois : & ne faut p: diuiser en la premiere regle de trois, craignant qu' n'arriue fraction, mais suffit de mettre le diuiseur so le diuidende, & faire la seconde regle de trois selo celle des fractions, directe ou inuerse selon qu'elle ser: le tout comme on peut voir aux exemples suiuants.

Exemple 1.

Si 23 liures en 7 ans gagnent 9 liures, sçauoir com bien gagneront 47 liures en 5 ans?

De ces cinq nombres donnez, on en prendra tro

23 *lt.* — 7 *ans* — 9 *lt.* — 47 *lt.* 5 *ans.* R. $13\frac{22}{161}$.

tels qu'on voudra pour faire la premiere regle, direct ou inuerse, selon qu'elle sera. Que si on prend ces tro cy, 23 *lt.* — 9 *lt.* — 47 *lt.* R. $\frac{423}{23}$.

elle sera directe, & le quatriesme qu'on trouuera se $\frac{423}{23}$ lt. puis pour faire la seconde regle de trois, selo celle des fractions on dira, si

$$\frac{7^{ans}}{1} \times \frac{423\,lt.}{23} — \frac{5\,ans}{1} \quad R.\ \frac{2115}{161}\ ou\ [13\tfrac{22}{161}\ lt.$$

& on trouuera $\frac{2115}{161}$ ou $13\frac{22}{161}$ lt. qui est le nombre requi

Que si pour faire la premiere regle de trois on eust pris ces trois nombres cy,

23 *lt.* — 7 *ans* — 47 *lt.* — R. $\frac{161}{47}$ *ans.*

eust fallu operer par l'inverse, qui eust donné $\frac{161}{47}$ d'ans, puis faisant la seconde regle de trois selon celle des fractions, ainsi,

$\frac{161}{47}$ *ans* X $\frac{9}{1}$ *lt.* — $\frac{5}{1}$ *ans* | $\frac{2115}{161}$ *ou* [$13\frac{22}{161}$ *lt.*

On eust encore trouué $13\frac{22}{161}$ lt.

La premiere regle de trois se pouuoit encores faire ainsi, 7 *ans* — 9 *lt.* — 5 *ans.* R. $\frac{45}{7}$ *lt.*

Cette regle, qui est directe, donne $\frac{45}{7}$ lt. puis pour faire la seconde regle, on dira, si

$\frac{23}{1}$ *lt.* X $\frac{45}{7}$ *lt.* — $\frac{47}{1}$ *lt.* | $\frac{2115}{161}$ *ou* $13\frac{22}{161}$

Et viendra encore $13\frac{22}{161}$ pour le requis.

Exemple 2.

Si 23 liures en 7 ans gagnent 9 liures, sçauoir en combien d'ans 47 liures gagneront $13\frac{22}{161}$ liures?

Mettant les 13 liures & sa fraction $\frac{22}{161}$ en vne fraction, les cinq nombres de cette fraction seront ceux-cy,

23 *lt.* — 7 *ans* — 9 *lt.* — 47 *lt.* — $\frac{2115}{161}$ *lt.* R. 5 *ans.*

De ces cinq nombres si on prend pour faire la premiere regle de trois ces trois cy,

23 *lt.* — 9 *lt.* — 47 *lt.* R. $\frac{423}{23}$ *lt.*

la regle sera directe, & donnera $\frac{423}{23}$ lt.

Puis pour faire la seconde regle de trois, on dira, si

$\frac{423}{23}$ lt. X $\frac{7 \text{ ans}}{1}$ — $\frac{2115 \text{ lt.}}{23}$ | $\frac{140535}{68103}$ [5 ans.

& viendra pour le nombre requis 5 ans.

Notez que cet exemple est la preuue du precedent.

Exemple 3.

A 8 liures d'interest pour 100 liures en 9 mois, sçauoir à quel denier est l'interest?

Les cinq nombres de cette question sont ceux-cy,

100 *lt.* — 8 *lt.* — 9 *mois* — 1 *lt.* — 12 *mois*. R. $9\frac{3}{8}$.

De ces cinq nombres, si on prend pour faire la premiere regle, ces trois cy,

8 *lt.* — 100 *lt.* — 1 *lt.* R. $\frac{100}{8}$ *lt.*

la regle sera directe; & viendra $\frac{100}{8}$ lt. pour le quatriesme: puis pour faire la seconde regle, on dira, si

$\frac{9 \text{ mois}}{1}$ — $\frac{100 \text{ lt.}}{8}$ X $\frac{12 \text{ mois}}{1}$ | $\frac{900}{96}$ ou ($9\frac{3}{8}$ *lt.*

Cette regle est inuerse, & donne $9\frac{3}{8}$ lt. c'est à dire, à raison que 8 liures sont gagnées par 100 liur. en 8 mois, qu'vne liure sera gagnée de $9\frac{3}{8}$ liures en 12 mois.

DE LA REGLE DE COMPAGNIE ou de societé.

L'vsage de cette regle arriue, quand plusieurs se mettent à trafiquer ensemble, chacun apportant vne cer-

aine somme en la communauté. Pour la faire, il fau
.diouster toutes les mises ensemble, & mettre la som-
ne au premier lieu de la regle de trois; le gain ou la per-
e au second lieu; & au troisiesme, les mises de chacun:
uis on fait autant de regles de trois qu'il y aura de
nises.

Exemple 1.

Quatre marchands trafiquans ensemble ont gagné
n certaines foires 600 liures: le premier a apporté en
a communauté 60 lt. le second 100 lt. le troisiesme
20 lt. & le quatriesme 200 lt. sçauoir combien de ce
ain appartient à chacun à raison de sa mise?

Soient adioustez toutes les mises ensemble, & vien-
lra 480 lt. qu'il faut mettre au premier lieu de la regle
le trois, au second lieu le gain, qui est 600 liures, & au
roisiesme la mise de chaque marchand: partant pour
.uoir le gain du premier, on dira, si

480 *lt.* —— 600 —— 60 *lt.* R. 75 *lt.*

Pour le second, on dira, si

480 *lt.* —— 600 —— 100 *lt.* R. 125 *lt.*

Pour le troisiesme, on dira, si

480 *lt.* —— 600 *lt.* —— 120 *lt.* R. 150 *lt.*

Pour le quatriesme, on dira, si

480 *lt.* —— 600 *lt.* —— 200 *lt.* R. 250.

Pour la preuue, il faut que la somme ou addition de
:ous les gains face 600 lt.

Que si ces quatre marchands au lieu de gagner eussent

fait perte de 600 lt. par la mesme methode on eust trouué 75 lt. pour la perte du premier : 125 pour le second : 150 pour le troisiesme : & 250 pour le quatriesme.

Exemple 2.

Trois marchands ayant trafiqué ensemble ont gagné 203 liures, & le premier a eu tant pour sa mise que profit 256 lt. le second, 320 lt. le troisiesme, 352 lt. sçauoir quelle estoit la mise de chacun?

Il faut adiouster ensemble 256, 320 & 352, & de leur somme, qui est 928, si on soustraict 203 qui est le gain restera 725 pour la mise de tous, puis pour auoir la mise du premier, on dira, si

928 —— 725 —— 256. R. 200.

Pour auoir la mise du second, on dira, si

928 —— 725 —— 320. R. 250.

Pour auoir la mise du troisiesme, on dira, si

928 —— 725 —— 352. R. 275.

Pour la preuue, il faut que la somme des trois mises 200, 250, 275, face 725.

DE LA REGLE DE COMPAGNIE auec diuersité de temps.

S'il y a diuersité de temps, il faudra multiplier la mise de chaque marchand par son temps, & mettre la somme des produicts au premier lieu de la regle de trois, le gain ou la perte au second lieu, & chaque produict au troisiesme.

Exemple 1.

Trois marchands ayans trafiqué ensemble ont gagné 1000 liures. Le premier a mis en communauté 00 lt. & les a repris au bout de 8 mois : Le second a apporté 450 lt. & les a repris 6 mois apres : Le troisiesme a pporté 500 lt. qui ont demeuré 10 mois, sçauoir comien chacun doit receuoir, tant à raison de sa mise que u temps ?

Multipliant chaque mise par son temps viendra 1600 our le premier : 2700 pour le second : 5000 pour le roisiesme, qui adioustez ensemble font 9300 : Partant our auoir le gain du premier, on dira, si

9300 —— 1000 —— 1600. R. $172\frac{4}{93}$.

Pour auoir le gain du second, on dira, si

9300 —— 1000 —— 2700. R. $290\frac{30}{93}$.

Pour trouuer le gain du troisiesme, on dira, si

9300 —— 1000 —— 5000. R. $537\frac{59}{93}$.

Pour la preuue, on trouuera que $172\frac{4}{93}$, $290\frac{30}{93}$, & $537\frac{59}{93}$ adioustez ensemble, sont 1000 lt.

Exemple 2.

Trois marchands se mettent à trafiquer ensemble, le remier desquels apporte 400 liures pour 7 mois : le cond 100 liures pour 2 mois : si la mise du troisiesme t égale à la mise du premier & second, sçauoir comien elle doit demeurer en la communauté, afin qu'il e la moitié du gain ?

En cette question la mise du premier multipliée par son temps fait 1800: & celle du second multipliée aussi par son temps faict 200; & à cause que le troisiesme doit auoir autant que le premier & second ensemble, i'adiouste ces deux produicts ensemble, & la somme est 3000, à laquelle doit estre égal le produict de la mise du troisiéme multipliée par son temps: & parce que sa mise est 500 lt. diuisant 3000 par 500, viendra 6 mois pour le temps du troisiesme.

Exemple 3.

Vn homme emprunte en mesme temps 400 liures pour 7 mois, & 100 liures pour 2 mois: sçauoir combien de temps il doit retenir ces deux sommes, afin que l'anticipation du terme de 7 mois recompense le retardement du terme d'vn mois?

La solution de cette question ne differe pas de la solution de la precedente, & se trouuera par la mesme methode, qu'il doit rendre les deux sommes au bout de 6 mois.

Exemple 4.

Trois marchands de 222 liures qu'il auoient mis en communauté ont gagné 217 liures: La mise du premier a demeuré en communauté 9 mois: du second 12 mois: du troisiesme 16 mois. Le premier a eu pour sa part du gain 69 liures: le second 76 lt. & le troisiesme 72 liures, sçauoir quelle estoit la mise de chacun.

Pour resoudre cette question, il faut diuiser les sommes des gains 69, 76, & 72 par leurs temps 9, 12, & 16, & les numerateurs des quotiens reduicts en mesme denomination (qui en cet exemple sont sixiesme) seront

46, 38, & 27, & leur somme 111, & faut partir 222, qui est la somme de toutes les mises, selon les proportions des numerateurs 46, 38, & 27: partant pour auoir la mise du premier, on dira, si

111 — 46 — 222. R. 92.

Pour auoir la mise du second, on dira, si

111 — 38 — 222. R. 76.

Pour auoir la mise du troisiesme, on dira, si

111 — 27 — 222. R. 54.

Pour la preuue, on trouuera que 92, 76, & 54 adioustez ensemble font 222, qui est la somme de toutes les mises.

DE LA REGLE D'ALLIGATION.

Cette regle est ainsi nommée, à cause que par le moyen d'icelle on reduict les denrées de diuers prix à vn prix requis. Et afin que cela se face plus seurement, ayant mis les prix proposez l'vn sous l'autre, soient tirées des lignes courbes de ceux qui valent moins que le prix commun à ceux qui en valent plus, à discretion. Puis soient mises les differences qu'il y aura entre chaque prix & le prix commun, vis à vis des prix où les lignes courbes conduisent. Le tout comme on peut voir aux exemples suiuants, ausquels on a marqué par mesmes lettres les nombres qui deuoient estre conioints par lignes courbes.

Exemple 1.

Vn maistre monnoyeur a quatre sortes d'argent, à

ſçauoir à 4 deniers, à 5 deniers, à 9 deniers, & à 10 deniers, & veut faire vne mixtion à 6 deniers, ſçauoir combien il doit prendre de chaque ſorte d'argent?

6	4,	a	3 — 12	
	5,	b	4 — 20	
	9,	a	2 — 18	
	10,	b	1 — 10	
			10 m.	60 d.

Ayant couché les 4 prix l'vn ſur l'autre, & le prix commun 6 à coſté, comme il appert en ces nombres, il faut ſeparer 4 & 5, qui ſont plus petits que le prix commun, de 9 & 10, qui ſont plus grands que le meſme prix commun: puis il faudroit tirer des lignes courbes de 4 & 5 qui ſont les mineurs, à 9 & 10, qui ſont les maieurs à diſcretion: cõme en cet exemple de 4 à 9, & de 5 à 10, mais par faute de lignes courbes, nous les auõs marquez par vne meſme lettre, pour monſtrer que 4 & 9 ſe renuoyeront leurs differences reciproquement l'vn à l'autre, & auſſi 5 & 10. Ce faict, i'oſte 4 de 6 & reſte 2, que ie poſe vis à vis du 9, qui a la meſme lettre: puis i'oſte 5 de 6 & reſte 1, que ie poſe vis à vis de 10 qui a la meſme lettre: & ainſi continuant i'oſte 6 de 9 & reſte 3, que ie poſe vis à vis de 4 qui a la meſme lettre: finalement i'oſte 6 de 10 & reſte 4, que ie poſe vis à vis de 5 qui a la meſme lettre. Et ce faiſant, i'ay trouué que pour faire de ces 4 ſortes d'argent vne mixtion qui ſoit a 6 deniers, c'eſt à dire, au ſixieſme degré de bonté, qu'il en faut prendre 3 marcs de celuy qui eſt à 4 deniers: 4 de celuy de 5 deniers: 2 de celuy de 9 deniers: & 1 de celuy de 10 deniers. Maintenant pour ſçauoir ſi cette mixtion eſt à 6 deniers, ie multiplie les 3 marcs de la premiere ſorte par 4 deniers, & vient 12 deniers: les 4 de la ſeconde par 5, & vient 20 deniers: les 2 de la troiſieſme par 9, & vient 18 deniers: & 1 de la quatrieſme par 10, & vient 10 deniers, & la ſomme de tous les marcs eſtant 10, & des deniers 60, ordonnant la regle de trois ainſi,

10 *marcs* — 60 *deniers* — 1 *marc*. R. 6 *deniers*.

ie trouue 6 deniers pour le prix d'vn marc.

Que ſi au lieu de 4 ſortes d'argent on ſuppoſe qu'on vueille meſler 4 ſortes de vin, à ſçauoir à 4 deniers, à 5 deniers, à 9 deniers,

c à 10 deniers la pinte, en sorte qu'estant meslez la pinte soit à 6 deniers, la preuue en sera plus intelligible.

6	4, a	4	——	16 d.
	5, b	3	——	15.
	9, b	1	——	9
	10, a	2	——	20
		10 m.		60 d.

Les lignes de renuoyer de la mesme question se pouuoient encore faire ainsi,

Que si au lieu de 10 marcs qui se sont trouuez par ces regles l'alligation, on en vouloit, par exemple, vne mixtion de 40 marcs, pour sçauoir combien on en deura prendre de chaque sorte suiuant la premiere mixtion, on fera les regles de trois comme s'ensuit: Pour la premiere sorte, on dira, si

10 —— 3 —— 40. R. 12.

Pour la seconde, on dira si

10 —— 4 —— 40. R. 16.

Pour la troisiesme, on dira, si

10 —— 2 —— 40. R. 8.

Pour la quatriesme, on dira, si

10 —— 1 —— 40, R. 4.

Pour la preuue, on trouuera que les 4 nombres 12, 16, 8, & 4, font 40.

Que si ledit maistre monnoyeur n'auoit que de deux sortes d'argent, à sçauoir à 9 deniers & à 10 deniers, & qu'il en voulust faire vne mixtion, qui fust à 6 deniers, pour sçauoir combien il doit mettre de tare, on fera la regle d'alligation comme s'ensuit, en mettant vn zero pour le tare.

De

6	9, a	6 — 54	
	10, b	6 — 60	
	0, a,b	$\frac{3}{4}$ | 7 — 0	
		19	114

De 9 & 10 i'oste 6, & reste 3 & 4, que ie pose vis à vis du zero : & la difference du zero à 6 est 6, que ie mets vis à vis de 9 & 10 : puis i'adiouste 3 & 4 ensemble, & trouue 7 pour le zero, qui represente le tare, qui est vne matiere de nulle valeur, estant meslée auec de l'argent. Partant ie conclus, qu'il faut mettre 7 marcs de tare sur 12 marcs d'argent, qui se trouuent en prenant 6 marcs de chaque sorte.

Exemple 2.

Vn espicier veut employer deux escus ou 120 s. en trois sortes d'espiceries, qui sont à 4 sols, 6 sols, & 14 sols la liure. Pour auoir 12 liures en tout, sçauoir combien il deura prendre de chaque sorte?

Il faut premierement trouuer le prix commun de 12 liures, ordonnant la regle de trois ainsi,

12 *lp.* — 120 *ſ.* — 1 *lp.* R. 10 *ſ.*

Ayant ainsi trouué 10 sols pour le prix commun, on fera la regle d'alligation ainsi, laquelle nous donnera 18 liures : mais à cause que nous ne voulons auoir que 12 liures, pour sçauoir combien il en faudra prendre de la premiere & seconde sorte, qui ont le mesme nombre 4, on dira, si

10	4 *ſ.* a	4 *lp.*	
	6 *ſ.* b	4	
	14 *ſ.* a, b	$\frac{6}{4}$ | 10	
		Somme 18.	

18 — 4 — 12. R. $2\frac{2}{3}$.

Pour sçauoir combien on prendra de la troisiesme sorte, on dira, si

18 — 10 — 12. R. $6\frac{2}{3}$.

Partant il en faut prendre de la premiere sorte $2\frac{2}{3}$ liures, de la seconde, $2\frac{2}{3}$ liures: & de la troisiesme, $6\frac{2}{3}$ liures: qui adioustez en

semble font 12 liures, & vaudront par consequent chacune 10 sols l'vne portant l'autre.

Que si ledit espicier vouloit que la liure luy reuint à 5 sols l'vne portant l'autre, ordonnant la regle de trois ainsi,

5 ſ. —— 1 lp. —— 120 ſ. R. 24 lp.

on trouuera 24 liures, qu'il aura en tout, pour sçauoir combien de liures il aura de chaque sorte, on fera la regle d'alligation ainsi,

5	4, a, b —— 1	10 lp.
	6, a —— 1	
	14, b —— 1	

Somme 12 lp.

Maintenant pour auoir 24 liures au lieu de 12 liures, on dira, si

12 —— 10 —— 24. R. 20 lp.

& viendra 20 liures de la premiere sorte.

Pour la seconde & troisiesme sorte, qui ont le mesme nombre, on dira, si 12 —— 1 —— 24. R. 2 lp.

Partant on conclura qu'afin que la liure reuienne à 5 sols, qu'il en faudra prendre de la premiere sorte 20 liures, de la seconde 2 liures, & de la troisiesme 2 liures, qui ensemble font 24 liures, qui valent l'vne portant l'autre 5 sols la liure.

Que si ledit espicier vouloit autant de liures de l'vne que de l'autre, pour sçauoir combien il doit prendre de chaque sorte, on adioustera ensemble tous les prix & viendra 24 sols, puis ordonnant la regle de trois ainsi,

24 ſ. —— 1 lp. —— 120 ſ. R. 5 lp.

viendra 5 liures, qu'il faudra prendre de chaque sorte. Puis si on dit, 15 lp. —— 120 ſ. —— 1 lp. R. 8 ſ.

on trouuera 8 sols, que vaudra vne chacune des 15 liures qu'on aura, en prenant autant de l'vne que de l'autre.

Exemple 3.

Vn apoticaire a quatre sortes de medicamens, des quels le premier est chaud au quatriesme degré, le se cond est chaud au second degré, le troisiesme est froi au premier degré, & le quatriesme est froid au troisies me degré: La question est combien il doit prendre d chaque medicament afin que la medecine composé d'iceux soit au premier degré de chaleur.

Afin que cette question se puisse resoudre par la regle d'allig tion, il faut adiouster 5 à chaque degré de chaleur, & soustraire de chaque degré de froid: ce faisant viendront les 9 degrez suiua de temperament 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, le milieu desquels, qui est 5, represente le tiede ou temperé: le 1, le froid au quatriesme d gré: & le 9, le chaud au quatriesme degré. Partant les degrez c temperament des medicaments de cette question seront 2, 4, 7 & 9, & le 6 represente le premier degré de chaleur qu'on veut faire & faisant la regle d'alligation comme s'ensuit:

6	9, a	4
	7, b	2
	4, b	1
	2, a	3
		10

On trouuera que pour faire vn medecine de 10 onces qui soit au pre mier degré de chaleur, on doit pren dre 4 onces de celuy qui est au qua triesme degré de chaleur: 2 onces d celuy qui est au second degré de cha leur: vne once de celuy qui est froid au premier degré: & deu onces de celuy qui est froid au troisiesme degré.

DE LA REGLE D'VNE *fausse position.*

Cette regle s'appelle de fausse position, à cause que par le moye d'vne supposition fausse elle monstre à trouuer le vray, & se prati que ainsi. Soit supposé au lieu du nombre requis vn nombre te qu'on voudra, puis faisant le discours de la question auec ce nom bre supposé, pour sçauoir s'il est celuy qu'on cherche ou non, qu

s'il n'est point, on mettra au premier lieu de la regle de trois le nombre trouué par le discours de la question : au second lieu le nombre supposé : & au troisiesme, le nombre donné : ayant ainsi ordonné les nombres, le quatriesme proportionel sera le nombre requis.

Exemple 1.

Trois hommes veulent acheter vne maison pour le prix de 2700 liures, à telle condition que le secōd donnera deux fois autant que le premier, & le troisiesme trois fois autant que le second : sçauoir combien doit donner chacun ?

Il faut supposer, pour la somme que doit donner le premier, tel nombre qu'on voudra, par exemple, 10 liures, puis suiuant cette supposition, il faut raisonner & trouuer combien vn chacun des deux autres doit donner, & on trouuera que le second, qui doit donner deux fois autant que le premier, donnera 20, qui est le double de 10 que donne le premier, & le troisiesme par consequent, qui doit donner le triple du second, donnera 60, qui est triple de 20, que donne le second : & ces trois nombres 10, 20, 60, adioustez ensemble font 90, qui n'est pas le nombre donné 2700 : partant ordonnant la regle de trois ainsi, si 90 viennent de 10, de quel nombre viendront 2700, on trouuera 300, qui est le nombre des liures que deura donner le premier, pour lequel a esté faict la supposition ; & par consequent, le second donnera 600, & le troisiesme 1800 : la preuue est que les trois nombres trouuez 300, 600, & 1800 adioustez ensemble font 2700, qui est le nombre donné.

Exemple 2.

Trouuer vn nombre, lequel estant diuisé par 3, par 4 & par 5, donne trois quotiens, dont la somme ou addition soit 4700 ?

Pour éuiter les fractions, il faut supposer, pour le nombre incognu ou requis, quelque nombre qui se puisse diuiser sans fraction

par 3, 4, & 5, tels que sont 60 & 120 : & parce que l'operation se faict plus facilement auec les plus petits, ie suppose que 60 soit le nombre requis, lequel ie diuise par 3, 4, & 5, & les quotiens sont 20, 15, & 12, que i'adiouste ensemble & trouue 47, qui n'est pas le nombre donné 4700: partant pour auoir le requis ie dis, si 47 vient de la supposition de 60, de quelle supposition viendra 4700, & faisant la regle de trois ie trouue 6000, qui est le nombre requis pour lequel i'auois supposé. Car si on diuise 6000 par 3, 4, & 5, les quotiens seront 2000, 1500, & 1200, qui adioustez ensemble font 4700.

Exemple 3.

Vn homme mourant & laissant sa femme grosse, luy donne par testament, si elle accouche d'vne fille, les $\frac{2}{3}$ de son bien, qui valoit 1400 liures, & à la fille $\frac{1}{3}$: & si elle accouche d'vn fils, il veut que le fils aye les $\frac{2}{3}$ & la mere $\frac{1}{3}$: mais elle a accouché d'vn fils & d'vne fille, sçauoir combien appartient à chacun selon le vouloir du testateur.

Si on suppose 2 liures pour la fille, la mere en aura 4, & le fils 8, qui ensemble feront 14 liures: Partant on dira, si 14 vient de la supposition de 2, de quelle supposition viendra 1400 liures; faisant la regle de trois on trouuera 200 liures pour la fille, & par consequent la mere en aura 400, & le fils 800, qui ensemble font 1400 liures.

Exemple 4.

Vn homme voulant faire moudre 200 boisseaux de bled va à vn meusnier qui a quatre moulins, le premier desquels peut moudre en vne heure 2 boisseaux: le second, en 2 heures 3 boisseaux: le troisiesme, en 3 heures 4 boisseaux; & le quatriesme, en 5 heures 6 boisseaux: sçauoir en combien de temps il les pourra faire moudre en les distribuant à tous les moulins, & combien il faudra donner à chaque moulin?

Pour sçauoir en combien de temps il les pourra faire moudre, ie suppose 30 heures, & trouue que le premier moulin en 30 heures en moudra 60 boisseaux, le second 45, le troisiesme 40, & le quatriesme 36, qui adioustez ensemble font 181; partant ordonnant la regle de trois ainsi, si

181 —— 30 h. —— 200: R. $33\frac{27}{181}$.

on trouuera $33\frac{27}{181}$, qui font 33 heures & prés de 9 minutes d'heure.

Pour sçauoir combien il faut donner à chaque moulin, on ordonnera les regles de trois comme s'ensuit:

$$181\begin{cases}60\\45\\40\\36\end{cases} —— 200\begin{cases}66\frac{54}{181},\\49\frac{131}{181},\\44\frac{36}{181},\\39\frac{141}{181}.\end{cases}$$

La somme est 200 boisseaux.

DE LA REGLE DE DEUX *fausses positions.*

Il faut supposer deux fois pour le mesme nombre incognu, en faisant la seconde supposition plus grande que la premiere, & marquer l'excez par le signe de plus, & le defaut par le signe de moins: puis soit mise au premier lieu de la regle de trois la somme ou la difference des erreurs, à sçauoir la somme, si les signes sont differens, & la difference s'ils sont semblables: au second lieu de la regle de trois on mettra tousiours le premier erreur, & au troisiesme la difference des nombres supposez. Et le nombre qu'on trouuera par la regle de trois estant adiousté auec le nombre de la premiere supposition, donnera tousiours le requis, si les erreurs estant marquez par mesme signe le second n'est plus grand que le premier: car en ce cas il faudra soustraire le nombre trouué par la regle de trois du nombre de la premiere supposition.

Exemple 1.

Trouuer trois nombres, qui adiouftez enfemble facent 60, & que le fecond excede le double du premier de 4, & le troifiefme furpaffe la fomme du premier & fecond de 6.

Si on fuppofe que le premier nombre foit 6, le fecond fera 16, & le troifiefme 28, qui adiouftez enfemble font 50, qui differe du nombre donné 60 de 10, partant ie pofe l'erreur 10 vis à vis du nombre fuppofé 6 auec le figne de moins.

Puis fi on fuppofe que le premier nombre foit 8, le fecond fera 20, & le troifiefme 34, qui adiouftez enfemble font 62, qui differe du nombre donné 60 de 2; partant ie pofe l'erreur 2 vis à vis du nombre fuppofé 8, auec le figne de plus.

Maintenant pour venir à la regle de trois, i'adioufte les erreurs 10 & 2 enfemble, à caufe que leurs fignes font diffemblables, à fçauoir l'vne de moins, & l'autre de plus, & ie mets la fomme 12 au premier lieu de la regle de trois, le premier erreur 10 au fecond, & la difference des nombres fuppofez qui eft 2 au troifiefme, & trouue par la regle de trois $1\frac{2}{3}$ que i'adioufte auec 6, qui eft la premiere fuppofition, la fomme $7\frac{2}{3}$ eft le premier nombre des incognus pour lequel ont efté faites les fuppofitions: & par confequent le fecond fera $19\frac{1}{3}$, & le troifiefme 33, qui adiouftez enfemble font le nombre donné 60.

Pour faire l'operation, on a couché les nombres ainfi,

6 ~ 10

8 + 2   6

12 —— 10 —— 2. R. $1\frac{2}{3}$.

Somme pour le premier $7\frac{2}{3}$.

Que fi on euft fuppofé pour le premier nombre des incognus 5, puis 6, on euft trouué pour l'erreur de la premiere fuppofition

6, & pour le second 10, tous deux auec le signe de moins; puis faisant l'operation comme s'ensuit, viendra le mesme nombre $7\frac{2}{5}$, pour le premier des incognus.

5 ~ 16			
6 ~ 10	*le premier erreur.*	*difference des nombres supposez.*	5
Reste 6 ——	16 ——	1 ——	R. $2\frac{2}{5}$.

Somme pour le premier $7\frac{2}{5}$.

Que si les deux suppositions eussent esté 8 & 11, on eust trouué pour l'erreur de la premiere supposition 2, & pour la seconde 20, tous deux auec le signe de plus. Puis faisant l'operation comme s'ensuit, on eust encore trouué $7\frac{2}{5}$, pour le premier des incognus.

8 + 2			
11 + 20	*le premier erreur.*	*difference des nombres supposez.*	8
Reste 18 ——	2 ——	3 ——	R. $1\frac{2}{5}$.

Reste pour le premier $7\frac{2}{5}$.

Exemple 2.

Vn homme a deux tasses d'or, & vn couuercle de 100 escus, la grande tasse auec le couuercle vaut trois fois autant que la petite sans couuercle: & la petite auec le couuercle deux fois autant que la grande sans couuercle, sçauoir combien vaut chaque tasse?

En cette regle de deux fausses positions, les plus grandes difficultez consistent à trouuer les erreurs des nombres qu'on suppose au lieu de l'vn des incognus, & ne se peut donner autre precepte pour les trouuer, sinon qu'ayant supposé pour l'vn des incognus, il faut raisonner suiuant la teneur de la question, pour trouuer vn chacun des autres incognus: Comme en cet exemple, supposant

que la grande tasse vaille 20 escus, ie diray que 20 escus, auec 100 escus que vaut le couuercle, sont 120 escus; & par consequent la petite tasse vaudra 40 escus, puis qu'elle vaut le tiers de ce que vaut la grande & le couuercle ensemble.

Maintenant pour voir si la seconde condition se trouue en ces deux nombres 20 & 40 : ie dis, que 40 escus que i'ay trouué pour la petite tasse, auec 100 escus du couuercle, font 140 escus : & parce que 140 n'est pas le double de 20 escus, qui est la valeur de la grande tasse, ie conclus qu'il y a erreur de 100 en la supposition de 20 escus pour la valeur de la grande tasse. Partant, ie recommence, & suppose 21 escus pour la mesme tasse, & par consequent la petite tasse vaudra $40\frac{1}{3}$ escus, qui est le tiers 121 escus, que sont les prix de la grande & du couuercle ensemble : puis pour sçauoir si la seconde condition se trouue en ces deux nombres 21 & $40\frac{1}{3}$, ie dis que $40\frac{1}{3}$, que i'ay trouué pour la petite tasse, auec 100 du couuercle font $140\frac{1}{3}$: & parce que $140\frac{1}{3}$ excede de $98\frac{1}{3}$ le double de 21, qui est la valeur de la grande tasse, nous dirons qu'il y a erreur de $98\frac{1}{3}$, en la supposition 21 pour la valeur de la grande tasse: ayant ainsi trouué les deux erreurs, on fera l'operation suiuant les preceptes donnez cy dessus, ainsi :

20 ~ 100

21 ~ $98\frac{1}{3}$ 20

Reste $1\frac{2}{3}$ *ou* $\frac{5}{3}$ X $\frac{100}{1}$ $\frac{1}{1}$ | $\frac{300}{5}$ [60

Somme pour la grande tasse 80.

Ayant ainsi trouué 80 escus pour la plus grande tasse, i'adiousté 80 escus auec 100 du couuercle, & de la somme, qui est 180, ie prens le tiers, qui est 60 escus pour la petite tasse : & par ainsi la plus grande des deux tasses proposées vaut 80 escus, & la plus petite 60 escus.

Exemple 3.

Trouuer deux nombres tels, que le premier prenant

3 du second, deuienne égal au reste du second, & que le second prenant 2 du premier, soit triple du reste du premier.

Supposant que le premier nombre soit 8, ie dis que le second nombre sera par consequent 14, car si 8 prend 3 de 14 ils auront chacun 11: puis pour sçauoir si la seconde condition se trouue en 8 & 14, ie dis que le second, qui est 14, en prenant 2 du premier en aura 16, & qu'il en restera 6 au premier: & parce que 16 n'est pas égal au triple du reste du premier qui est 18, ie conclus qu'il y a erreur de 2. Partant ie recommence, & pose 9 pour le premier (car il faut tousiours faire la seconde supposition plus grande que la premiere) & par consequent le second vaudra 15: & pour sçauoir si la seconde condition se trouue en ces nombres, i'adiouste 2 à 15, & viét 17, qui n'est pas égal au triple du reste du premier, qui est 21; partát ie conclus qu'il y a erreur de 4, qui doit auoir le mesme signe que le premier erreur qui est 2, à cause qu'en l'vn & l'autre le triple du reste du premier excede, & n'importe de marquer les deux erreurs par plus, ou tous deux par moins: aux nombres de l'operation suiuante, ie les ay marquez par moins.

8 ~ 2			
9 ~ 4	*le premier erreur.*	*difference des nombres supposez.*	8
Reste 2 ——	2 ——	1 ——	R. 1

Reste pour le premier 7.

Ayant ainsi trouué 7 pour le premier nombre des incognus, il est manifeste que le second doit estre 13, afin que donnant 3 au premier, ils ayent autant l'vn que l'autre, à sçauoir chacun 10.

DE L'EXTRACTION DE LA racine quarrée.

L'extraction de la racine quarrée est l'inuention d'vn nombre, lequel estant multiplié par soy-mesme produise le nombre propo-

ſé s'il eſt quarré, ou s'il n'eſt quarré, le plus grand nombre quarré contenu en iceluy. Or tout nombre ſe multipliant ſoy-meſme engendre ſon quarré, & multipliant ſon quarré il produict ſon cube : par exemple, 10 ſe multipliant engendre 100, qui eſt ſon quarré, & le meſme 10 multipliant ſon quarré 100, produiſt 1000, qui eſt ſon cube. Et parce qu'il n'y a point de precepte d'extraire la racine quarrée ny cube d'aucun nombre moindre que 100, on doit apprendre par cœur les quarrez & cubes des 9 premieres figures, qui ſont les ſuiuantes.

1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Les quarrez de ces 9 nombres eſtans cognus, pour extraire les racines des autres nombres plus grands, il faut premierement ſeparer les figures du nombre propoſé, deux à deux, commençant à la main droicte. Puis ayant pris la racine de la premiere partie du coſté gauche, & eſcrit le reſte au deſſus, en tranchant les figures comme en la diuiſion : Pour chaque partie ou ſection de noſtre nombre, il faut trouuer nouueau diuiſeur à meſure qu'on aduance, & mettre la figure qui monſtre combien de fois il eſt contenu au nombre ſuperieur correſpondant, non ſeulement au quotient, mais auſſi au coſté droict du diuiſeur; le tout comme on peut voir aux exemples ſuiuans.

2	2				
8	44				
57	80	56	09	47	[76036.
7	46	20	03	00	
1	15	52	20		
	1	15			

Soit à extraire la racine de 5780560947, premierement ie ſepare les figures du nombre propoſé deux à deux, commençant à la main droicte, puis ayant mis la racine de 57, qui eſt 7, au quotient, &

aussi sous 57, ie dis 7 fois 7 sont 49, que i'oste de 57, & reste 8, que ie pose sur 7, en tranchant 5 & 7: Ce faict, pour auoir le diuiseur de la section suiuãte, ie multiplie le quotient 7 par 2, & vient 14 pour mon diuiseur, que i'escris en mettant le 4 sous le 8, & 1 sous le reste 8 de la section precedente: & ie regarde combien de fois 1 du diuiseur est contenu dans 8 qui est au dessus, & encore qu'il se troue 8 fois, ie ne mets que 6 fois au quotient afin qu'il en reste assez, pour les figures suiuantes du diuiseur, & pose aussi le mesme 6 au costé droict du diuiseur sous le zero: puis ie dis, 6 fois 1 sont 6, que i'oste de 8 qui est au dessus, & reste 2. que ie pose au dessus de 8, en tranchant les figures comme en la diuision: ce faict, ie dis 6 fois 4 sont 24, que i'oste de 28 & reste 4, que ie pose au dessus du 8: & de mesme ie multiplie 6 par 6, & vient 36 que i'oste de 40, & reste 4 que ie pose au dessus du zero. Maintenant pour auoir le diuiseur de la section 56, ie multiplie tout le quotient 76 par 2, en disant 2 fois 6 sont 12, & pose 2 sous le 5, & 2 fois 7 sont 14, & 1 que ie garde sont 15, que ie pose tirant vers la main gauche, & trouue 152 pour mon diuiseur: & parce que mon diuiseur 152 n'est pas contenu au nombre superieur correspondant qui est 45, ie pose vn zero au quotient, & aussi au costé droict du diuiseur, & sans rien multiplier ny soustraire, ie cherche vn diuiseur pour la section suiuante, en multipliant par 2 le quotient 760, & vient 1520, que ie pose sous 4560: puis ie regarde combien de fois 1 est contenu au nombre superieur correspondant 4, & trouuant qu'il est contenu 3 fois, ie pose 3 au quotient, & aussi au costé droict du diuiseur, & faisant les multiplications & soustractions comme en la diuision, Il ne reste rien au dessus. Finalement ie cherche vn diuiseur pour la derniere section 47, en multipliant par 2 le quotient 7603, & vient 15206 pour diuiseur, que ie pose sous le 4, & parce que 15206 n'est pas contenu en 4, ie pose vn zero au quotiét, & aussi au costé droict du diuiseur: & ne pouuant plus auancer plus auant, ie conclus que la racine de 5780560947 est 76030, & qu'il en reste 47, auquel si on donne pour denominateur le double du quotient, ce sera trop peu, & si on luy donne le double du quotient auec 1, ce sera trop; neantmoins on luy donne ordinairement le double du quotient augmenté d'vne vnité: de sorte que la racine du nombre proposé

era 76030, & enuiron $\frac{47}{152061}$.

Que si on ne veut point d'autres fractions que celles de la dixme, faudra adiouster au nombre proposé des zero deux à deux tant u'on voudra, & continuer l'extraction de la racine quarrée, & le ombre des accens qu'on adioustera au quotient, deura estre égal la moitié du nombre des zero qu'on aura adiousté au nombre roposé : ce faisant, on trouuera que la racine de 20 est enuiron 472''', ou $4\frac{472}{1000}$. Et que la racine de $20\frac{1}{2}$ est enuiron 4527''', ou $\frac{527}{1000}$.

20|00|00|00[4472'''. || 20|50|00|00[4527'''.

Si le nombre proposé est vne fraction, il faudra extraire la raci- e de deux nombres de la fraction ; ce faisant on aura $\frac{2}{3}$ pour la ra- ine de $\frac{4}{9}$.

Mais si les deux nombres de la fraction n'ont point de racines, la faudra reduire en fraction de la dixme, qui aye le nom- re de ses accens pair, & la racine du nombre de la dixme sera racine de la fraction proposée. Par exemple, soit à extraire la raci- e de $\frac{5}{8}$, ie reduis cette fraction en dixme, adioustant des zero au umerateur, & diuisant par le denominateur 8, & trouue 625''' au ieu de $\frac{5}{8}$: & parce que le nombre des accens de 625''' est impair, ie e rends pair, en luy adioustant vn zero & vn accent, & de 6250'''', ui vaut autant que $\frac{5}{8}$, ou 625''', tirant la racine quarrée, ie trouue 9'', ou $\frac{79}{100}$, pour la racine de $\frac{5}{8}$.

DE LA PREVVE DE LA racine quarrée.

La vraye preuue de l'extraction de la racine quarrée se faict en nultipliant la racine trouuée par soy-mesme, & adioustant auec le roduict de la multiplication le reste de l'extraction s'il y en a: Car i ce produict auec le reste est égal au nombre proposé, il n'y aura oint d'erreur en l'extraction. Par exemple, si la racine de 27 est 5, uec 2 de reste fera 27, qui est le nombre proposé.

La preuue de la racine quarrée, par le moyen du 9, se peut aussi

faire, comme en la diuision, en prenant la racine qu'on aura trouué pour quotient & pour diuiseur: comme en l'exemple suiuant la preuue du quotient est 7, que ie pose aux costé gauche & droict

57|80|56|09|47[76030 47/153061 7 ✠ 7 (6 above and 6 below the cross)

d'vne croix, puis ie multiplié 7 par 7 & vient 49, qui a 4 pour preuue, que i'adiouste auec la preuue du reste qui est 47, & vient 6 que ie pose au dessus de la croix, & le mesme 6 se doit trouuer en ostant tous les 9 du nombre proposé 5780560947, que s'il ne se trouue, il y aura erreur en l'extraction de la racine quarrée.

DES PROGRESSIONS ARITHmetiques & Geometriques.

En vne progression il y a cinq termes, trois desquels estant donnez, les deux autres se peuuent trouuer. Ces cinq termes sont le moindre nombre, le plus grand nombre, le nombre des termes, & l'excez ou difference des nombres, laquelle difference en la progression geometrique s'appelle le nombre progressif. De ces cinq termes ou nombres trois se peuuent donner en dix manieres differentes, comme il appert des regles des diuerses conionctions, que nous auons donné au 15 chapitre de l'Arithmetique du second tome. Mais icy nous donnerons seulement les principales questions, commençant par celles d'Arithmetique.

Question 1.

D'vne progression d'Arithmetique estant donnez le moindre nombre, l'excez, & le nombre des termes, trouuer le plus grand nombre, & la somme de tous les termes ou nombres.

De toute progression Arithmetique le plus grand nombre est composé de toutes les differences ou excez, & du moindre nombre, comme il est manifeste des nombres de la progression suiuãte,

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15. La somme est 63.

partant estant donné le moindre nombre 3, l'excez 2, & le nombre des termes 7, on trouuera le plus grand nombre 15, en multipliant l'excez 2 par le nõbre des excez, qui en cet exemple est 6, & adioustant au produict 12, le moindre nombre qui est 3, & viendra 15 pour le plus grand nombre. Ayant ainsi trouué le plus grand 15, pour auoir la somme de tous les nombres, on adioustera ensemble le premier & dernier terme, à sçauoir 3 & 15, & viendra 18, qu'on multipliera par le nombre des termes qui est 7, & le produict sera 126, dont la moitié 63 est la somme de tous les nombres de la progression.

Question 2.

Que si au lieu du moindre nombre 3, le plus grand nombre 15 est donné, auec l'excez 2, & le nombre des termes qui est 7: pour auoir le moindre nombre 3, on multipliera l'excez 2, par le nombre de la multitude de l'excez qui est 6, & le produict 12 estant soustrait du plus grand nombre 15, restera le moindre nombre requis 3.

Question 3.

Que si auec le nombre des termes 7 sont donnez le moindre nombre 3, & le plus grand 15: pour auoir l'excez, on soustraira le moindre nombre 3 du plus grand 15, & le reste 12 estant diuisé par le nombre de la multitude de l'excez qui est 6, donnera l'excez requis 2.

Question 4.

Que si auec l'excez 2 sont donnez le moindre nombre 3, & le plus grand 15: pour trouuer le moindre des termes, on soustraira le moindre nombre 3 du plus grand 15, & le reste 12 estant diuisé par l'excez 2, viendra au quotient 6, pour le nombre des excez, & par consequent le nombre des termes sera 7.

Question 5.

Que si auec l'excez 2, & la multitude des termes 7, est donné la somme de tous les termes, qui est 63: pour trouuer le moindre nombre, on diuisera la somme donnée 63 par 7, nombre des ter-

mes, & viendra 9 au quotient, qu'on mettra à part : puis on multipliera par le mesme nombre 7 l'excez 2, & viendra 14, duquel on soustraira l'excez 2 & restera 12, dont la moitié est 6, qu'il faut soustraire du quotient 9 mis à part, & restera 3 qui est le moindre nombre requis.

Question 6.

Que si auec le moindre nombre 3, & l'excez 2, est donné la somme de tous les termes 63 : pour trouuer le plus grand nombre on multipliera la somme donnée 63, par le double de l'excez qui est 4, & viendra 252 qu'on mettra à part, puis on prendra la difference qu'il y a entre 1, qui est la moitié de l'excez donné, & 3, qui est le moindre nombre donné, laquelle difference est 2, & son quarré 4, qu'il faut adiouster auec 252 mis à part, & de la somme qui est 256, on prendra la racine quarrée qui est 16, de laquelle racine ostant la moitié de l'excez qui est 1, restera 15 pour le plus grand nombre requis.

DES PROGRESSIONS Geometriques.

Les logarithmes de toutes progressions geometriques sont en progression arithmetique : par consequent, les solutions des questions des progressions geometriques se trouueront plus facilement & plus promptement par le moyen des tables des logarithmes, operant comme on peut voir aux questions suiuantes, des interests qui meritent à chef de terme.

Question 1.

Sçauoir à combien monteront 500 liures auec les interests des interests au denier seize en 7 ans.

Le denier 16 signifie que le premier nombre de la progression est au second comme 16 à 17 : partant pour trouuer le plus grand nombre qui est le requis, on prendra dans la table des logarithmes la difference des logarithmes de 16 & 17, à sçauoir 2633, qui se trouue entre les logarithmes de 16 & 17 : & parce que 2633 est l'excez de la pro-

rogression arithmetique, il faut multiplier 2633 par 7, nombre les années données, & viendra 18431, qu'il faut adiouster auec le logarithme de 500, qui est 269897, la somme sera 288328, qui donne dans la table $764\frac{29}{57}$ ou $\frac{1}{2}$, pour le plus grand nombre de la progression, qui est la somme à quoy monteront 500 liures en 7 ans.

Question 2.

Vn homme doit 1000 liures à payer au bout de 7 ans, que si on luy veut rabatre l'interest au denier seize, sçauoir combien il doit donner pour s'acquitter, en payant 7 ans auparauant le terme prescrit?

En cette question, pour trouuer le moindre nombre de la progression qui est le requis, on multipliera, comme en la precedente, par 7 les 2633, & le produict qui est 18432, on le soustraira du logarithme de 1000, qui est 300000, & restera 281569 qui donne dans la table $654\frac{21}{66}$ ou $\frac{2}{6}$ pour le premier nombre de la progression, qui est la somme que doit payer celuy qui doit 1000 liures, pour s'acquitter 7 ans auparauant que le terme soit escheu.

Question 3.

Que si vn homme pour 500 liures qu'il emprunte à interest au denier seize, s'oblige de payer 1000 liures en vne somme, sçauoir quel terme il doit auoir pour s'acquitter de ladite somme de 500 l. en payant 1000 liures?

Il faut soustraire le logarithme de 500, qui est 269897, du logarithme de 1000, qui est 300000, & restera 30103, qu'il faut diuiser par 2633, qui est la difference des logarithmes de 16 & 17, & le quotient $11\frac{1140}{2633}$ sera le nombre des années qu'il doit auoir pour payer ladite somme de 1000 liures.

Question 4.

Que si vn homme pour 500 liures qu'il emprunte,

s'oblige de payer 1000 au bout de 9 ans, sçauoir à quel denier est l'interest de l'argent qu'il emprunte?

Il faut soustraire le logarithme de 500 qui est 269897 du logarithme de 1000 qui est 300000, & restera 30103, qu'on diuisera par 9, & le quotient 3345 estant adiousté auec 269897, logarithme de 500, sera 273242, qui donne dans table 540 pour le second nombre de la progression; partant, on conclura que l'interest est en la raison de 500 à 540, ou de 25 à 27, c'est à dire, que 2 sont gagnez par 25, & par consequent l'interest est au denier $12\frac{1}{2}$.

Question 5.

Vn homme doit 35 escus de rente au denier 16, mais celuy à qui il les doit, ayant besoin de 50 escus par an, ils conuiennent ensemble qu'il s'acquittera en luy donnant 50 escus de rente: sçauoir combien d'années deura durer la rente de 50 escus, afin qu'il s'acquitte du capital, qui vaut 560 escus?

En cette question le moindre nombre de la progression est 240, à sçauoir le capital de 15 escus, qui est ce qu'il donne par an, outre les 35 escus qu'il doit: & la difference des extremes de la progression en la raison de 16 à 17 doit estre 560: partant, pour trouuer le nombre des termes qui est le requis, on adioustera 240 auec 560, & viendra 800 pour le plus grand nombre de la progression, dont le logarithme est 290309, & le logarithme de 240 est 238021, qu'il faut soustraire de 290309, & diuiser le reste 52288 par 2633, difference des logarithmes de 16 & 17, le quotient qui est $19\frac{2261}{2633}$, sera le nombre des ans à la fin desquels la rente finira.

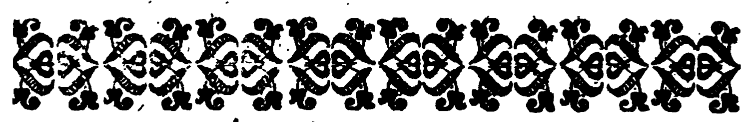
Question 6.

Si vn homme donne par aduance 560 escus pour estre nourry 8 ans durant, à condition que l'interest de son argent soit estimé au denier 16, sçauoir à combien doit monter sa pension annuelle?

Operant comme en la premiere question des precedentes, on trouuera que les 560 escus auec les interests des interests en 8 ans, montent à $909\frac{9}{16}$ d'escus, desquels ostant les 560, restent $909\frac{9}{16}$ pour la difference des extremes, qui est le gain que font 560 escus en 8 ans au denier 16. Puis on dira, si $349\frac{9}{16}$ sont gagnez en 8 ans par 560, par quel nombre seront gagnez $909\frac{9}{16}$, & on trouuera enuiron $1457\frac{21}{36}$ pour le nombre qui gagne $909\frac{9}{16}$ en 8 ans. Finalement, on dira si 16 escus gagnent vn escu par an, combien gagneront $1457\frac{21}{36}$, & on trouuera 91 escus peu plus, qui est le prix de la pension que doit auoir par an celuy qui a baillé par auance 560 escus pour estre nourry 8 ans durant.

Fin de l'Arithmetique.





DE LA TRIGONOMETRIE.

AV 6 chapitre de la Trigonometrie, nous auons demonstré trois theoremes pour l'intelligence du calcul des triangles :ctilignes, & donné en suite les exemples aux 4, 5, & 6 proposi-ons. Mais icy nous mettrons les mesmes exemples distinguez n trois regles, en sorte que par le moyen d'icelles, sans l'intelli-ence de ces trois theoremes, on pourra resoudre toutes sortes de iangles rectilignes.

Regle des costez & angles opposez.

Exemple 1.

Estant donnez deux angles d'vn triangle & vn costé, rouuer le troisiesme angle, & les deux utres costez.

Au triangle ABC soient donnez l'angle B e 26 degrez 43', l'angle C de 37 degrez 12', z le costé BC de 40 toises, & qu'il faille rouuer le troisiesme angle A, & les deux autres costez AB & AC.

2 6. 43'
3 7. 12'
8 0
6 3. 55'
1 5. 5'

Pour trouuer l'angle A, il faut adiouster ensemble les deux angles donnez B & C, & soustraire des 180 degrez leur somme, qui est 63 degrez & 55', & restera 116 degrez 5' pour l'angle A : car les trois angles de tout triangle rectiligne valent 180 degrez.

Puis pour auoir le costé AB on dira, si le sinus de

l'angle A donne 40 toises pour son costé opposé B C, combien donnera le sinus de l'angle C pour son costé opposé AB. Et de mesme, pour auoir le costé AC, on dira, si le sinus de l'angle A donne 40 toises pour son costé opposé BC, combien donnera le sinus de l'angle B pour son costé opposé AC. Tellement qu'en cette regle, que ie nomme des opposez, le premier & second nombre de la regle de trois doiuent tousiours appartenir au costé & angle du triangle, qui sont cognus & opposez l'vn à l'autre: & le troisiesme & le quatriesme, qui est le requis, doiuent aussi estre opposez l'vn à l'autre dans le triangle.

En la regle de trois des sinus les toises ou autres mesures y demeurent, & n'y a que les angles ou degrez & minutes qui se changent, pour mettre en leurs places leurs sinus, tangentes ou secantes: Mais en la regle de trois des logarithmes, faut changer tant les toises ou autres mesures que les degrez & minutes, & mettre en leurs places leurs logarithmes.

La regle de trois des sinus se faict à l'ordinaire, en multipliant le second nombre & le troisiesme l'vn par l'autre, & diuisant leur produict par le premier. Mais pour faire la regle de trois des logarithmes, on adiouste le second & troisiesme nombre ensemble, & de leur somme on soustraict le premier, le tout comme on peut voir aux exemples suiuants.

Inuention du costé AB par sinus.

s. < A —— BC —— s. ∠ C —— AB

116 *deg.* 5'. 37 *deg.* 12' *toises*

supplem. 63 *deg.* 55 *toises*

89816 —— 40 —— 60460. R. 26 $\frac{83184}{89816}$.

Pour auoir le sinus de l'angle A, qui excede 90 degrez, il faut le soustraire de 180 degrez, & prendre dans les tables le sinus du reste 63 degrez 55', qui est 89816, pour le premier nombre de la regle de trois. Puis ayant

multiplié 60460, qui eſt le ſinus de 37 degrez 12′ par 40, & diuiſé le produict par 89816, il en eſt venu $26\frac{83184}{89816}$ toiſes pour le coſté AB.

Pour iuger à peu pres combien vaut la fraction $\frac{83184}{89816}$, il faut retrancher du coſté droict des deux nombres de la fraction tant de figures, que le denominateur reſtant n'excede 100, comme en cet exemple, retranchant de chacun trois figures, reſte $\frac{83}{89}$; qui eſt moins que l'entier d'enuiron $\frac{1}{13}$ d'vne toiſe, ou d'autre meſure dont on ſe ſert.

Pour auoir en pieds & pouces la valeur de la fraction, il faut multiplier le numerateur par 6 pieds, qui eſt la valeur de la toiſe, & viendra 499104 pieds, leſquels eſtant diuiſez par le denominateur 89816 donnent $5\frac{50024}{89816}$ pieds : Puis pour ſçauoir combien de pouces donnera ce reſte, on multipliera le numerateur 50024 par 12 pouces qui eſt la valeur d'vn pied, & viendra 600288 pouces, qu'il faut diuiſer par le meſme denominateur 89816, & viendra $6\frac{61392}{89816}$ pouces, & par ainſi le coſté AB vaut 26 toiſes, 5 pieds, 6 pouces, & enuiron $\frac{2}{3}$ d'vn pouce, que i'attribuë à la fraction $\frac{61}{89}$ qui reſtent, ayant retranché trois figures de chaque nombre de la fraction $\frac{61392}{89816}$.

Pour reduire la meſme fraction $\frac{83184}{89816}$ en dixme, on donnera au numerateur autant de zero qu'on veut que la fraction de la dixme aye d'accens : puis diuiſant par le denominateur, on trouuera le requis à peu pres. Cōme en cet exemple, adiouſtant 3 zero au numerateur, puis diuiſant le prouenant 83184000 par le denominateur, viendra au quotient 926‴, ou $\frac{926}{1000}$, qui eſt ſi proche du iuſte, qu'il n'y peut auoir erreur d'vn millieſme.

Pour trouuer le mesme costé AB par logarithmes, l'operation se fera ainsi

ſ.<A — BC — ſ.<C — AB

116 *deg.* 5'. *ou* 63 *deg.* 55'. 40 *toises.* 37 *deg.* 12'.

995335 — 160206 — 978147 — R. $26\frac{15}{16}$.

160206

1138353

995335

143018

141497 — $26\frac{1521}{1639}$.

1521

I'adiouste le second & troisiesme logarithme ensemble, & de la somme qui est 1138353 i'oste le premier logarithme, & reste 143018, qui ne se trouue pas dans la premiere table des toises ou des nombres absolus; partant ie prens le prochain moindre qui est 141497, auquel correspondent vis à vis 26 toises, & entre les lignes se trouue 1639, que ie mets sous vne ligne pour denominateur: & pour auoir le numerateur i'oste le nombre trouué dans la table, à sçauoir 141497 de mon nombre, qui est 143018, & reste 1521 pour le numerateur de la fraction, & retranchant 2 figures tant du numerateur que du denominateur restent $\frac{15}{16}$ſ. partant ie conclus que le costé AB vaut 26 toises & enuiron $\frac{15}{16}$.

Inuention du costé AC par sinus.

ſ. *de*<A — BC — ſ. *de*<B — AC

116 *deg.* 5'. *ou* 63 *deg.* 55'. *toises.* 26 *deg.* 43 *toises*

89816 — 40 — 44958 — R. $20\frac{2}{41}$.

Le mesme costé AC se trouuera par logarithmes ainsi,

s.de < A	—	BC	—	s.de < B	—	AB
316 deg. 5'. ou 63 deg. 55'.		40 toises.		26 deg. 43'.		toises.
995335	—	160206	—	965281		R. 20 $\frac{1}{43}$.

965281

1125487

995335

130152

130103 — 20 $\frac{49}{2119}$ ou $\frac{1}{43}$.

49

Exemple 2.

Estant donnez deux costez, & l'angle opposé à l'vn d'iceux, trouuer les deux autres angles, & le troisiesme costé.

Soit donné le costé BC de 12 toises, l'angle C de 27 degrez 38: & le costé BA, ou son égal BD de 8 toises. En cet exemple, à cause que le moindre costé cognu 8, est opposé à l'angle donné C, les trois choses données se trouuent en deux triangles differents, à sçauoir aux triangles ABC & DBC; & par consequent, pour trouuer le costé incognu, il est necessaire de sçauoir, si l'angle opposé au costé BC, qui est le plus grand des deux costez cognus, est aigu ou obtus; Car s'il est aigu, le costé incognu ou requis sera AC: mais s'il est obtus, le costé requis sera DC.

Pour trouuer l'angle A, ou son égal BDA par sinus, ordonnant la regle de trois ainsi,

AB	f. de ∠ C	BC	f. de ∠ A
toises	27 *deg.* 38′	*toises*	44 *deg.* 5′.
8	46381	12	R. 69571.

on trouuera 69571 pour le sinus de l'angle A, ou de son égal B D A lequel sinus 69571 faut chercher dans les tables des sinus; & parce qu'il ne se trouue pas, on prendra le plus prochain, qui est 69570 auquel correspondent 44 degrez 5′ pour l'angle A, ou de son égal BDA. Ayant ainsi trouué les angles A & BDA, de chacun 44 degrez 5′ pour auoir l'angle ABC, on adioustera les angles A & C ensemble, & leur somme, qui est 71 degrez 43′, estant soustraicte de 180 degrez, restera 108 degrez 17′ pour l'angle ABC.

Puis si de 180 degrez on oste les 44 degrez 5′ de l'angle BDA, restera 135 degrez 55′ pour B D C. Car deux angles contigus ou de suitte, comme sont les angles BDA & BDC valent tousiours 180 degrez.

Pour trouuer la quantité de l'angle DBC, on adioustera ensemble les deux angles C & BDC, & leur somme estant soustraite de 180 degrez, restera l'angle DBC: ou plustost, on soustraira les 27 degrez 38′ de l'angle C, de 44 degrez 5′ de l'angle externe B D A & restera 16 degrez 27′ pour l'angle D B C. Car en vn triangle l'angle externe est égal aux deux internes & opposez, comme l'angle externe BDA est égal aux deux internes opposez DCB & DBC

Ayant ainsi trouué les angles des triangles ABC & DBC, pour auoir le costé AC par sinus, on dira, si

f. de ∠ C	AB	f. de ∠ ABC	AC
27 *deg.* 38′	*toises*	108 *d.* 17′ *ou* 71 *d.* 43′	*toises*
46381	8	94712	R. $16\frac{1}{3}$.

$$\begin{array}{r} 94712 \\ 8 \\ \hline 757696 \end{array}$$

$\frac{757696}{46381}$ [$16\,\frac{15600}{46381}$ *ou* $\frac{1}{3}$.

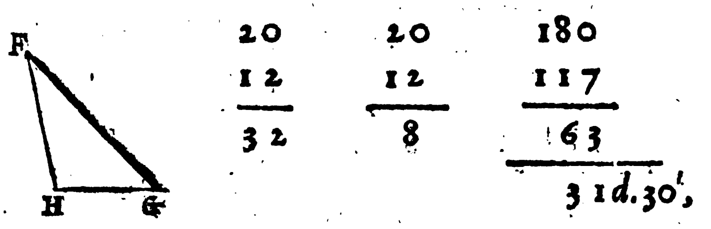
Pour trouuer le costé D C par logarithme, l'operation se fera ainsi :

ſ. de ∠C	BD	ſ. de ∠DBC	DC
27 d. 38'.	8 toises.	16 d. 27'.	toises.
966634	90309	945206.	R. 4 8/9.

$$\begin{array}{r} 945206 \\ \hline 1035515 \\ 966634 \\ \hline 68881 \\ 60206 \\ \hline 8675 \end{array} \quad 60206 — 4\tfrac{8675}{9691} \text{ ou } \tfrac{8}{9}.$$

De la regle des tangentes.

Estant donnez deux costez & l'angle compris d'iceux, trouuer les deux autres angles & le troisiesme costé.



Au triangle FHG soient donnez le costé FH de 20 toises, le costé HG de 12 toises, & l'angle H de 117 degrez, par le moyen desquels il faille trouuer les autres angles F & G, & le troisiesme costé F G. Pour ce faire, il faut premierement adiouster ensemble les deux costez donnez, & viendra 32 pour le premier nombre de la regle de trois : puis on soustraira le moindre costé donné du plus grand, &

restera 8 qu'on mettra au troisiesme lieu de la regle de trois: & pour auoir le second nombre, on soustraira l'angle donné de 180 degrez, & restera 63 degrez, & la tangente de la moitié de ce reste sera le second nombre. Partant la regle de trois se fera par logarithmes ainsi,

toises.	*tangen.*	*toises*	*tangen.*
32 —	31 *d.* 30 —	8 —	8 *deg.* 43′.
150515 —	978732 —	90309	

90309
1069041
150515
918526 — 8 *degrez* 43′.

on trouuera 918526, qu'il faut chercher dans les tables au rang des tangentes, & parce qu'il ne se trouue pas on prendra le plus prochain, qui est 918560, auquel correspondent 8 degrez 43′, qu'il faut soustraire de 31 degrez 30′, qui ont esté mis au second lieu de la regle de trois, & restera 22 degrez 47′, pour le moindre angle F: & adioustant les 8 degrez 43′ auec les 31 degrez 30′, on aura 40 degrez 13′ pour le plus grand angle G.

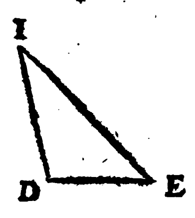
Notez que cette regle des tangentes ne se peut faire que par logarithmes par les tables qui sont au troisiesme tome, à cause qu'en icelles il n'y a point d'autres tangentes que des logarithmes

Ayant ainsi trouué les angles, pour trouuer le troisiesme costé FG par logarithmes, on dira suiuant la regle des opposez, si

S. de ∠F —	HG —	S. de ∠H —	FG.
22 *deg.* 47′	12 *toises*	117 *d. ou* 63 *d.*	R. 27⅗ *toises*
958799 —	107918 —	994988 —	144107

De la regle des trois costez.

Les trois costez d'vn triangle estant donnez, trouuer lequel on voudra des angles.



Au triangle E D I soient donnez ED de 12 toises, DI de 20 toises, & E I de 30 toises, & qu'il faille trouuer l'angle D.

12	12	20	30
20	12	20	30
240	24	400	900
2	12	144	544
480	144	544	356

Pour ce faire, on multipliera ED & DI, qui comprennent l'angle requis D, l'vn par l'autre, & viendra 240, dont le double, qui est 480, on mettra au premier lieu de la regle trois, & le rayon ou sinus de 90 degrez au second lieu. Pour auoir le troisiesme nombre, on multipliera chaque costé par soy-mesme : à sçauoir 12 par 12 qui feront 144 : 20 par 20 feront 400 : & 30 par 30 feront 900. Puis on adioustera ensemble les quarrez des deux costez comprenant l'angle requis D, à sçauoir 144 & 400, & leur somme qui est 544, faudra comparer auec le quarré de la base E I ; que si cette somme est égale au quarré de la base EI, l'angle D sera droict, & en ce cas, il ne sera pas besoin de regle de trois pour trouuer l'angle D, puis qu'il sera droict : Mais si ladite somme n'est égale au quarré de la base E I, on soustraira le moindre du plus grand, & le reste on mettra au troisiesme lieu de la regle de trois : comme en cet exem-

ple, ayant soustrait la somme des quarrez des deux costez ED & DI, qui est 544, du quarré de la base EI, qui vaut 900, restera 356, qu'on mettra au troisiesme lieu; partant la regle de trois se fera ainsi par sinus,

90 *deg.*

480 — 100000 — 356. R. 137 *deg.* 52'.

Multipliant le second & troisiesme l'vn par l'autre, & diuisant le produict par le premier, on aura 74166, qu'il faut chercher dans les tables au rang des sinus, pour auoir les degrez & minutes correspondants, qui sont 47 degrez 52' pour le complement de l'angle D. Tellement que si l'angle D estoit aigu, il faudroit soustraire de 90 degrez les 47 degrez 52', & resteroit 41 degrez 8' pour l'angle D: mais si l'angle D est obtus, comme il est en cet exemple, adioustant auec 90 degrez les 47 degrez 52', on aura 137 degrez 52' pour l'angle D. Or l'angle D est aigu, quand le quarré de la base EI est moindre que la somme des quarrez des costez ED & DI: mais il est obtus quand le quarré de la base EI excede la somme des quarrez des costez ED & DI: comme il est arriué en cet exemple.

DE L'ALTIMETRIE OV SCIENCE de mesurer les lignes droictes.

Les lignes droictes, dont les quantitez se trouuent par l'Altimetrie, sans les mesurer actuellement, se peuuent distinguer en distances, hauteurs ou profondeurs, & interualles.

La distance est l'esloignement d'vn poinct visible de l'vne des stations.

La hauteur ou profondeur est vne ligne droicte perpendiculaire à l'horizon, qui monstre de combien vn poinct visible est plus haut ou plus bas que le centre de l'instrument.

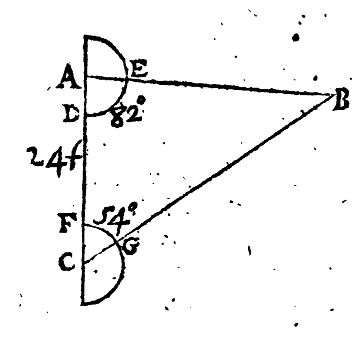
L'interualle est vne ligne droicte comprise entre deux poincts visibles & inaccessibles.

Les quantitez de ces trois sortes de lignes se trouuent, ou par la Trigonometrie, en obseruant les quantitez des angles par l

moyen de quelque instrument geometrique diuisé en degrez : ou sans Trigonometrie, en obseruant les proportions des costez des triangles rectangles, par le moyen d'vn quarré geometrique ou autre instrument, puis ordonnant les regles de trois, comme il est enseigné au 2 & 3 chapitre de la Geometrie practique du 3 tome.

De l'Altimetrie par la Trigonometrie.

Mesurer vne distance proposée, comme AB.



En faisant la premiere station en A & la seconde en C, qui se font à discretion, il faut obseruer par le moyen d'vn graphometre ou autre instrument, les quantitez des angles CAB & ACB, & mesurer la ligne des stations AC actuellemét, que nous supposons auoir 24 toises, & l'angle CAB 82 degrez, & l'angle ACB 54 degrez ; & par consequent l'angle B sera de 44 degrez : partant pour auoir la distance AB par logarithmes, on dira suiuant la regle des opposez,

B	AC	C	AB
44 *deg.* —	24 *toises.* —	54 *deg.*	R. $27\frac{1504}{1579}$.
984177 —	138021 —	990796 —	144640

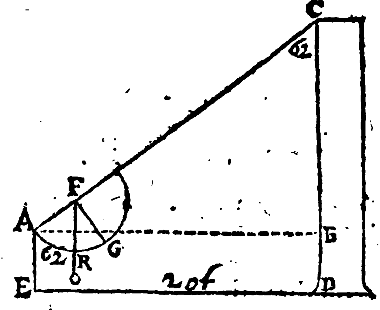
& on trouuera $27\frac{1504}{1579}$, qui ensemble font presque 28 toises pour la distance AB.

Mesurer vne hauteur inaccessible, comme DC.

Il faut mesurer actuellement la distance DE ou son égal BA, puis mettant l'instrument sur son pied au poinct A (en sorte que par le costé AF on voye le sommet C, la perpendicule FR demeurant libre contre la superficie de l'instrument) on obseruera les degrez qui seront depuis A iusques à la perpendicule FR pour l'angle C,

& parce qu'on ſuppoſe que l'angle ABC eſt droict, oſtant de 90 degrez l'angle ACB, par exemple de 62 degrez, reſtera pour l'angle BAC 28 degrez; partant pour auoir BC ſuiuant la regle des oppoſez, on dira, ſi

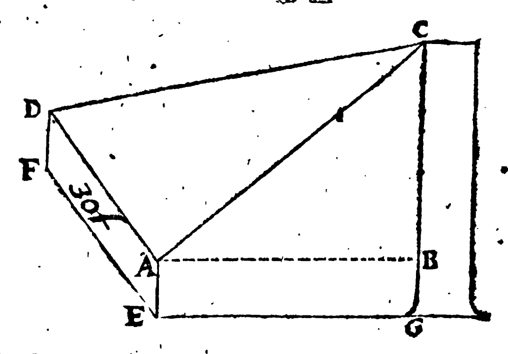
∠ACB	AB	∠BAC	BC
62 deg.	20 toiſes	28 deg.	R. 10½.
994593	130103	967161	102671



& viendra 10 $\frac{2671}{4139}$, qui ſont enuiron 10½ pour BC, à laquelle adiouſtant EA ou ſon égal DB, on aura toute la hauteur DC.

Meſurer vne diſtance & hauteur inacceſſible, comme AB & BC.

Faiſant la premiere ſtation au poinct A, ſoit obſerué la quantité de l'angle ACB, par le moyen de la perpendicule comme en la precedente, puis ſans l'aide de la perpendicule, on obſeruera les quantitez des angles DAC & ADC, accommodant l'inſtrument au plan du triangle ADC, comme nous auons faict en la meſure d'vne diſtance. Ayant ainſi obſerué les angles, & meſuré la ligne des ſtations AD, que nous ſuppoſons auoir 30 toiſes, l'angle ACB 47 degrez, DAC 80 degrez, & ADC 63 degrez. Et parce que CB eſt perpendiculaire à l'horizon, l'angle ABC ſera droict, & oſtant de 90 degrez l'angle ACB qui vaut 47 degrez, reſtera 43 degrez pour l'angle BAC: & oſtant auſſi de 180 degrez la ſomme des deux angles CAD & ADC, reſtera 37 degrez pour l'angle ACD. Maintenant pour auoir la diſtance AC, on ordonnera la regle des logarithmes ainſi,



∠ACD	AD	∠ADC	AC
37 *deg.* ——	30 *toises* ——	63 *deg.*	R. $44\frac{315}{976}$.
977946	147712	994994	164760

& viendra pour AC enuiron $44\frac{1}{3}$ toises.

Pour auoir la hauteur B C, on dira, si

∠ABC	AC	∠BAC	BC
90 *deg.* ——	$44\frac{1}{3}$ ——	43 *deg.*	R. $30\frac{426}{1424}$.
1000000	164760	983378	148138

& viendra pour la hauteur BC enuiron $30\frac{2}{7}$ toises.

En cette regle il ne faut pas chercher d'autre logarithme que 164760 pour $44\frac{1}{3}$ toises, puis que les $44\frac{1}{3}$ toises viennent du logarithme 164760.

Pour trouuer la distance A B, on dira, si

∠ABC	AC	∠ACB	AB
90 *deg.*	$44\frac{1}{3}$	47 *deg.*	R. $32\frac{618}{1336}$.
1000000	164760	986413	151173

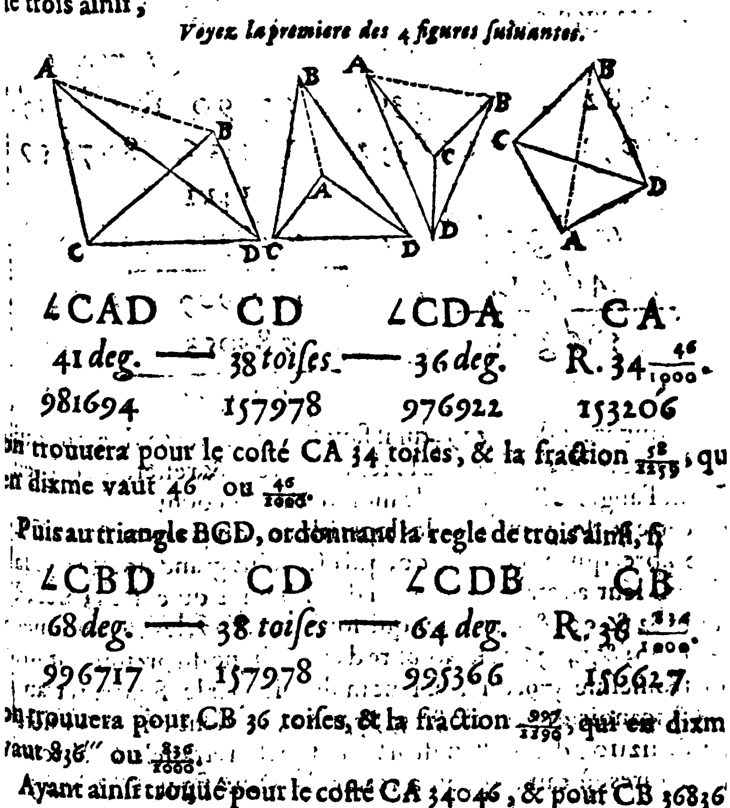
& viendra pour la distance AB enuiron $32\frac{1}{2}$ toises.

Mesurer

Mesurer vn internalle, comme AB.

Faisant les deux stations en C & D, il faut obseruer les quantitez [d]es angles ACB, DCB, CDA & ADB, & mesurer la ligne des sta[t]ions CD, que nous supposons auoir 38 toises, l'angle ACB 55 de[g]rez, DCB 48 degrez, CDA 36 degrez, & ADB 28 degrez. Pui[s] [o]stant de 180 degrez la somme des deux angles ACD & ADC [r]estera 41 degrez pour l'angle CAD. Pareillement ostant la som[m]e des angles CDB & DCB de 180 degrez, restera 68 degrez pou[r] l'angle CBD. Maintenant au triangle ACD, ordonnant la regl[e] de trois ainsi,

Voyez la premiere des 4 figures suiuantes.



∠CAD	CD	∠CDA	CA
41 *deg.*	38 *toises*	36 *deg.*	R. 34 $\frac{46}{1000}$.
981694	157978	976922	153206

[O]n trouuera pour le costé CA 34 toises, & la fraction $\frac{52}{1135}$, qu[i] en dixme vaut 46'' ou $\frac{46}{1000}$.

Puis au triangle BCD, ordonnant la regle de trois ainsi,

∠CBD	CD	∠CDB	CB
68 *deg.*	38 *toises*	64 *deg.*	R. 36 $\frac{836}{1000}$.
996717	157978	995366	156627

[O]n trouuera pour CB 36 toises, & la fraction $\frac{997}{1196}$, qui en dixm[e] vaut 836'' ou $\frac{836}{1000}$.

Ayant ainsi trouué pour le costé CA 34046, & pour CB 36836

pour auoir l'angle CBA, qui est le moindre des angles incognus du triangle ACB, on fera l'addition & les soustractions ainsi,

CB, 36836	CB, 36836	180
CA, 34046	CA, 34046	∠CB. 55
Somme 70882.	*Reste* 2790.	*Reste* 125.
		62 *d*. 30'

Ayant ainsi adiousté, soustraict, & biparti, on dira suiuant la regle des tangentes,

	tangente		*tangente*
708|82	62 *deg*. 30'.	27|90.	R. 4 *deg*. 19'.
285053	1028352	143136	887859

	1421
62 *deg*. 30'	1028352
4 *deg*. 19'	1172909
58 *deg*. 11.	285053
	887856

& on trouuera 4 degrez 19', qu'il faut soustraire de 62 deg. 30', qui ont esté mis au second lieu de la regle de trois, & restera 58 degrez 11, pour l'angle CBA, qui est le moindre des incognus.

En cette regle, pour auoir les logarithmes du premier & troisiesme nombre, qui excedent 1000, qui est le plus grand nombre de la table, on leur a retranché chacun deux figures du costé droict, à sçauoir 82 & 90, & des restes qui sont 708 & 27, les logarithmes sont 285063 & 143136, & le nombre d'entre-ligne du premier est 61, & du troisiesme 1579, qu'il les faut multiplier par les figures retranchées, à sçauoir 61 par 82, & 1579 par 90, & vient aux produicts 5002 & 142110, des costez droicts desquels retranchant chacun deux figures, à cause qu'on a retranché deux figures, restera 50

pour le premier, lesquels auec 285003 ont fait 285053 pour le logarithme du premier nombre: & pour le troisiesme 1421 qui ont esté mis sous le troisiesme, pour les adiouster auec le second & troisiesme nombre.

Ayant ainsi trouué la quantité de l'angle CBA, pour auoir l'interualle requis AB, suiuant la regle des oppolez on dira, si

∠CBA	CA	∠ACB	AB
58 deg. 11′	$34\frac{46}{1000}$	55 deg.	R. $32\frac{1098}{1336}$.
992929	153206	991336	151613

& viendra $32\frac{1098}{1336}$, qui font enuiron $32\frac{3}{4}$ pour l'interualle requis AB.

En cette regle, pour auoir le logarithme du second nombre, qu est $34\frac{46}{1000}$, on a pris le logarithme de 34, qui est 153148, puis pou auoir le logarithme de la fraction $\frac{46}{1000}$, on a multiplié par le numerateur 46, le nombre d'entre ligne qui est 1259, & diuisant le produit par le denominateur 1000, il en est venu enuiron 58, auec les quels 153148 a fait 153206, pour le logarithme du second nombre $34\frac{46}{1000}$.

REGLE GENERALE POVR L'VSAGE du quarré geometrique, & autres instrumens geometriques.

La science de mesurer les lignes droictes geometriquement, sans l'aide des tables des sinus & logarithmes, depend principalement de la quatriesme du 6 des elem. & du lemme que nous auons mis en la page 125 du 3 tome: & parce que ce lemme est exprimé seulement par notes, pour l'apprendre par cœur on le pourra enoncer ainsi.

La difference des costez inégaux des petits triangles, est à la difference des costez inégaux des grands triangles (qui est tousiours égale à la difference des stations) comme le moindre costé des petits triangles au moin-

dre costé des grands triangles: & aussi comme le plus grand costé des petits triangles, au plus grand costé des grands triangles. *Que si le moindre triangle des petits se rencontre en la mesme station que le moindre triangle des grands, comme en la 3 propos. page 126.* le costé égal des petits triangles sera aussi au costé égal des grands triangles, comme la difference des costez inégaux des petits triangles à la difference des costez inégaux des grands triangles.

Notez qu'en cette regle on ne considere pas l'hypothenuse, qui est le costé qui soustient l'angle droict, & que les noms du plus grand costé, du plus petit, ou de l'égal, appartiennent seulement à ceux qui comprennēt les angles droicts: comme en la figure qui est en la 3 prop. pag. 126 du 3 tome, les deux petits triāgles sont ADE, & FGH, & les grands sont ABC semblable à ADE, & FBC semblable à FGH: Les costez inégaux des petits triangles sont GH & DE, & leur difference qui est 30, est marqué au dessus par le nombre qui est en la lettre P. Les costez inégaux des grands triangles sont BF & BA, & leur difference AF est aussi la difference des stations, ou distance d'vne station à l'autre. Le costé égal des petits triangles est FG, ou son égal AD, & des grands est BC, lequel en cette figure est commun aux deux grands triangles CBA & CBF. Partant suiuant cette regle, on dira, comme 30, difference de GH & DE, est à AF 20, difference des stations, ainsi le moindre costé DE 60, au moindre costé ou distance AB 40: & aussi le plus grand costé GH 90, au plus grand costé ou distance FB. Et parce que le moindre triangle des petits, à sçauoir ADE, est auec le moindre des grands, qui est ABC, on pourra aussi dire, comme 30 est à AF 20, ainsi FG ou AD 100, est au costé égal ou hauteur BC $66\frac{2}{3}$.

En la figure suiuante de la page 127, à cause que le moindre triangle des petits, à sçauoir FGH, n'est pas auec le moindre triangle des grands, qui est ABC, pour auoir la hauteur BC, il a fallu premierement trouuer la distance AB ou FB, puis par la 4 du 6 des elem. en disant si AD donne DE, combien donnera AB, on a trouué $14\frac{2}{3}$ pour la hauteur BC.

Au troisiesme cas, qui est en la page 128, à cause que les rayons visuels AC & DC passent par diuers costez du quarré, il a fallu reduire l'vn des deux en pareille situation qu'est l'autre costé : par exemple le costé KO en QP, qui est en pareille situation que FE, ce qui se fait en trouuant par la 4 du 6 des elem. la quantité de QP, en disant, comme OK est à KD, ainsi DQ est à QP : puis prenant AFE & DQP pour les petits triangles, & ordonnant les regles de trois comme nous venons de dire, on trouuera AB & BC, par le moyen desquels, si besoin est, on pourra aussi trouuer l'hypothenuse AC, qui est égale à la racine quarrée de la somme des quarrez de AB & BC.

ANNOTATIONS SVR LES diuerses methodes de prendre le plan d'vn lieu.

La premiere definition, & les propositions 4, 5, & 6 du 6 liure des elements, sont le fondement des methodes de prendre le plan d'vn lieu : Et est manifeste desdites propositions, que pour auoir le plan d'vn triangle, il suffit d'auoir les quantitez de ses trois costez, ou de deux angles, ou de deux costez auec l'angle compris d'iceux.

Or pour prendre le plan d'vn lieu, il faut premierement faire vne figure à veu d'œil, qui ressemble à peu pres au lieu dont on veut prendre le plan, & marquer sur cette figure les quantitez des angles, qu'on obseruera par le moyen d'vn graphometre, ou d'vne boussole : & aussi celles des lignes qu'on trouuera en les mesurant actuellement par le moyen d'vne toise ou d'autre mesure. Puis on descrira le vray plan requis, en nous seruant, pour donner aux lignes droictes les quantitez qu'elles doiuent auoir, d'vne eschelle ou ligne diuisée en plusieurs parties égales, comme est la ligne de 200 parties égales du compas de proportion : & faisant les angles obseruez, par le moyen du mesme compas de proportion, ou d'vn rapporteur, qui est vn petit demy-cercle diuisé en degrez : le tout comme il est enseigné aux exemples que nous auons donné au 6 chapitre de la Geometrie practique, & n'est besoin de les repeter icy, mais seulement pour monstrer en quoy ces methodes diffe-

& autres choses plus notables de la ville, & aussi pour faire vne carte topographique, on se pourra seruir de la 4 methode à prendre le plan d'vne ville assiegée.

De l'Epipedometrie ou Planimetrie.

Trouuer l'aire d'vn rectangle.

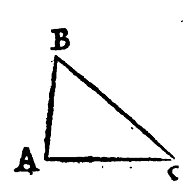
B C A D

Il faut mesurer la longueur AD, & la largeur AB, puis les multiplier l'vn par l'autre, & le produict sera le contenu du rectangle AC: ce faisant on trouuera que si la longueur est 12, & la largeur 5, que le contenu sera 60. Que si la longueur vaut 12 toises 7', ou 127', & la largeur 5 toises 8'', ou 508'', multipliant 127' par 508'' viendra 64516''', pour le contenu du rectangle AC, duquel nombre, si on retranche trois figures du costé droict à cause des trois accents, on aura 64 toises & 516''', qui en fraction vulgaire font $\frac{516}{1000}$ de toise. Et pour sçauoir combien de pieds & pouces vaudra cette fraction, on multipliera le numerateur 516 par 36 pieds, qui est la valeur d'vne toise en superficie, & viendra 18576 du costé droict, duquel retranchant 3 figures, à cause du denominateur ou diuiseur 1000, on aura 18 pieds: & pour les reduire en pouces, les trois figures retranchées 576, on les multipliera par 144 pouces (qui est le quarré de 12) & viendra 82944, qu'on diuisera par le denominateur 1000, en retrāchant seulement trois figures du costé droict, & viēdra 82 pouces, & la fraction $\frac{944}{1000}$, qui vaut enuiron $\frac{9}{10}$ d'vn pouce: partant on conclura que le contenu du rectangle AC est 64 toises 18 pieds, & 82 $\frac{944}{1000}$ pouces.

La demonstration de la mesure du rectangle depend de la premiere definition du second des elements.

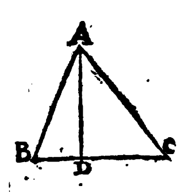
Trouuer l'aire d'vn triangle rectangle.

Il faut mesurer les deux costez AB & AC comprenans l'angle droict A, puis les multiplier l'vn par l'autre, & la moitié du pro-



duict sera le contenu du triangle ABC: ce faisant on trouuera que si AB a 5 toises, & AC 7 toises, que le triangle ABC vaudra 17 toises & demy, car 5 fois 7 font 35, & la moitié de 35 est $17\frac{1}{2}$. Que si AB vaut 5 toises 6′ ou 56′, & AC 7 toises 4′ ou 74′, multipliant 56′ par 74′ viendra 4144″, dont la moitié est 2072″, ou $20\frac{72}{100}$, pour le contenu du triangle ABC.

Trouuer l'aire d'vn triangle obliquangle.



Soit à trouuer le contenu du triangle ABC, pour ce faire, on mesurera lequel on voudra des costez: par exemple, BC & aussi la perpendiculaire AD, qui tombe de l'angle opposé A, sur le costé mesuré BC, continué si besoin est. Puis si on multiplie le nombre de la base BC par le nombre de la perpendiculaire AD, la moitié du produict sera le contenu du triangle ABC: ce faisant on trouuera, que si la base BC a 25 toises, & la perpendiculaire AD 18 toises, que le triangle ABC vaudra 225 toises. Car 25 multiplié par 18 fait 450, & la moitié de 450 est 225.

La demonstration de la mesure de ce triangle & du precedent, depend de la 41 du premier des elements.

Les trois costez d'vn triangle estant donnez, trouuer son aire ou contenu.

Il faut adiouster les trois costez ensemble, & de la moitié de leur somme soustraire chaque costé separément: puis si on multiplie les trois restes & ladite moitié l'vn par l'autre continuëment, la racine quarrée du produict sera le contenu du triangle proposé.

Par exemple, si les trois costez du triangle ABC sont 13, 14 & 15, leur somme sera 42, & la moitié d'icelle 21, de laquelle ostant 15, 14 & 13, restent 6, 7 & 8: puis multipliant 21 par 6 vient 126, & multipliant 126 par 7 vient 882, & finalement multipliant 882 par

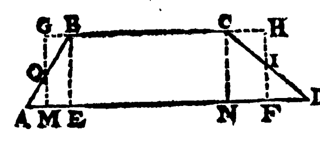
8 vient 7056, dont la racine quarrée est 84, pour le contenu du triangle ABC. Que s'il y a fraction, on operera par la dixme.

B

A C

21	21
15 — 6	6
14 — 7	126
13 — 8	7
42	882
21	8
	7056

Trouuer l'aire d'vn quadrilatere qui a deux costez opposez paralleles.



Soit à trouuer le contenu du quadrilatere A B C D, pour ce faire on mesurera les deux costez paralleles BC & AD, & aussi la perpendiculaire BE menée de l'vne des paralleles sur l'autre: puis si on multiplie la somme les deux paralleles, par la perpendiculaire B E, la moitié du produict sera le contenu du quadrilatere ABCD: ce faisant on trouuera que si BC est 12, AD 18, & BE 7, que le quadrilatere ABCD vaudra 105: car multipliant 30, qui est la somme de BC & AD par 7 viendra 210, dont la moitié est 105.

Trouuer l'aire d'vn polygone irregulier.

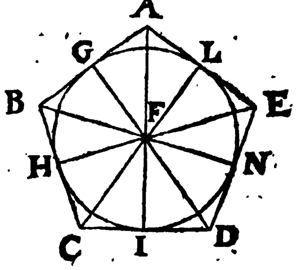
Il faut resoudre le polygone proposé ABCDE en triangles, en tirant des lignes d'vn angle à tous les autres, côme AC & AD, puis si on trouue les contenus des triangles ACB, ACD & ADE, on aura aussi le contenu du polygone ABCDE, qui est égal à l'aggre-

gé de ces trois triangles : ce faisant on trouuera que si AC vant 12, AD 15, BF 5, CG 7, EH 6, que le polygone ABCDE vaudra $127\frac{1}{2}$.

AC, 12	12	15	15	60
AD, 15	5	7	6	105
BF, 5	60	105	90	90
CG, 7				255
EH, 6				$127\frac{1}{2}$.

Trouuer l'aire d'vn polygone regulier.

Si on multiplie le circuit du polygone proposé par le nombre de la perpendiculaire, qui tombe du centre sur l'vn des costez, la moitié du produict sera le contenu du polygone : ce faisant on trouuera que si le costé C D vaut 12, & la perpendiculaire F I $8\frac{1}{4}$, que le pentagone regulier A B C D E vaudra $247\frac{1}{2}$. Car cinq fois 12 font 60 pour le circuit ABCDE, & 60 multiplié par $8\frac{1}{4}$ fait 495, dont la moitié est $247\frac{1}{2}$.



L'aire de ce pentagone, & de toutes figures regulieres qui n'ont plus de 12 costez, se pourront trouuer plus briefuement par le moyen des logarithmes des superficies des figures regulieres contenuës en la table suiuante, qui est calculée plus precisément que celle qui est en la page 159 du 3 tome.

Table des superficies de dix polygones reguliers, les costez desquels sont 1, & aussi du cercle qui a vn pour son semidiametre.

figures regulieres.	logarithme des superficies.
△	~36350
□	0
5<	23566
6<	41465
7<	56038
8<	68380
9<	79111
10<	88616
11<	96135
12<	104907
⊙	49715

Le costé d'vne figure reguliere estant donné, pour trouuer le contenu de sa superficie par le moyen de cette table, il faut prendre le logarithme du nombre du costé donné dans la table des logarithmes des nombres ou toises, & adiouster à son double le logarithme qui se trouue en cette table cy pour le polygone proposé, & la somme de ces deux logarithmes donnera dans ladite table des nombres le contenu de la figure proposée. Ce faisant on trouuera que le pentagone regulier, qui a 12 toises en chacun de ses costez, est 247 & enuiron $\frac{3}{4}$. Car le logarithme de 12 est 107918, & son double est 215836, qui adiousté auec 23566, logarithme de la superficie du pentagone, qui se trouue en cette table cy, fait 239402, qui donne dans la table des nombres $247\frac{132}{176}$ pour le contenu du pentagone. Par la mesme methode on trouuera que si le costé d'vn heptagone regulier vaut $120\frac{1}{2}$ toises; sa superficie vaudra 52765 : Car le double du logarithme de $120\frac{1}{2}$ estant adiousté auec 56038, qui se trouue en

cette table pour l'heptagone, sera 472234, auquel correspondent 52763 dans la table des logarithmes qui vont iusques à 100000, mais pour trouuer le nombre correspondant à ce logarithme, dans les tables qui ne vont que iusques à 1000, qui a pour logarithme 300000, comme sont celles de mon liure, on soustraira 200000, qui est le logarithme de 100, de 472234, afin que le reste 272234 se trouue dans la table, & le nombre $527\frac{53}{82}$ correspondant dans la table à ce reste, on le multipliera par 100, dont le logarithme 200000 a esté soustraict, & viendra $52700\frac{5300}{82}$, & reduisant la fraction en entier en diuisant par le denominateur 82 fait enuiron 65, qui adioustez auec 52700 font 52765 pour le contenu de l'heptagone, qui n'est pas si iuste que 52763.

Le diametre d'vn cercle estant donné, trouuer la circonference : ou au contraire, la circonference estant donnée trouuer le diametre.

La proportion du diametre à la circonference est d'enuiron comme 7 à 22, partant si le diametre est donné, par exemple de 35, pour auoir la circonference on dira, si

7 *donne* 22 *combien* 35. R. 110.

& viendra 110 pour la circonference.

Que si au contraire, la circonference est donnée de 110, ordonnant la regle de trois ainsi, si

22 *donnent* 7 *combien* 110. R. 35.

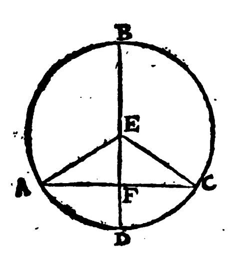
on trouuera 35 pour le diametre.

Trouuer l'aire d'vn cercle.

L'aire ou contenu d'vn cercle se trouue en multipliant la moitié de la circonference par le semidiametre, ou toute la circonference

par tout le diametre, & du produict en prenant le quart : ce faisant on trouuera que si le diametre vaut 35, & la circonference 110, que l'aire du cercle vaudra $962\frac{1}{2}$. Car 110 multiplié par 35 fait 3850, dont le quart est $962\frac{1}{2}$.

Trouuer l'aire d'vn secteur de cercle.



Soit le secteur proposé AECDA, il faut mesurer le costé AE & la circonference ADC, & les multiplier l'vn par l'autre, & du produict en prendre la moitié, qui sera le contenu du secteur AECDA, ce faisant on trouuera que si AE vaut 12, & la circonference ADC 23, que le secteur AECDA vaudra 138. Car 23 estant multiplié par 12 fait 276, dont la moitié est 138.

Trouuer l'aire d'vn segment ou section de cercle.

Soit à trouuer l'aire de la section AFCDA : pour ce faire il faut trouuer par les precedentes les contenus du secteur AECDA, & du triangle AECFA, & ostant le contenu du triangle de celuy du secteur, restera le contenu de la section AFCDA.

Voyez en la page 337 du 3 tome, la methode de trouuer le semidiametre AE, & la circonference ADC, estant données AC & FD.

Trouuer l'aire d'vne ouale.

Il faut premierement trouuer le contenu du cercle, dont le diametre est égal au moindre diametre de l'ouale, puis l'augmenter selon la proportion du moindre ou plus grand diametre de l'ouale : par exemple, si le moindre diametre est 35, & le plus grand 50, le contenu du cercle qui a 35 de diametre, est 9625' ou $962\frac{1}{2}$, & ordonnant la regle de trois ainsi, si

35 donnent 50 combien 9625'. R. 1375.

viendra 1375 pour le contenu de l'ouale.

rouuer le contenu de la superficie conuexe d'vn cylindre.

Il faut mesurer le circuit de la base, & la hauteur du cylindre, puis multiplier l'vn par l'autre, & le produit sera le requis. Ce faisant trouuera que si le circuit de la base d'vn cylindre est 8, & la hau- ır 10, que la superficie conuexe vaudra 80. La raison de cette eration est, que cette superficie estant desployée & estenduë sur plan, deuient parallelogramme rectangle.

rouuer le contenu de la superficie conuexe d'vn cone.

Il faut mesurer le circuit de la base du cone, & la distance du mmet du cone à ce circuit, puis les multiplier l'vn par l'autre, la oitié du produict sera le requis. Ce faisant on trouuera, que si le rcuit de la base d'vn cone vaut 8, & la distance de ce circuit au mmet 5, que la superficie conuexe du cone vaudra 20: Car 5 fois sont 40, dont la moitié est 20. La raison de cette operation est ıe la superficie conuexe d'vn cone estant desployée & estenduë r vn plan deuient secteur de cercle.

rouuer le contenu de la superficie conuexe d'vne sphere.

Il faut multiplier le circuit de la sphere par son diametre, & le oduict sera le requis. Ce faisant on trouuera, que si le diametre la sphere est 35, & par consequent son circuit 110, que sa superfi- e conuexe vaudra 3850: car 110 multiplié par 35 fait 3850.

De la Stereometrie, ou mesure des solides.

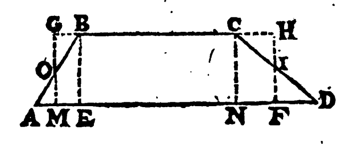
rouuer le contenu d'vn parallelipede rectangle, comme d'vne muraille, plate-forme, ou fossé, qui n'ont point de talu.

Il faut mesurer les trois dimensions, à sçauoir la longueur, la rgeur, & la hauteur, & le produict qui viendra en les multipliant 'n par l'autre continuëment sera le requis. Ce faisant on trou- ra, que si la longueur d'vne plate-forme ou fossé sans talu est 60

la largeur 30, & la hauteur 8, que son contenu corporel sera 14400. Car 30 fois 60 sont 1800, & 8 fois 1800 sont 14400.

Trouuer le contenu d'vn prisme, ou cylindre, c'est à dire, d'vn solide, qui a deux superficies opposées égales & paralleles.

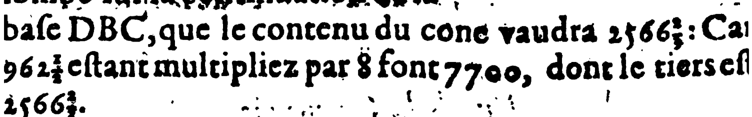
Il faut trouuer l'aire de l'vne des superficies paralleles, & la multiplier par la perpendiculaire, qui tombe de l'vne des superficies paralleles sur l'autre, continuée si besoin est, & le produict sera le requis. Ce faisant on trouuera, que si la base du prisme ou cylindre vaut 154, & la hauteur 5, que le contenu corporel sera 770, car 5 fois 154 sont 770. Par la mesme methode se peuuent aussi trouuer les soliditez ou contenus corporels, des digues ou chaussées, fossez, & plates-formes, qui n'ont de talu qu'en largeur. Par exemple, soit vne terrasse de 60 pieds de longueur, dont BC ou son égal EN soit la largeur de la superficie superieure de 46 pieds, le talu ND de 18 pieds, le talu AE de 8 pieds, & par consequent la largeur de la base AD sera de 72 pieds, & la hauteur DE soit de 14 pieds. Pour auoir le contenu de cette terrasse, il faut premierement trouuer le contenu de la superficie ABCD, que nous supposons estre parallele & égale à son opposée, operant comme a esté monstré cy deuant, c'est à dire, adioustant BC 46, auec AD 72, & de la somme 118, prenant la moitié qui est 59, laquelle estant multipliée par la hauteur BE 14, donne 826 pour le contenu de la superficie ABCD, qu'il faut multiplier par la longueur donnée 60, & viendra 49560 pieds, pour le contenu corporel de la terrasse proposée : Pour reduire les 49560 pieds en toises, on les diuisera par 216, qui est la valeur d'vne toise cube, & viendra 229 toises 96 pieds, au lieu de 49560 pieds.



Trouuer

Trouuer le contenu d'vne pyramide ou cone.

Il faut trouuer le contenu de sa base, & le multiplier par le tiers de la perpendiculaire, qui tombe du sommet sur la base, continuée, si besoin est, & le produict sera le requis: ce faisant on trouuera, que si la base DBCD du cone ABCDE vaut 962½, & la hauteur EF 8, qui tombe sur la continuation de la



base DBC, que le contenu du cone vaudra 2566⅔: Car 962½ estant multipliez par 8 font 7700, dont le tiers est 2566⅔.

Trouuer le contenu d'vn corps regulier estant donné l'vn de ses costez.

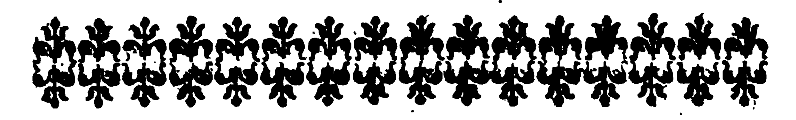
Il faut prendre dans la table des nombres le logarithme du costé donné, & le tripler, & adiouster auec son triple le logarithme de la solidité du corps proposé qui se trouue en la table, qui est en la 174 page du 3 tome, & le nombre correspondant à cette somme en ladite table des nombres, sera le contenu requis: ce faisant on trouuera que si le costé d'vn octaedre est 6, son contenu corporel sera $101\frac{353}{428}$. Car le logarithme de 6 est 77815, & son triple est 233445, & le logarithme de l'octaedre qui se trouue en ladite page 174 est 32660 auec le signe de moins, qui signifie que l'addition se doit faire par soustraction; partant ostant 32660 de 233445, reste 200785, qui donne dans la table des nombres $101\frac{353}{428}$ pour le contenu corporel de l'octaedre.

Trouuer le contenu d'vne sphere.

Le contenu ou solidité de la sphere se trouue en multipliant sa superficie conuexe par le tiers du semidiametre, ou par tout le diametre, & du produict en prenant la sixiesme partie : ce faisant on trouuera, que si le diametre d'vne sphere est 35, que son contenu corporel sera $22458\frac{1}{3}$. Car le diametre estant 35, le circuit de sa sphere sera 110, & sa superficie conuexe 3850, qui estant multiplié par 35 fait 134750, dont la sixiesme partie est $22458\frac{1}{3}$ pour le contenu de la solidité de la sphere.

Fin de la Geometrie.





DES FORTIFICATIONS.

Nostre dessein n'est pas de mettre icy vn traicté entier des Fortifications, mais seulement d'expliquer plus au long les construction & calculs des fortifications, que nous auons mis au 3 tome, & d'adiouster quelque chose de l'art d'assaillir, & defendre.

Des situations ou assietes des places.

LEs conditions des assietes des places, selon l'architecture militaire, different beaucoup de celles de l'architecture ciuile: car en l'architecture ciuile, on a égard à la serenité de l'air, à la force des vents, à la bonté des eaux, à la fertilité du païs, à la commodité & apport des viures, marchandises, & autres choses necessaires à la vie humaine: & que telle situation soit recherchée auec le plus de ces bonnes parties qu'on pourra. Mais les principales considerations de la militaire, consistent és choses qui donnent force ou debilité à l'edifice, encore qu'il soit tresbon, à raison des longs sieges, de considerer ce qui regarde la santé, comme l'air, l'eau, & autres choses dont on vse.

Errard donne le premier lieu à la situation qui occupe tout le sommet d'vne montagne non minable: le second lieu, au sommet de la montagne, qui a vne aduenuë ou continuation de montagne: le troisiesme, au sommet de la montagne qui a plusieurs aduenuës: le quatriesme, à la plaine marescageuse, aquatique ou maritime: le cinquiesme, à la plaine de la terre ferme: & le sixiesme & dernier à celle qui est commandée de quelque montagne.

De la montagne.

Il y a cinq sortes de montagnes, à sçauoir, de roc fort dur, de pierre tendre & facile à cauer, de terre & pierre ensemble, de sable, & de terre seule. Si elle est de pierre tendre, elle sera subiecte à la ruine du canon, à la mine, & à la sappe : mais si elle est de roc fort dur, elle en sera exempte.

Les aduantages des montagnes sont, qu'elles descouurent ordinairement par tout, qu'elles sont fort meurtrieres, & hors de commandement, qu'on ne peut commencer les approches de pres, à cause du canon qui descouure loing ; qu'elles sont difficiles à battre, & estant battuës difficiles à l'assaut ; qu'elles sont de petite garde, & saines tant pour les habitans que pour les munitions.

Ses defaux sont, qu'elles manquent ordinairement d'eau, qu'elles ont faute de bonne terre pour se fortifier, & estant battuës, pour se retrancher. Qu'elles sont faciles à estre bien tost serrées, & les passages & aduenuës pour leurs secours, aisées à estre coupées : & par consequent, qu'elles ne pourront receuoir secours d'hommes, ny de viures. Que le charroy est difficile, que la caualerie n'y peut loger aisément, & y estant logée, pourroit seruir de peu à cause de la descente.

De la plaine ou campagne.

L'edifice en vne plaine se peut fortifier selon tous les preceptes de l'art militaire, on peut receuoir secours, & se retrancher facilement, on peut faire sortie, & faut vne grande armée pour l'assieger.

Ses defaux sont, qu'il est subiect à la batterie, à l'escalade, à la sappe, & à la mine : qu'on luy peut destourner ses eaux, si elles y viennent de dehors, & aussi qu'on peut éleuer des grands caualiers par dehors pour le ruiner ; c'est pourquoy il seroit desirable que le lieu fust vn peu éleué.

De la plaine auec riuiere.

La fortetesse qui a vne riuiere est difficile à inuestir, à cause qu'il faut diuiser l'armée à tout le moins en deux.

Ses defaux seront, qu'elle sera exposée aux courses des ennemis par la riuiere, & principalement si elle se gele : elle pourra estre surprise par icelle, on luy pourra aussi destourner le cours de la riuiere, ou bien luy empescher son cours pour la noyer.

Des lieux marescageux & humides.

L'on ne peut approcher qu'auec beaucoup de temps, à cause du manquement de bonne terre qu'aura l'ennemy pour éleuer ses batteries, l'on ne peut assieger pour long temps, pource que l'air qui est gros & mal sain, fait autant de mal aux assaillans qu'aux assaillis : ceux de dedans peuuent quelquefois lascher l'eau au païs, qui empeschera les approches : elle sera exempte des mines, & de difficile accez pour faire la bresche & venir à l'assaut.

Ses incommoditez seront, qu'elle sera facile à inuestir, que le temps d'hyuer y sera nuisible, à cause des gelées, qui donnent commodité aux ennemis de s'approcher : que l'air est mal sain : que les marests se peuuent tarir : qu'on peut apporter de la terre, & éleuer des plates-formes pour la ruiner.

Du riuage de la mer.

Les riuages de la mer, sont estimez les plus commodes pour la fortification, à cause qu'il faut deux armées pour l'assieger, vne par terre & vne autre par mer : qu'il est difficile d'empescher le secours, & qu'elle est exempte des mines.

Ses incommoditez sont, qu'elle est subiecte à se tenir tousiours sur ses gardes, pource que de loing & en peu de temps on peut venir l'assaillir ; que si elle prend l'eau douce de la terre, on la luy pourra destourner ; qu'elle pourra aussi estre subiecte aux glaces.

Des lieux mixtes.

Reste à parler des lieux mixtes, c'est à dire, participans de toutes les situations cy dessus dites : comme en vn vallon, ou en vne campagne qui auroit des terres éleuées, ou bien en vn païs montagneux, & autres lieux qui se trouuent presque en toutes places, lesquels faut considerer par les raisons de chacune situation particuliere, pour y remedier ainsi que l'on iugera estre necessaire.

Considerations que l'on doit auoir auparauant que commencer la forteresse.

Fortifiant en vne montagne qui n'est point dominée, l'on fera les murailles sur les bords des precipices, s'il y en a, n'y laissant aucune place au dehors où les ennemis se puissent loger: & faudra éleuer les courtines si hautes, que du haut d'icelles on puisse descouurir iusqu'au fond du vallon, ou bien il faudra tailler & aplanir la pante du vallon, afin que les pierres, & autres choses qu'on iettera de la forteresse, puissent voler & rouler librement tout le long d'icelle pante sur les ennemis.

Fortifiant en vne plaine, il faudra premierement obseruer les parties plus hautes éleuées, afin de les enfermer dans la forteresse, si faire se peut. Que si on est contraint de fortifier en vn lieu dominé par quelque montagne, on tournera contre cette montagne qui domine, non la pointe du bastion, mais la longueur de la courtine: car autrement les flancs des bastions opposez pourroient estre embouchez & defaits: & sur cette courtine on éleuera des terrasses si hautes & si grosses, qu'elles couuriront par leur hauteur les habitans de la forteresse, & les defendront des batteries.

Fortifiant au riuage de la mer, on ne prendra point vn lieu trop éleué, mais plustost quelque roche de mediocre hauteur, en laquelle il faudra fortifier en sorte, que le canon puisse essuyer ou raser la mer, & empescher d'approcher les galeres & nauires des ennemis. Que s'il y a quelque havre ou port pour receuoir les nauires & galleres, la forteresse en sera plus à priser.

En fin en quelque lieu qu'on face la forteresse, on prendra garde aux lieux circonuoisins qui pourroient commander à la forteresse, ou qui pourroient seruir de couuerture à l'ennemy pour se cacher: & faudra s'éloigner de ces lieux le plus qu'on pourra, & à tout le moins de 500 pas, ou bien de les mettre dans la forteresse.

S'il faut s'accommoder vne vieille forteresse, il faudra faire seruir le plus qu'on pourra les vieilles courtines, afin de fortifier à moins de frais que faire se pourra, qui est la chose à quoy on doit prendre garde le plus.

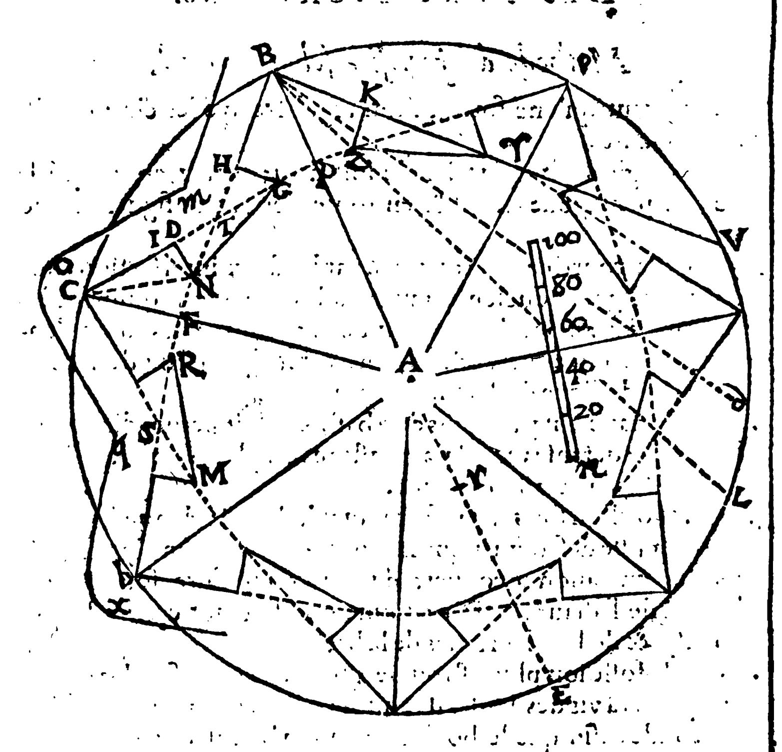
Methode de fortifier selon Errard.

Errard veut qu'vne fortification reguliere aye les cinq conditions suiuantes,

1. Que l'angle flanqué au triangle soit de 45 degrez, au quarté de 60, au pentagone de 78, & en toutes les autres figures de 90 degrez.
2. Que la courtine soit terminée par les deux intersections que font aux lignes de defenses razantes, les lignes qui couppent les moitiés des angles flanquez en deux parties égales : d'où s'ensuit, qu'en cette methode de fortifier il n'y a point de second flanc, ny de ligne de defense fichante.
3. Que le flanc, s'il y a moins de 9 bastions, soit perpendiculaire à la ligne de defense ; & s'il y a 9 bastions ou plus, il veut qu'il soit perpendiculaire à la courtine.
4. Que l'orillon soit fait en sorte, que de l'angle flanqué opposé on ne puisse descouurir que la moitié du flanc ; afin d'y pouuoir mettre vn canon à couuert d'iceluy pour faire son effect à l'heure de l'assaut, & tirer comme en bricolant contre le party assailly, & dedans les ruines de la bresche.
5. Que le fossé soit plus estroit de 4 toises à l'opposite des espaules, que vis à vis des angles flanquez, où il veut qu'il aye la forme ronde, afin que le boulet du canon bricolant contre cette rondeur, puisse donner sur les ennemis lors qu'ils viendront à l'assaut par l'autre face du bastion, qui ne se peut voir d'iceluy flanc.

La construction se fera ainsi.

Descriuez le cercle ABCEV, de telle grandeur que vous voudrez, & le diuisez en autant de parties égales qu'il y doit auoir de bastions en la fortification : puis ayant tiré du centre A aux poincts des diuisions les semidiametres AB, AC, Ab, &c. pour faire l'angle ABV égal à la moitié de l'angle flanqué, à sçauoir de 45 degrez s'il y a plus de cinq bastions, comme en cet exemple, continuez BA directement iusques à la circonference E, puis diuisant le demy-cercle BVE en deux parties égales en V, tirant BV, vous au-



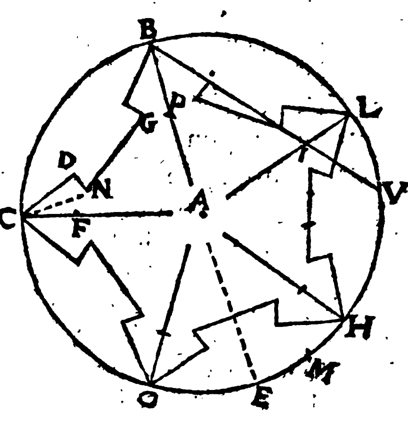
ez l'angle EBV de 45 degrez, à cause que par le 20 du 3 des elem. l est égal à la moitié de la circonference EV qui vaut 90 degrez: Pour faire les autres demy-angles flanquez égaux à l'angle ABV, prenez AP, AF, &c. égales à AY ou BP, CF, &c. égales YQ, & tirez les lignes droictes CP, BF, EF, &c. Ce faict diuisez l'angle ACG en deux parties égales par la ligne CN, qui rencontre BF en N, & ayant pris FR, PG, PZ, &c. égales à FN, tirez les courtines NG, RM, &c: & s'il y a moins de 9 bastions, vous ferez le flanc ND perpendiculaire à la ligne de defense CG; mais s'il y a 9 bastions ou plus, on fera NI perpendiculaire à la courtine GN, en faisant TI égale à TN. En cet exemple, à cause qu'il n'y a que sept bastions on a fait le flanc ND perpendiculaire à CG, & les

faces des bastions BH, BK, &c. égales à la face CD. Pour constru re le fossé, le rampart, & autres parties de la fortification, Errat se sert de l'eschelle, la quantité de laquelle il prend de la ligne d flanc ND, à laquelle il attribuë en l'hexagone 16 ou 20 toises : e l'heptagone, $19\frac{1}{3}$ ou $23\frac{1}{3}$, &c. comme on peut voir vis à vis de ED en la table qui est en la page 196 du 3 tome. Pour faire l'eschelle de cette figure, on attribuera au flanc N D $19\frac{1}{3}$ toises : & parce qu ny le triple ny le sextuple de $19\frac{1}{3}$, qui sont 58 & 116, n'ont point d fractions, repetant N D sur E A, i'ay trouué E r égale au sextupl de ND, que i'ay mis sur le compas de proportion à l'ouuerture d 116 des parties égales, & le compas demeurant en cette ouuertur i'ay pris l'ouuerture de 20 parties, que i'ay mis sur la ligne n 5 fo de suite, pour auoir vne eschelle de 100 toises, diuisée en 5 partie égales, desquelles la moitié de la premiere partie doit estre subd uisée en 10 parties égales, afin de pouuoir prendre tel nombre d toises qu'on voudra.

Ayant ainsi diuisé l'eschelle, on prendra d'icelle 15 ou 16 partie qui signifieront 15 ou 16 toises pour les semidiametres des arcs (& X, &c. descrits des centres C & h, &c. & 11 ou 12 parties pour l largeurs S q, T m, &c. Puis mettant la regle sur les conuexitez de arcs Oq & qx, on tirera les lignes de la contrescarpe Oqx, &c. P le moyen de l'eschelle on donnera aussi leurs mesures aux ram parts & aux autres parties de la fortification.

Cette methode de construire est generale pour les polygone qui ont plus de cinq bastions, & n'y a rien à changer en ceux qu ont moins de six bastions que la quantité du demy-angle flanqu qui se fait au triangle en diuisant le quart du cercle EY en deu parties égales en L, & tirant la ligne B L : au quarré, faisant E égale au semidiametre EA, & tirant Bd, on aura l'angle E B d d 30 degrez pour le demy-angle flanqué. Au pentagone, la constru ction du demy-angle flanqué se fera comme s'ensuit.

Ayant diuisé le cercle en cinq parties égales aux poincts B, C, C H, L, & prolongé le semidiametre BA iusques à la circonferenc E, si on diuise, par la 30 du 3 des elem. la circonference E H e deux parties égales en M, & faisant MV égale à MA, on tire la l



gne BV, on aura l'angle EBV de 39 degrez pour le demy-angle flanqué : Car OH, qui est la cinquiesme partie du cercle, vaut 72 degrez : & par consequent E H sera de 36 degrez, & EM de 18 degrez : & parce que par la 15 du 4 des Elem. le semidiametre d'vn cercle est égal à la subtendante de 60 degrez ; MV vaudra 60 degrez, & par ainsi la circonference EMV sera de 78 degrez, & par la 20 du 3 des Elem. le demy-angle flanqué EBV vaudra 39 degrez. Le reste de la construction se doit continuer, comme nous auons fait, en l'heptagone precedent.

Methode de fortifier selon Marolois, ou à la Holandoise.

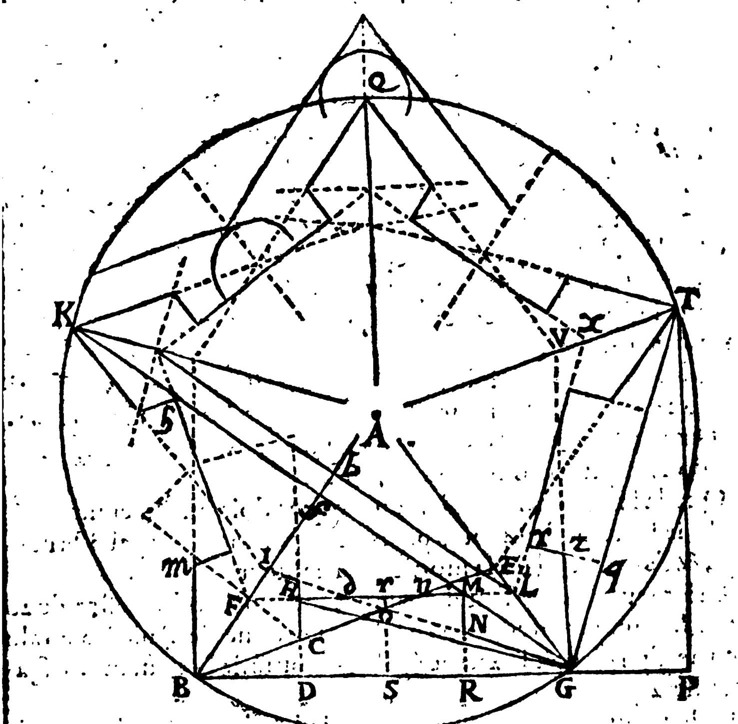
Selon Marolois vne fortification reguliere doit auoir les cinq conditions suiuantes.

1. Que l'angle flanqué, s'il y a moins de 13 bastions, excede la moitié de l'angle du polygone de 15 degrez, & au dessus de 12 bastions soit tousiours droict.
2. Que le pan à la courtine soit comme 2 à 3.
3. Que le flanc soit tousiours perpendiculaire à la courtine.
4. Que le flanc à la ligne de gorge soit comme le sinus de 40 degrez au sinus de 50 degrez.
5. Que les contr'escarpes soient paralleles aux faces des bastions.

La construction se fait ainsi.

Premierement, soit tiré la ligne droicte interminée BP, en l'vne des extremitez de laquelle, comme en B, on fera l'angle PBE égal à l'angle diminué de la fortification proposée, comme en cet exemple, qui est vn pentagone, vn angle de $19\frac{1}{2}$ degrez, pour le moyen

le quelque rapporteur, ou du compas de proportion : puis posant depuis B iusques à C 48 parties de telle eschelle qu'on voudra, pour la longueur de la face du bastion, on abbaissera DCH perpendiculaire à BP, & ayant mis 72 parties depuis D iusques à R,



pour la longueur de la courtine, & fait RG égale à BD : on trouuera le centre A, ou en faisant vn chacun des angles ABG & AGB égaux à la moitié de l'angle du polygone, qui au pentagone vaut 54 degrez, ou bien en mettant la ligne BG sur le compas de proportion, en l'ouuerture de l'angle du centre A, qui au pentagone vaut 72 degrez, puis prenant l'ouuerture de 60 degrez, qui nous dônera le semidiametre AB, & par consequent, si on décrit de cette ouuerture deux arcs des centres B & G, leur intersection ser

e centre A, duquel, & de l'interualle AB, on descrira le cercle BGTQ, qu'on diuisera en parties égales par le moyen de BG, qui se trouuera en sa circonference autant de fois, qu'il y aura de costez au polygone proposé : comme en cet exemple, BG se trouuant cinq fois en la circonference, diuisera le cercle BGTQ en cinq parties égales. Ayant ainsi diuisé le cercle, & mené les semi-diametres AB, AG, AT, &c. on fera tousiours l'angle HCF de 50 degrez : BI, TV, &c. égales à GE : GL, Tx, &c. égales à BF. Puis ayant tiré GI, GV, TE, &c. & aussi FL, Lx, &c. si on fait les lignes des gorges LM, LY, &c. égales à la ligne de gorge FH ; & les faces des bastions GN, GZ, &c. égales à la face BC, la construction de l'enceinte de la fortification BCHMNGZTQK sera acheué, de laquelle il faudra diuiser en deux parties égales vn chacun des angles B, C, H, M, N, &c. afin de pouuoir descrire plus facilement au dedans le rampart auec son parapet, & au dehors, la fausse-braye auec son parapet.

Or les mesures que doiuent auoir toutes les parties d'vne fortification en largeur, hauteur, & en leurs talus internes & externes, sont exprimées par pieds au profil, qui est au 3 tome, page 203, que nous expliquerons comme s'ensuit.

Que la largeur ou espesseur du rampart doit estre d'enuiron 60 pieds, sa hauteur de 14 ou 15 pieds, son talu interne égal à la hauteur, & l'externe égal à la moitié de la hauteur.

La largeur ou espesseur du parapet du rampart doit estre de 20 pieds, la hauteur interne de 6 pieds, & l'externe de 4 pieds, le talu interne d'vn pied, & l'externe égal à la moitié de la hauteur, à sçauoir de 2 pieds.

La hauteur de la banquette d'vn pied & demy, & sa largeur de 2 ou 3 pieds.

Le chemin des rondes doit auoir en largeur 20 pieds, & son parapet égal & semblable à celuy du rampart.

La largeur de la liziere doit estre de 5 ou 6 pieds, & celle du fossé de 120 pieds, & 10 pieds en profondeur, auec autant de talu de chaque costé, de sorte qu'elle ne luy reste que 100 pieds de largeur au fonds.

La hauteur du rauelin ou demy-lune est ordinairement de 4

pieds, mais nous luy auons donné 8 pieds de hauteur, afin que toutes les parties plus internes de la figure qui est en la page 198, à laquelle appartient ledit profil, commandent à celles qui sont plus externes; la largeur ou espesseur de son rampart est de 60 pieds: son parapet est égal & semblable à celuy du rampart, (car tous les parapets sont egaux & semblables entr'eux, horsmis celuy du corridor, qui est en glacis) la largeur de sa lisiere doit estre de 5 ou 6 pieds: son fossé a 80 pieds de largeur, 10 pieds de profondeur, & 10 pieds de talu de chaque costé, & luy reste 60 pieds de largeur au fonds.

Le corridor ou chemin couuert a 20 pieds de largeur, & son parapet 6 pieds de hauteur, & 50 ou 60 pieds de glacis.

Le rampart de la corne a de largeur ou espesseur 58 pieds, de hauteur 5 pieds, son talu interne double de la hauteur, & l'externe égal aux deux tiers de la hauteur: son parapet est égal & semblable à celuy du rampart. La largeur de sa lisiere est de 5 pieds, de son fossé de 52 pieds, la profondeur de 8 pieds, & aussi le talu de chaque costé de 8 pieds, & luy reste 36 pieds de largeur au fonds.

Le rampart du rauelin de la corne a d'espesseur 50 pieds, en hauteur 3 pieds, son talu interne double de la hauteur, & l'externe égal à la hauteur. Sa lisiere est de 3 pieds, son fossé large de 40 pieds, & profond de 8 pieds, auec autant de talu de chaque costé, de sorte qu'il ne luy reste que 24 pieds de largeur au fonds.

L'espesseur du rampart de la couronne est de 36 pieds, sa hauteur de 2 pieds, & à l'endroit de son parapet de 7 pieds: son talu interne triple de la hauteur, & l'externe égal à la hauteur: Son fossé a 22 pieds de largeur, & 6 pieds de profondeur: son talu interne de 5 pieds, & l'externe de 2 pieds, ayant vne banquette au fond large de 3 pieds, & haute d'vn pied & demy.

Des hauteurs de toutes ces parties est manifeste, que le rampart est esleué au dessus de sa demy-lune, de 6 pieds: Sa demy-lune au dessus de la corne, de 3 pieds: la corne au dessus de sa demy-lune, de 2 pieds: la demy-lune de la corne au dessus de la couronne, d'vn pied: & le parapet de la couronne au dessus de l'explanade ou campagne, de 7 pieds.

Or les proportions & mesures données cy dessus ne sont pas tellement limitées, qu'il ne se puisse rien changer : Car afin que la ligne de defense soit plus courte, au quarré & au pentagone, la proportion du pan à la courtine de 4 à 5, & en l'hexagone de 3 à 4, doit estre preferée à la proportion de 2 à 3, qui est la meilleure pour les figures qui sont au dessus l'hexagone.

Les talus se doiuent aussi faire selon la nature de la terre ; car si elle est sablonneuse, le talu externe ne pourra estre gueres moindre que la hauteur.

Quant aux ramparts, les plus hauts ne sont pas les meilleurs, car l'ennemy estant proche d'iceux, on le descouurira, & offensera d'autant moins qu'ils seront esleuez : partant s'il n'y a quelque coline proche d'iceux, on ne les doit esleuer au dessus de 14 ou 15 pieds, qui font 20 ou 21 pieds auec les parapets. Mais s'il y a quelque coline ou montagne proche d'iceux, il faudra esleuer la courtine qui sera de ce costé là, autant qu'il sera necessaire pour se couurir d'icelle coline ou montagne.

Le parapet doit auoir vne espesseur suffisante pour resister à vn coup de canon, qu'il ne puisse passer au trauers. Et se cognoist par experience qu'vn canon tiré de la distance de 100 toises, perce dans vne muraille dure, comme grez ou caillou, enuiron 3 pieds : dans les murailles de brique nouuellement cuite, de tuffe ou pierre de ponce, 5 pieds : en terre à potier seiche & affermie, 8 pieds : en argille battuë & serrée, 10 pieds : en terre ferme rassise & grasse, serrée de long temps, 12 pieds : & dans les ouurages nouuellement faits de terre pure, ou de terre & fascines, 18 pieds. On a aussi recognu par experience, qu'vn pied de terre bien foulée & battuë soustient vn coup de mousquet ; ce qu'vn pied de laine bien foulée peut aussi faire. Quant à la portée de poinct en blanc d'vn canon en l'esleuation de 45 degrez (suiuant les obseruations du sieur Coignet) est enuiron quadruple de la portée horizōtale ou de niueau : & la plus grãde portée morte ou totale, qui est celle de l'eleuation de 45 degrez, est enuiron decuple de la portée de poinct en blanc horizontale : & pour les autres portées mortes ou totales, depuis l'horizontale iusques à l'esleuation de 45 degrez, s'augmentent comme s'ensuit. Si la bale du canon pese 38 liures, la portée de

poinct en blanc sera 275 pas geometriques, & la portée morte ou totale 641 pas: en l'esleuation de $7\frac{1}{2}$ degrez, 1100 pas: en 15 degrez 1769: en $22\frac{1}{2}$ degrez, 2210: en 30 deg. 2592: en $37\frac{1}{2}$ deg. 2745: en 45 deg. 2750: & les portées mortes des autres canons de plus grands ou moindres calibres, s'augmentent aussi enuiron cette proportion pour chaque $7\frac{1}{2}$ degrez d'esleuation.

La forteresse peut estre moins estimée pour auoir son fossé trop large, & non pour l'auoir trop profond: partant, si on peut auoir la terre à suffisance pour faire les ramparts aussi facilement en les creusant qu'en les eslargissant, il ne luy faudra donner que 15 ou 16 toises de largeur, afin qu'en prenant la terre qui nous est necessaire, en le creusant elle deuienne plus profonde.

Les portes doiuent estre au milieu de la courtine, ayant 10 ou 12 pieds de largeur, & 14 ou 15 pieds de hauteur.

Trouuer les quantitez de tous les angles d'vne fortification reguliere.

Pour trouuer les quantitez des angles des fortifications tant regulieres qu'irregulieres, on doit sçauoir, que tout angle droict vaut 90 degrez: que tous les angles qui sont à l'entour d'vn poinct comme à l'entour du centre A, valent ensemble 360 degrez: & par consequent leur moitié vaudra 180 degrez. Que les trois angles de tout triangle rectiligne valent 180 degrez: & que l'angle externe d'vn triangle est égal aux deux internes & opposez. Ce qu'estant sceu, il sera facile de trouuer les quantitez des angles comme s'ensuit.

Soit premierement diuisé 360 degrez par le nombre des bastions ou costez de la figure proposée, & viendra au quotient l'angle du centre, comme en la figure precedente, qui est vn pentagone, diuisant 360 degrez par 5, qui est le nombre des costez, viendra 72 degrez pour BAG, qui est l'angle du centre. Et ostant 72 degrez de 180, restera 108 pour les deux autres angles AFL & ALF du triangle AFL, ausquels est égal l'angle du polygone FLX, qui vaudra aussi par consequent 108 degrez. La moitié de 108 degrez sont 54 degrez, pour la moitié de l'angle du polygone interne AFL

ou de ABG, qui luy est égal, à cause que FL est parallele à BG.

Maintenant pour auoir l'angle flanqué, il est besoin de sçauoir si la fortification a esté construite selon Errard, ou selon Marolois: car si elle est selon Errard, l'angle flanqué CBm vaudra 78 degrez, comme il a esté dit cy deuant: mais si elle a esté construicte selon la methode de fortifier de Marolois, s'il y a moins de 12 bastions, (car à 12 bastions & au dessus il doit estre droict) pour auoir l'angle flanqué, on doit tousiours adiouster 15 degrez à la moitié de l'angle du polygone: comme en cet exemple, qui est vne fortification construite selon la methode de Marolois, adioustant 15 degrez auec les 54 degrez, que vaut la moitié de l'angle du polygone, viendra 69 degrez pour l'angle flanqué CBm, & par consequent sa moitié CBF vaudra $34\frac{1}{2}$ degrez: lesquels estant soustraits de FBG moitié de l'angle du polygone, qui vaut 54 degrez, restera $19\frac{1}{2}$ degrez pour l'angle diminué CBG, ou ses égaux BGd, BnH, & GdM. Et parce que les deux angles diminuez OBG & OGB, auec l'angle flanquãt BOG, sont 180 degrez; ostant de 180 degrez la somme des deux angles diminuez, qui est 39 degrez, restera 141 pour l'angle flanquant BOG. Et à cause que DH est perpendiculaire à BG & HM, ostant l'angle diminué CBD de 90 degrez, restera $70\frac{1}{2}$ degrez pour l'angle BCD, ou son égal HCn. L'angle de l'espaule BCH se peut trouuer en ostant l'angle BCD de 180 degrez, & aussi en adioustant l'angle diminué CBD auec 90 degrez que vaut l'angle D; ce faisant viendra $109\frac{1}{2}$ degrez pour l'angle de l'espaule HCB.

L'angle forme-flanc HFC vaut tousiours 40 degrez, & par consequent son complement HCF est tousiours de 50 degrez. De l'angle de l'espaule BCH $109\frac{1}{2}$, ostant 50 degrez de l'angle HCF, restera $59\frac{1}{2}$ pour l'angle BCF: l'angle AFL de 54 degrez, & l'angle HFC de 40 font ensemble 94 degrez pour l'angle AFC, lequel estant soustraict de 180 degrez, restera 86 degrez pour l'angle CFB, qui se pouuoit aussi trouuer adioustant ensemble les angles FBC & FCB, & ostant leur somme de 180 degrez. On trouuera aussi que l'angle BEG vaut $106\frac{1}{2}$, en adioustant ensemble les angles EBG & EGB, & ostant leur somme de 180. Voila la methode par laquelle ont esté trouuées les quantitez des angles qui sont au 3

tome en la page 194, exprimez par les lettres de la figure qui est en la page 192 : & aussi celles qui sont en la page 205 du mesme tome.

Nous auons fait le calcul des angles de la figure irreguliere qui est en la page 216 du 3 tome, estans donnez l'angle ABC de 77 degrez, & BCE de 156 degrez, sans continuer les lignes AB & EC iusques à leur concours m; mais les ayant continué, ce calcul sera plus intelligible, comme il appert du calcul suiuant des mesmes angles.

Soit soustraict vn chacun des angles donnez ABC & BCE de 180 degrez, & restera 103 deg. pour l'angle CBm, & 24 degrez pour l'angle BCm: la somme desquels estant ostée de 180 degrez, restera 53 degrez pour le troisiesme angle m du triangle CBm; & par consequent les deux autres angles mFG, & mGF du triangle mFG vandront 127 degrez, qui restent ostant 53 degrez de 180 degrez. Et à cause qu'on veut construire les deux bastions MO & RS sur angles égaux AFG & FGE, l'angle mFG sera égal à l'angle mGF, & vaudront chacun $63\frac{1}{2}$ degrez, qui est la moitié de 127 degrez. Partant, soustrayant de 180 degrez $63\frac{1}{2}$, restera $116\frac{1}{2}$ degrez pour vn chacun des angles AFG & FGD, & la moitié de $116\frac{1}{2}$ degrez, qui est $58\frac{1}{4}$, sera la quantité de la moitié de l'angle du polygone, à sçauoir de l'angle nGF, ou de son égal nKH, qui vaudra $58\frac{1}{4}$ degrez. Et

parce-que la fortification se doit faire à la Holandoise, adioustant 15 degrez auec $58\frac{3}{4}$ degrez, on aura $73\frac{3}{4}$ degr. pour l'angle flanqué RKS, & pour sa moitié RKG $36\frac{7}{8}$ degrez. Finalement, si de l'angle nKH, qui a esté troué de $58\frac{3}{4}$, on oste $36\frac{7}{8}$ degrez pour RKG, restera $21\frac{7}{8}$ degrez pour l'angle diminué HKR : auquel adioustant 90 degrez, viendra $111\frac{7}{8}$ degrez pour l'angle de l'espaule QRK : duquel ostant les 50. degrez de l'angle QRG, restera $61\frac{7}{8}$ pour l'angle GRK : puis adioustant ensemble les deux angles GKR $36\frac{7}{8}$, & GRK $61\frac{7}{8}$, & ostant de 180 degrez leur somme, qui est $98\frac{3}{4}$, restera $81\frac{1}{4}$ pour l'angle KGR.

Corollaire 1.

Il est manifeste que les deux angles AFG & FGE sont égaux aux deux angles ABC & BCE : car les complements de ceux-cy, qui sont mBC & mCB, auec l'angle m valent 180 degrez : & les complements de ceux-là, qui sont mFG & mGF, auec le mesme angle m, font aussi 180 degrez.

Corollaire 2.

Il est manifeste aussi, qu'en tout polygone regulier l'angle externe FGm est égal à l'angle du centre FnG.

Car l'angle externe FGm, auec FGE, qui est l'angle du polygone, fait 180 degrez : & l'angle du centre n, auec le mesme angle du polygone FGE, fait aussi 180 degrez : & par consequent en cette figure l'angle n du centre vaudra $63\frac{1}{2}$, de mesme qu'vn chacun des externes mGF & mFG.

Estant donnée la quantité de la face d'vn bastion, trouuer les autres lignes, par le moyen des tables des logarithmes.

Par exemple, soit donné de 48 toises la face du bastion du pentagone precedent fortifié à la Holandoise.

Commençant par le triangle BCD, pour trouuer BD, on dira, si

∠D	BC	∠BCD	BD
90 *deg.* —	48 *tz.* —	70 *deg.* 30'.	R. 45:25
1000000	168124	997435	165559

aisant la regle de trois des logarithmes, on trouuera 45 toises, & l raction $\frac{238}{955}$ qui a donné 25", en adioustant deux zero au numera eur 238, & diuisant le prouenant 23800, par le denominateur 955 k ainsi nous reduirons en dixme toutes les fractions qui arriue ont aux regles des trois suiuantes.

Pour auoir CD, on dira, si

∠D	BC	∠CBD	CD
90 *deg.* —	48 *tz.* —	19 *deg.* 30'	R. 16:02
1000000	168124	952350	120474

'our trouuer la capitale BF, au triangle BCF, on dira, si

∠BFC	BC	∠BCF	BF
86 *degr.* —	48 *tz.* —	59 *deg.* 30'.	R. 41:46
999894	168124	993532	161762

our trouuer CF, on dira, si

∠BFC	BC	∠CBF	CF
86 *deg.* —	48 *tz.* —	34 *deg.* 30'.	R. 27:26
999894	168124	975313	143539

our trouuer la ligne de gorge HF, au triangle HCF, on dira, si

∠CHF	CF	∠HCF	HF
90 *deg.* —	27:26 —	50 *deg.*	R. 21:36
1000000	143539	988425	131964

A cause qu'en la regle precedente le logarithme 143539 nous

donné 27 toises & 26″, il est manifeste que le logarithme de 27 toises & 26″ est 143539, que nous auons mis en cette regle.

Pour auoir le flanc CH, on dit, si

∠CHF	CF	∠HFC	CH
90 *deg.*	27 : 26	40 *deg.*	R. 17 : 52
1000000	143539	980807	124346

Pour trouuer Hn, au triangle HnC, on dira, si

∠HnC	HC	∠HCn	Hn
19 *deg.* 30′	17 : 52	70 *deg.* 30	R. 49 : 47
952350	124346	997435	169431

En cette regle nous auons pris pour le logarithme de 17 toises 52″ 124346, qui nous a donné en la precedente les 17 toises 52″.

Pour auoir Cn, on dira, si

∠HnC	HC	∠CHn	Cn
19 *deg.* 30′	17 : 52	90 *deg.*	R. 52 : 48
952350	124346	1000000	171996

Que si le pan à la courtine est comme 2 à 3, ordonnant la regle de trois ainsi, si

2 —— 3 —— 48 —— R. 72.

on trouuera 72 toises pour la courtine MH.

Maintenant adjoustant CD 1602″ auec CH 1752″, viendra 3354″, ou $33\frac{54}{100}$ toises, pour DH ou son égale S r. Adioustant aussi BC 48, auec C n 5248″, viendra 10048″, ou $100\frac{48}{100}$ toises pour la ligne de defense razante Bn. Ostant H n 4947″ de la courtine HM 72, restera 2253″, ou $22\frac{53}{100}$ toises, pour le second flanc Mn ou son égal Hd. La courtine HM 72 estant adioustée auec les lignes de gorges FH 2136″ & LM 2136″, fera 11472″ ou $114\frac{72}{100}$ toises, pour F L costé du polygone interne. La mesme courtine HL 72 estant adioustée

auec BD 4525" & RG 4525", sera 16250" ou 162½ toises pour BG costé du polygone externe. Et la moitié de BG est 81¼ pour BS ou SG. Ostant la demie courtine Hr 36 de Hn 4947", restera 1347' ou 13 $\frac{47}{100}$ toises, pour rn ou son égale rd.

Pour trouuer OS au triangls BSO, on dira. si

∠BOS	BS	∠SBO	OS
70 *deg.* 30'	81½	19 *deg.* 30'.	R. 28:86
997435	191114	952350	146029

En cette regle pour auoir le logarithme de 81½ toises, on a adioûté au logarithme de 81, qui est 190848, la moitié de la difference 533, qui se trouue entre les logarithmes de 81 & 82 toises.

Pour trouuer Ar au triangle ArF, on dira, si

∠FAr	Fr	∠AFr	Ar
36 *deg.*	5736"	54 *deg.*	R. 7895"
976922	175859	990796	189733

En cette regle pour auoir le logarithme de 57 $\frac{36}{100}$, on a pris le logarithme de 57 toises, qui est 175587, puis pour auoir le logarithme de la fraction $\frac{36}{100}$, on a multiplié par 36 le nombre interlinaire 755, qui se trouue dans la table entre les logarithmes de 57 & 58 toises, & du produict 27180, ayant retranché deux figures, à cause du diviseur 100, il en est resté 271, qui a esté augmenté d'vne vnité, parceque les deux figures retranchées valent 80, qui excede la moitié de 100; & par ainsi, adioustant 272 auec 175587, il en est venu 175859, pour le logarithme de 5736".

Pour trouuer AF, on dira, si

∠FAR	Fr	∠ArF	AF *ou* AL
36 *deg.*	5736"	90 *deg.*	R. 97:58
976922 —	175859 —	1000000 —	198937

Maintenant adioustant Ar 7895" auec rS 3354", viendra 11249"

ou $112\frac{49}{100}$ toises pour A S : Et adioustant aussi A F 9758" auec BF 4146", viendra 13904", ou $139\frac{4}{100}$ toises pour AB. Et ostant OS 2886" de rS 3354", restera 468", ou $4\frac{68}{100}$ pour rO.

Pour trouuer la ligne de defense fichante HG, il faut premierement trouuer l'angle DGH au triangle rectangle HDG, par la regle des tangentes, ordonnant la regle de trois ainsi,

DG+DH	*tangente*	DG~DH	*tangente*
15099"	45 *deg.*	8371"	29 *deg.*
217891	1000000	192277	974386

on trouuera 29 degrez, qu'il faut soustraire de 45 degrez, qui est la moitié de la somme de deux angles DGH & DHG, & restera 16 degrez pour l'angle D G H. Ayant ainsi trouué l'angle H G D, pour trouuer la quantité de HG, on dira, si

∠HGD	DH	∠HDG	HG
16 *deg.*	3354"	90 *deg.*	12167"
944034 —	152551 —	1000000 —	208517

La mesme H G se pouuoit aussi trouuer en quarrant les deux costez DH & DG, & de la somme de leurs quarrez tirant la racine quarrée.

Pour auoir KG, qui est la subtendante des deux costez du polygone externe, il faut trouuer fG au triangle AGf, ordonnant la regle ainsi :

∠AfG	AG	∠fAG	fG
90 *deg.*	13904"	72 *deg.*	R. 132 : 23
1000000 —	214313 —	997821 —	212134.

on trouuera 13223" pour fG, dont le double est 26446" ou $264\frac{46}{100}$ pour KG.

Pour auoir gL, qui est la subtendante des deux costez du polygone interne, il faut trouuer b L au triangle AbL, ordonnant la regle ainsi,

∠AbL	AL	∠bAL	bL
90 *deg.*	9758''	72	R. 92 : 8
1000000	198935	997821	196756

on trouuera 928' pour bL, dont le double est 1856' ou $185\frac{6}{100}$ toise pour gL. *Adioustez la lettre g au centre du bastion K.*

Par cette methode ont esté calculées les lignes de la table, qui est en la page 207 du 3 tome, & aussi celles de la table suiuante, qui contient les quantitez des costez des 9 premiers polygones, tant internes qu'externes, & de leurs subtendantes.

Table des quantitez des costez & subtendantes des fortifications regulieres.

	4	5	6	7	8	9	10	11	12
cost. int.	109	$114\frac{3}{4}$	$117\frac{1}{2}$	$120\frac{2}{5}$	$122\frac{4}{5}$	$124\frac{4}{5}$	$126\frac{3}{5}$	128	$129\frac{1}{4}$
cost. ext.	$164\frac{3}{4}$	$162\frac{1}{2}$	$160\frac{7}{10}$	$159\frac{3}{4}$	158	$157\frac{1}{5}$	$156\frac{2}{5}$	$155\frac{7}{10}$	$155\frac{1}{5}$
subt. de 2 int		185	$203\frac{1}{2}$	217	227	234	$240\frac{3}{4}$	$245\frac{3}{5}$	249
subt. de 2 ext		$262\frac{2}{5}$	277	287	292	295	297	$298\frac{3}{4}$	299
subt. de 3 cost. int.			235	$270\frac{1}{2}$	$296\frac{1}{2}$	316	$331\frac{1}{2}$	$344\frac{3}{4}$	352
subt. de 3 cost. ext.			$321\frac{1}{4}$	357	381	393	409	417	423
subtend. de 4 costez internes.					$320\frac{1}{2}$	$358\frac{1}{2}$	$389\frac{3}{4}$	$413\frac{3}{4}$	431
subtend. de 4 costez externes.					$412\frac{1}{2}$	452	$480\frac{1}{2}$	502	519
subtendante de 5 costez internes.							$409\frac{3}{5}$	$453\frac{4}{5}$	480
subtendante de 5 costez externes.							505	547	578

Les nombres de cette table a raison de leurs grandeurs s'entresuiuent ainsi.

4	5	6	7	8	9	10	11
109,	114$\frac{3}{4}$,	117$\frac{1}{2}$,	120$\frac{2}{3}$,	122$\frac{4}{5}$,	124$\frac{4}{7}$,	126$\frac{3}{7}$,	128,
12	12	11	10	9	8	7	6
12 $\frac{3}{4}$,	155$\frac{3}{5}$,	155$\frac{7}{10}$,	156$\frac{2}{3}$,	157$\frac{3}{5}$,	158,	159$\frac{1}{4}$,	160$\frac{7}{10}$,
5	4	5	6	7	8	9	6
162$\frac{1}{2}$,	164$\frac{3}{4}$,	185,	203$\frac{1}{2}$,	217,	227,	234,	2[illegible]5,
10	11	12	5	7	6	7	8
240$\frac{3}{4}$,	245$\frac{3}{7}$,	249,	262$\frac{1}{3}$,	270$\frac{1}{2}$,	277,	287,	292,
9	8	10	11	12	9	8	6
295,	296$\frac{1}{2}$,	297,	298$\frac{1}{4}$,	299$\frac{1}{2}$,	316,	320$\frac{1}{2}$,	321$\frac{1}{4}$,
10	11	12	7	9	8	10	9
331$\frac{1}{2}$,	344$\frac{3}{4}$,	352,	357,	358$\frac{1}{2}$,	381,	389$\frac{3}{4}$,	393,
10	10	8	11	11	12	12	9
409,	409$\frac{3}{7}$,	412$\frac{1}{2}$,	413$\frac{1}{4}$,	417,	423$\frac{1}{2}$,	431$\frac{1}{5}$,	452,
11	10	12	11	10	12	11	12
453$\frac{4}{7}$,	480$\frac{1}{2}$,	480$\frac{3}{4}$,	502,	505,	519,	547,	578$\frac{4}{5}$.

Estant donnée la quantité d'vne ligne droicte, trouuer de combien de costez elle peut estre subtendante, & de quel polygone.

Nous auons donné la methode de resoudre ce probleme au 2 probleme du 2 liure des Fortifications, par le moyen de la figure qui est en la page qui suit, mais par le moyen des nombres de la table precedente la solution se pourra trouuer plus precisément.

Car si le nombre donné est 240 toises, par exemple on le cherchera aux nombres precedens, qui s'entresuiuent selon leurs grandeurs, & parce qu'il ne s'y trouue pas, on prendra le plus prochain, qui est 240¼, duquel le nombre 10 qu'il a au dessus, signifie qu'il faut chercher ce nombre 240¼ en la colomne du decagone, qui a 10 pour tiltre, & on trouuera en icelle colomne qui est subtendante le 2 costez du decagone interne, & par consequent imaginant que la ligne droite donnée soit la subtendante HK du decagone, qui est en la page 212 du 3 tome, pour la fortifier, il faudra faire au milieu le bastion B, & aux deux extremitez les demy-bastions A & C. Par la mesme methode on trouuera que si la ligne proposée contient 360 toises, que les nombres plus approchans sont 358½, 357, & 2, dont le premier est la subtendante de . cost z internes de l'en. agone: le second, est la subtendante de trois costez externes de eptagone: & le troisiesme, la subtendante de trois costez internes du dodecagone, comme il appert des nombres des colomnes 7, 12. Que si on veut qu'elle soit la subtendante de 3 costez du decagone, imaginant que la ligne droicte donnée soit la subtendante HL du dodecagone, qui est en ladite page 212, pour la fortifier, il faudra construire aux extremitez d'icelle les demy bastions & L, & au milieu les deux bastions IB & KC. Et ne faut point autre methode pour faire la figure sur le papier, que celle que nous auons donnée selon Errard, ou plustost selon Marolois, qui plus en vsage. Car en ayant descrit les 4 bastions A, B, C, D du decagone, à la Holandoise, & tiré vne ligne droicte de H en L, pour faire vne eschelle on diuise HL en 360 parties égales, ou tost son tiers en 120 parties, HL representera la ligne donnée 60 toises, & se pourront trouuer les quantitez des faces, s, courtines, & des autres lignes, en les rapportant sur ladite elle de 120 parties, mais on les pourra aussi trouuer plus precisement par la regle de trois, en mettant au premier lieu le nombre n a trouué dans la table pour la subtendante HL du dodeca-, à sçauoir 352: au troisiesme lieu le nombre donné, qui en cet ple est 360: & au second lieu, le nombre qui se trouuera pour ne dont on demande la quantité, en la table qui est en la 207 du 3 tome.

Partant ordonnant la regle de trois ainsi,

$$352 —— 48 —— 360 —— R.\ 49\frac{32}{352}.$$

on trouuera $49\frac{32}{352}$ pour la face du bastion.

Ordonnant la regle ainsi, si

$$352 —— 72 —— 360. \quad R.\ 73\frac{224}{352}.$$

on trouuera $73\frac{224}{352}$ pour la courtine.

En la table, pour le flanc au dodecagone, se trouue $24\frac{3}{11}$ ou $\frac{267}{11}$, partant ordonnant la regle ainsi, si

$$\frac{352}{1} \times \frac{267}{11} \qquad \frac{360}{1} \mid \frac{96120}{3872} [24\frac{3192}{3872}.$$

viendra $24\frac{3192}{3872}$, ou 2482″ pour le flanc.

En la table, le second flanc au decagone, à $30\frac{5}{4}$ ou 305′, partant ordonnant la regle de trois ainsi,

$$352 —— 305' —— 360. \quad R.\ 3119''.$$

viendra enuiron 3119″ au $31\frac{19}{100}$, pour le second flanc. Et ainsi ordonnant les regles de trois, on trouuera les quantitez de toutes les lignes.

Pour trouuer les quantitez des mesmes lignes par le compas de proportion, il faudroit mettre sur la ligne des parties égales le nombre donné 360 en l'ouuerture de 352 qui est le nombre de la table: mais à cause que la ligne des parties égales n'a que 200 parties, on mettra le tiers de 360, qui est 120, en l'ouuerture du tiers de 352, qui est $117\frac{1}{3}$, & le compas demeurant ainsi ouuert, pour auoir la face du bastion, on prendra l'ouuerture de 48: pour auoir la courtine, l'ouuerture de 72: pour auoir le flanc, l'ouuerture de $24\frac{3}{11}$: & ainsi des autres, en les mettant en l'ouuerture de leur nombre, qui se trouue dans la table, & rapportant cette ouuerture de long sur la ligne des parties égales, qui est celle de 200, on aura promptement les quantitez de toutes les lignes, à proportion de la grandeur de la ligne donnée, à sçauoir pour la face enuiron 49 toises, pour la courtine $73\frac{5}{8}$, &c.

Pour trouuer les quantitez des lignes BF & CG, de la figure qui

est en la page 401 de ce liure, & aussi en la page 216 du 3 tome, le calcul se fera comme s'ensuit, donnant à la face du bastion RK 48 toises, & à la courtine GF 72 toises, suiuant le precepte des regulieres au triangle GRK, pour trouuer G R, on dira, si

∠KGR	RK	∠GKR	RG
81 *deg.* 45′ —	48 —	36 *deg.* 37″.	R. 28 : 93
999548	168124	977558	146134

Ordonnant la regle de trois ainsi,

∠GQR	RG	∠QRG	QG
90 *deg.*	2893″	50 *deg.*	R. 22 : 16
1000000	146134	988425	134559

on trouuera 2216″ ou $22\frac{16}{100}$, pour la ligne de gorge QG, ou son egale FP : partant adioustant le double de 2216″, qui est 4432″ auec les 72 toises de la courtine, viendra 11632″ ou $116\frac{32}{100}$ toises pour FG.

Maintenant au triangle mFG ordonnant la regle de trois ainsi, si

<m	FG	<mGF	mF
53 *deg.*	11632″	63 *deg.* 30″.	R. 130:36
990235 —	206570 —	995179 —	211514

viendra 13036″ ou $130\frac{36}{100}$ pour mF, ou son égale mG.

Au triangle CBm, pour trouuer mB, on dira, si

<m	BC	<mCB	mB
53 *deg.* —	186 *toises.*	24 *deg.*	R. 94 : 72
990235 —	226951 —	960931 —	197644

viendra 9472″ pour mB, lequel estant soustraict de mF 13036″ restera 3564″ ou $35\frac{64}{100}$ pour BF, qui est l'vn des requis.

Ordonnant la regle ainsi, si

<m	BC		<mBC	mC
53 *deg.*	186	—	103 *ou* 77 *deg.*	R. 226:92
990235	226951		998872	235588

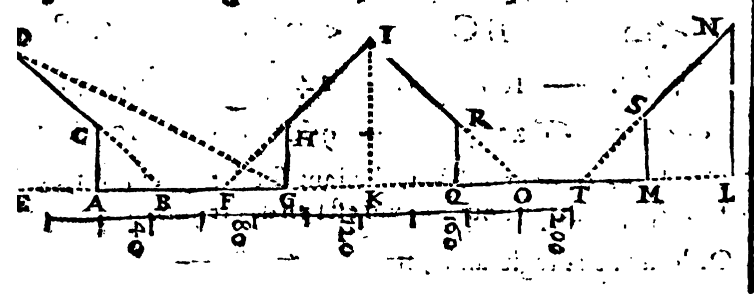
n trouuera 22692″ pour mC, duquel oſtant mG 13036″, reſtera 656″ ou 96 $\frac{56}{100}$ toiſes pour CG, qui eſt l'autre requis.

Que ſi on vouloit que la courtine FG n'entraſt pas ſi auant dans ville ABC, & qu'elle fuſt plus proche de l'angle m, par exemple, e 20 toiſes, que nous ſuppoſerons qu'il y aye depuis F iuſques à), où on veut mettre le centre F du baſtion MO.

Pour trouuer les quantitez des lignes, on ſouſtraira 20 toiſes de 1F 13036″, & reſtera 11036″ pour mD: puis pour auoir DX, on dira, i mF 13036″ donne à FG 11632″, combien donnera mD 11036″ à)X, & viendra 9847″ pour DX.

Pour trouuer la ligne de gorge, on dira, ſi mF 13036″ donne à la gne de gorge FP 2216″, combien donnera mD 11036″, & viendra 876″ ou 18 $\frac{76}{100}$, pour la ligne de gorge: & ainſi mettant touſiours a premier lieu de la regle de trois 13036″, au troiſieſme lieu 11036, : au ſecond lieu, le nombre trouué à raiſon de 48 toiſes pour la ice du baſtion, on trouuera les quantitez de toutes les lignes, ui ſe diminueront à raiſon de 13036 à 11036, qui eſt la proportion e mF à mB, ou de FG à DX, qui a la meſme raiſon.

Les quantitez des lignes de la figure, qui eſt en la page 210 u 3 tome, ſe peuuent trouuer geometriquement, ſans tables es ſinus ou des logarithmes, comme s'enſuit.



Par la construction AC est de 24 toises, CD de 48, & DG de 120: AB est égale à AC, & EB à ED, & par consequent les angles EDB, EBD, & ACB sont demy-droicts: & à cause que le quarré de DG vaut deux quarrez de EA, & quatre quarrez de CA, qui sont deux quarrez de CB, la ligne EA sera égale à la ligne CB. Ce qu'estant ainsi, si on multiplie CA 24 par soy-mesme viendra 576, dont le double est 1152 pour le quarré de CB, & la racine quarrée de 1152, est 3394″ ou $33\frac{94}{100}$ pour CB, ou son égale EA. Et adjoustant CB 3394″ auec les 48 toises de CD, viendra 8194″ ou $81\frac{94}{100}$ pour la ligne de defense razante BD. Et adjoustant aussi EA 3394 auec les 24 toises du flanc AC, ou de son égale AB, viendra 5794″ ou $57\frac{94}{100}$ pour EB, ou son égale ED, qui est la ligne capitale.

Pour auoir EG, on multipliera DG 120 par soy-mesme, & viendra 14400, puis multipliant aussi ED 5794″ par soy-mesme, viendra 3570436″″ pour le quarré de ED, lequel estant soustraict de 14400 quarré de DG, restera 110429564″″ pour le quarré de EG, dont la racine quarrée est 10508″ ou $105\frac{2}{25}$ pour EG, de qui ostant EA 3394″, restera 7114″ ou $71\frac{14}{100}$ pour la courtine AG: & adioustant la mesme EA, ou son égale GK, auec EG, viendra 13902″ pour EK, par consequent son double EL aura 27804″, son triple 41706″, son quadruple 55608″ toises, que nous mettrons en la table suiuante.

Table des quantitez des lignes de la figure precedente.

C le flanc. 24.	ED ligne capitale. 5794″.
D la face. 48.	EK distance simple. 13902″.
G la courtine. 7114″.	EL distance double. 27804″.
G def. fichante. 120.	distance triple. 41706″.
def. razante. 8194″.	distance quadruple. 55608″.
ligne de gorge. 3394″.	distance quintuple. 6951″.

Cette table pourra seruir à iuger combien de bastions on pourra mettre sur vne ligne droicte donnée, & à trouuer de combien que ligne se deura augmenter ou diminuer, à raison de la grandeur de la ligne donnée. Par exemple, si la ligne proposée a 300

toises de longueur, à cause que dans la table 27804″ est le nombre plus proche de 300, on conclura, que sur la ligne proposée il ne faut mettre qu'vn bastion au milieu, & deux demy-bastions aux extremitez. Et pour trouuer les quantitez des lignes, on mettra au premier lieu de la regle de trois 27804″, qui se trouue dās la table, & au troisiesme lieu le nombre donné 300, & au second, le nombre qui est dans la table, pour la ligne dont on desire trouuer la quantité : comme en cet exemple, pour sçauoir de quelle longueur sera la defense fichante DG, on dira, si

27804″ *donne* 120 *combien* 300. R. 12948″.

& viendra enuiron $129\frac{1}{2}$ pour la defense fichante D G, & faut operer de mesme pour trouuer les quantitez des autres lignes.

Diuerses methodes de tracer vne fortification sur terre.

Premiere methode.

Ayant fait la figure sur le papier, & trouué les quantitez de tous les angles & lignes, il faut mettre vn compas de proportion, graphometre, ou autre instrument geometrique diuisé en degrez, au centre A sur son pied; en sorte que regardant par deux de ses pinules vers B, & par les deux autres vers G, l'angle BAG soit égal à l'angle du centre du polygone proposé, à sçauoir au pentagone de 72 degrez : puis l'instrument demeurant en cette ouuerture, & mesurant actuellement les quantitez que doiuent auoir les lignes AF, AL, FB, & LG, on mettra des picquets aux poincts F, L, B & G : ce fait on tournera l'instrument sur son pied en A, en sorte que par les pinules qu'on voyoit B, on voye maintenant G, & les deux autres pinules nous conduiront vers X & T, qu'il faudra marquer auec des picquets en mesurant les quantitez que doiuent auoir les lignes AX & XT : & ainsi continuant on marquera tous les angles du polygone tant interne qu'externe.

Puis mesurant les quantitez que doiuent auoir les lignes FH, ML, LY, &c. on marquera les angles des flancs H, M, Y, &c. & aussi les angles des espaules C, N, z, &c. faisant les angles droits H, M, Y,

par le moyen de l'instrument, & mesurant les quantitez des flancs HC, MN, Yz, &c. Que si on marque premierement les seconds flancs d, n, &c. leur donnant leurs quantitez cognuës Hd, Mn, &c. on pourra aussi par le moyen d'iceux marquer les angles des espaules C, N, z, &c. car ils nous seruiront de visée pour mesurer depuis G iusques à N la quantité de la face GN; & de mesme de B vers n, on mesurera la quantité de la face BC, & ainsi des autres.

Seconde methode.

On pourra aussi tracer vne petite fortification en vne rase campagne, qui sera sans aucun empeschement, par le moyen de trois cordes de mesme longueur que les costez du triangle AFL: car ayant attaché deux d'icelles au centre A, à sçauoir AF & AL, qui sont de mesme longueur, les tirant par les extremitez F & L, on formera le triangle AFL, qui nous donnera les poincts F & L, ausquels ayant mis des picquets, on cheminera vers X, iusques à ce que celuy qui estoit en F soit paruenu en L: & lors bendans les trois cordes, celuy qui estoit en L se trouuera en l'angle X, qu'il faudra aussi marquer par vn picquet; & ainsi continuant on marquera tous les angles du polygone interne, & puis apres les autres, comme en la premiere methode.

Troisiesme methode.

S'il y a quelque chose qui nous empesche d'aller au centre A, on marquera les deux angles F & L, esloignez l'vn de l'autre de la quantité que doit auoir FL: puis mettant l'instrument au poinct L, & l'ouurant d'vn angle égal à l'angle du polygone FLX, si sans changer cette ouuerture on regarde par deux pinules le poinct F, les deux autres nous conduiront vers X, qui se trouuera en mesurant depuis L iusques à X, la quantité que doit auoir LX: & ainsi continuant, on trouuera tous les angles du polygone interne, & en suite les autres, operant comme en la premiere methode.

Quatriesme methode.

Que s'il y a quelque chose qui nous empesche d'aller aux angles

du polygone interne F, L, X, &c. & que nous ne voulions point nous seruir d'autres angles de nostre instrument que du droict, qui est le plus iuste de tous, on pourra premierement marquer les extremitez de la courtine H & M : puis en faisant des perpendiculaires sur la courtine HM, & mesurant les quantitez que doiuent auoir HC, CD, MN, & NR on pourra marquer les espaules C, N, & aussi les poincts D & R ; & en apres les poincts B, G & P, en mesurant les quantitez qu'on a trouué par le calcul, pour DB, RG, & GP : puis mettant l'instrument à angles droicts au poinct P, & mesurant depuis P iusques à T, la quantité que doit auoir PT, on aura le poinct T, lequel estant trouué, il sera facile de marquer q, z, Y, en faisant Gq égale à GR, qz égale à RN, &c.

Cinquiesme methode.

Ayant descrit en vne figure tant le plan du lieu à fortifier, que le dessein de la fortification qu'on veut faire, & trouué par calcul les quantitez de tous les angles & lignes, il sera facile de marquer sur le lieu proposé ce qui est à faire. Par exemple, pour tracer sur terre les deux bastions MO & RS, de la figure qui est en la page 401, on marquera premierement les poincts F, Z, G, N, P, T, & Q, en mesurant les quantitez qu'on a trouué par le calcul pour BF, BZ, CG, FN, FP, GT, & GQ : puis il sera facile de trouuer, par les methodes precedentes, les autres poincts M, H, O, R, K, S.

Du calcul des contenus corporels du rampart, des parapets, & du fossé.

Ce calcul est necessaire pour pouuoir iuger du prix, & combien il faut d'ouuriers pour acheuer la fortification en vn certain temps limité : & aussi pour sçauoir, si la terre que fournira le fossé, suiuant la largeur & profondeur qu'on luy veut donner, sera suffisante pour faire le rãpart, parapets, & autres ouurages. Or pour trouuer le contenu du rampart, ayant premierement trouué les quantitez des lignes, nous auons donné deux methodes assez briefues à la fin de nos fortifications. En la premiere methode, qui est exacte & geometrique, on adiouste à la moitié des deux superficies, inferieu-

e & superieure du rampart ; la sixiesme partie des superficies QXG, CRMS, & NDX, qui sont aux angles rentrans G, C, D : uis de la somme de cette addition, qui est 35544009''' pieds en nô-e exemple, on soustraict la sixiesme partie des superficies BYLZ, αFβ, & QEγ, qui sont aux angles saillans B, E, F, & multipliant reste de la soustraction, qui est 33472588''' pieds, par la hauteur u rampart, qui est 14 pieds, vient 468616232''' pour le contenu de solidité du rampart.

En la seconde methode, on multiplie le profil du rampart, qui nostre exemple est 826 pieds, par le quart de l'aggregé des qua- lignes des superficies inferieure & superieure de la portion du npart, qui est depuis le milieu de la courtine AH, iusques à la ne capitale ED, lequel quart vaut 5675' pieds, par lequel multi- ınt 826 pieds, vient 468755 pieds pour le contenu de ladite pro- tion du rampart.

es contenus corporels des parapets se trouuent aussi par la ime methode, en multipliant la superficie de leur profil par la e mediocre, qu'il y a depuis le milieu de la courtine iusques à ne capitale : ce faisant on trouuera que le parapet du rampart 5896877''' pieds, & le parapet de la fausse-braye 6583686''' pieds, parapet du corridor 11920038''' pieds, lesquels adioustez en le font 71261224''' pieds, pour la huictiesme partie des solidi- u rampart & parapets de la fortification de 4 bastions, & par equent multipliant ce nombre par 8, viendra 570097792''' ou 977$\frac{92}{100}$ pieds, pour le contenu du rampart & parapets de tou- ortification. De ce nombre 57009792''' il faut soustraire les enus des ouuertures & passages qu'on laisse pour les portes & s : les portes, comme nous auons desia dit, sont au milieu des ines, ayans 10 ou 12 pieds de largeur, & 14 ou 15 pieds de hau-

; poternes & sorties, tant à la fausse-braye qu'au fossé, se font urement aux flancs : Fritach neantmoins est d'auis qu'on les ı milieu de la courtine, de 6 ou 7 pieds de largeur, & de 7 ou s de hauteur.

ır auoir le contenu ou solidité du fossé assez precisément, il ouuer les deux superficies du fossé, à sçauoir la superieure

ABCDEF, & l'inferieure GHKLMN, & les adiouster ensemble, puis multipliant la moitié de leur somme, qui en nostre exemple est 6969641l'', par la profondeur du fossé, qui est 10, viendra 69696411'', ou $696964\frac{11}{100}$ pieds pour le contenu de la solidité de la portion du fossé, qui est depuis le milieu de la courtine iusques à la ligne capitale, lequel au quarré est la huictiesme partie de toute la solidité; partant multipliant 69696411'' par 8, viendra 557571288'', ou $5575712\frac{88}{100}$ pieds pour le contenu du fossé de toute la fortification, lequel estant soustraict du contenu du rampart & des parapets, restera 12526504'', ou $125265\frac{4}{100}$ pieds.

Que si les contenuës des ouuertures qu'on laisse au rampart & parapets pour les portes & sorties, estoient égales à ce reste 125265 pieds, on auroit assez de terre pour faire le rampart & parapets: mais si ce reste excede le contenu de ces ouuertures, comme il y a apparence qu'il excedera, il faudra creuser le fossé vn peu dauantage, afin d'auoir assez de terre pour faire le rampart & les parapets. Or pour ce qui est du prix, on paye plus ou moins selon la diuersité des lieux & de la terre: toutesfois il y en a qui estiment que le prix ordinaire de chaque pied cube est enuiron vn double, & d'vne toise 36 sols selon ce prix, les 5575712 pieds vaudront 5575712 doubles, qui font 46464 liures 5 sols 2 deniers, à quoy montera la despense de toute la fortification.

Pour ce qui est du trauail, on a recognu par experience que deux hommes, sans trop se pener, peuuent faire par iour 500 pieds cubes: que si nous supposons que chacun ne face qu'vne toise, ou 216 pieds par iour, pour sçauoir combien il faut d'ouuriers pour acheuer en deux mois ou 60 iours les 5575712 pieds, on les reduira premierement en toises, en les diuisant par 216, & viendra 25813 toises 104 pieds, puis ordonnant la regle de trois ainsi, si

1 iour —— 25813 hommes 60 iours. R. 430 *hommes.*

on trouuera par la regle de trois inuerse, que 430 hommes en 60 iours feront 25800 toises, & restera encore 13 toises 104 pieds qu'il faudra faire au soixante-vniesme iour.

E L'ART D'ASSAILLIR.

tereſſes ſe peuuent prendre en trois façons, à ſçauoir, par
par mines & ſappes, & par ſieges & famines.
t aſſieger vne place, il faut premierement taſcher d'auoir
e la fortereſſe & de la campagne d'alentour, & eſtre in-
la grandeur de la fortereſſe, de ſa capacité, amplitude, &
ité de ſes places & ruës, des ſituations des magaſins, mai-
le, logis du Gouuerneur, quels ſont ſes ramparts & mu-
mme elle eſt baſtionnée, & ſi les baſtions ſont grands ou
yez dans le foſſé, ou fort releuez, dominez ou dominans,
u poinctus, ſans orillons & cazemates, ou auec orillons
ites, plains ou vuides, de gorge eſtroicte ou large, faits de
eueſtus auec du mur, de pierre ou de brique, minable ou

azemates ſont veuës de la campagne, ſi elles ſont hautes
ſimples ou doubles, l'vne ſur l'autre, ſi on les peut battre
e ligne ou par bricoles, & ſi elles ont des foſſez au deuant
euoir les ruines de la batterie ou non.
elle largeur & profondeur eſt le foſſé, ſi ſon fond eſt de
de terre, s'il eſt ſec ou auec eau, en tout ou en partie.
t des fauſſes-portes, en quel endroit elles ſont, & d'où
uent eſtre deſcouuertes.
ontreſcarpe eſt de terre ſimple ou de mur, de pierres ſe-
chaux & à ſable.
rridor ou chemin couuert de la contreſcarpe eſt large ou
en ou mal couuert, & flanqué: ſi ſon parapet eſt releué
nade ou enfoncé; s'il eſt de terre de tranſport de vieilles
u ſimplement de terre; & s'il eſt facile ou difficile à tran-
her, & percer.
des faux-bourgs en la place, & ſi l'on s'en peut rendre
e plain abord, ou s'il les faudra battre d'artillerie.
d'autres ouurages au dehors de la contreſcarpe, quels
nt ils ſont faicts.
planade d'alentour de la ville domine ou ſi elle eſt domi-

ıée; si elle est marescageuse ou seche; si elle est de roche, ou de sa ›le, ou de tuffeau; & s'il y a du bois pour s'en seruir à faire des ga ›ions, saussisses, & autres ouurages.

S'il y a lieu propre pour asseoir le camp à couuert de l'artilleri le la ville, ou si on sera contrainct de se tenir au loin: s'il y a riuier & quelle; si on s'en peut seruir, ou s'il y a crainte d'estre inondé, & i elle est gueable ou nauigable.

Si la situation de la place est proche ou esloignée des autres d on party; si elle en peut receuoir du secours & des munitions, & :n combien de temps; & si on les peut empescher ou non, & com nent.

Puis il faut estre instruict des munitions de la ville, du nombre d a garnison, quels chefs, quels soldats: combien d'artillerie tan grosse que menuë: quelle poudre, & combien: quels ingenieurs quels faiseurs de feu d'artifice, & quels canonniers: s'ils sont vni dans la place, ou s'il y a de la diuision.

Ayant esté instruict de toutes ces choses, & conferant nos force auec celles de l'ennemy, nous pourrons iuger si nous pouuon prendre la ville par force ou non; que si nous iugeons la pouuoi prendre, il faudra enuoyer la cauallerie legere rauager, & faire l degast tout à l'entour d'icelle, & prendre des prisonniers, pour s'in former plus particulierement de l'estat du lieu.

Ce faict, il faut enuironner & serrer la place, s'y retran chant tout à l'entour, & se fortifiant tant contre le secours, qu contre les sorties de la ville, en sorte que personne ne puisse entre ny sortir, faisant emprisonnner tous ceux qui leur porteront ›res ou aduis: & faudra faire placer le camp au lieu le plus asseur des traicts de la ville, au meilleur air, & où il y aura plus de co modité d'eaux, & plus belle situation pour faire la place d'arm ordonnant les quartiers de l'armée.

Maximes de l'art d'assaillir.

1. Quand le front des assaillans est égal, ou plus grand que ce des defendans, ceux-cy doiuent estre emportez & vaincus ceux-là.

vne bresche faicte en vn angle & extremité de place, l'en-
ſt égale en estenduë: ou plus grande pour les assaillans que
les assaillis, à cause que ce qui enferme est plus grand que
ui est enfermé.
bresche faite au milieu d'vne ligne droicte est plus difficile
:er, que sur vn angle saillant, à cause que la forme ne pou-
estre que courbe, rend plus d'estenduë aux assaillis qui en
ent l'arc, qu'aux assaillants qui n'en ont que la corde.
vn angle rentrant, la bresche est plus difficile à forcer
ı vn angle saillant, ou au milieu d'vne ligne droicte, pour
ıesmes raisons.
tranchées des assaillans ne doiuent commencer plus pres
place, que de la portée de l'arquebuse ou du mousquet ex-
tement, à cause de l'offension continuelle de l'arquebuse
lus dommageable que l'artillerie, laquelle ne se mene pas
ilement.
tranchées doiuent estre conduites en sorte, que de quel-
ndroict que ce soit de la place assiegée, on ne puisse tirer
ıs le long, pour les enfiler d'aucun coup de traict.
ranchées sont plus aisées à conduire, & en moins de temps;
es extremitez de la place, qu'au milieu d'vne ligne droicte,
ns vn angle rentrant, à cause que vers les extremitez elles
ıuent tirer & mener droictes au lieu desiré, sans estre veuës
dommagées de long; ce qui ne se peut faire aux autres
sans plusieurs tours & détours.
grande partie de l'artillerie des assaillans doit estre placée
:sme temps qu'on commence les tranchées d'approche, en
qu'elle puisse démonter les pieces de dedans, ruiner, ou du
s incommoder; les lieux plus eminents & aduantageux de
ce pour fauoriser les approches.
ieu où sera placée cette premiere artillerie doit estre par
e, ou par art, aucunement esleué, afin que les batteries
ommodent les tranchées qui seront au deuant. Cette hau-
ſt pour la plus part de 4 ou 5 pieds, & aussi quelquefois de
ls: & doit estre d'autant plus esleué, que le canon sera pres
u qu'il doit ruiner, à cause que l'on l'esleue ordinairement

d'vn angle de 13 degrez pour tirer enuiron deux pieds au dessou des sommets des parapets qu'on veut ruiner.

10. Le canon tiré de bas en haut dans vne terrasse fait plus d'effect que de niueau, ou de haut en bas, à cause que ce qui est au dessus l'endroit battu, n'est iamais si bien retenu que le dessous, qui a pour base son fondement ferme & asseuré.

11. Les batteries qui se croisent font plus d'effect, qu'vne batteri simplement de front.

12. Mille coups tirez promptement auec dix canons, font plus d ruine que 1500 tirez auec cinq canons.

13. Pour restablir la ruine que fait vn coup de canon bien adress en vne terrasse, il faut enuiron 50 hottées de terre.

14. Vn canon peut estre tiré 100 coups le iour, & ordinairemen 80 coups, qui sont enuiron 7 coups par heure.

15. Vn homme peut de 100 pas porter en vne heure enuiron 30 hottées de terre, & par consequent 12 hommes en vne heure porteront 360 hottées de terre, qui seront suffisantes pour reparer la ruine, que pourront faire les 7 ou 8 coups que tire vn canon en vne heure. Mais il ne s'ensuit pas que 144 hommes puissent reparer la ruine que pourront faire 12 canons bien placez tirant chacun 1000 coups en 12 iours; à cause qu'ils ne donneront pas temps aux assaillis pour trauailler sans peril. Errard estime aussi que 12 canons en 12 iours auec 12000 coups peuuent ruiner vn rampart d'enuiron 12 toises d'espesseur.

16. Les retranchemens ne doiuent iamais estre si hauts que les ramparts & terrasses qui seront au deuant, afin que les batteries ne les puissent offenser.

L'ordre comme marche l'artillerie.

Il faut premierement que deuant icelle marche le Commissaire general auec son nombre de pionniers, lesquels feront le chemin, esplanaderont les lieux montagneux, rempliront les fossez, tailleront les bois, en sorte qu'il ne puisse arriuer aucun sinistre accident; en apres suiura le Commissaire de l'artillerie auec vn bon nombre de pionniers, en faisant premierement marcher les plus petits canons & pieces de campagne, puis suiuront les gros, & ce pour deux

raisons, dont la premiere est, pour faire preuue du chemin & di passage, descouurant par ce moyen les dangers, mauuais pas & fondriers; la seconde est, afin que s'il suruient quelque alarme, oi accident inopiné, les petits canons soient les plus propres pour le faire auancer, & enuoyer là où sera le danger. Au fond de chacui lict ou caisse de canon il y aura vn coffret plein de sacs remplis d balles & poudres, afin qu'on puisse tirer quelque coup aux cas in opinez: il faudra que les canonniers prennent bien garde de n laisser entrer l'eau par la lumiere ou par la bouche du canon Quand il se rencontrera quelque mauuais passage, les Commissai res retiendront les pionniers iusques à ce que toute l'artillerie soi passée; & quand quelque piece s'arrestera, il faudra faire arreste toutes les autres, afin que tous marchent ensemble.

Apres l'artillerie suiuront les charrettes de secours, où sont tou les instrumens pour l'vsage d'icelle, comme lanternes, cordages torches, & toutes sortes d'instruments & outils de charpentiers & ferrons.

Apres ces charrettes de secours marcheront les chariots de l poudre, lesquels faut garder d'eau & de feu, & les retirer des har quebusiers.

Apres les chariots de poudre, suiuront les chariots de balles & de roües, pour monter l'artillerie, & pour secourir celles qui s rompent.

A la suite d'iceux suiuent ceux qui portent le reste des chose necessaires à l'artillerie, comme gros ais, cordages, & bois, pou faire au besoin eschelles.

A la queuë de tout cela, il faut qu'il y ait garde, pour empesche que quelque autre sorte de bagages & viuandiers ne s'y meslent.

L'ordinaire est de faire marcher l'artillerie auec la bataille, l païs estant large & plain: mais estant estroit, & montagneux, udra mettre la plus legere à l'auant-garde, & le reste où l'on con ecturera estre plus de danger.

Pour planter l'artillerie.

Il faut premierement recognoistre la partie la plus foible, po lanter la batterie contre icelle, & choisir le lieu le plus commod

& eminent pour la planter, puis l'on ira de nuict, en temps plus obscur qu'il sera possible, au lieu proposé, conduisant l'artillerie à petit bruit, pour n'estre descouuert de ceux de dedans : & afin de mieux couurir le bruit, l'on fera battre les tambours, & sonner toutes les trompetes par tout le camp: & deuant qu'approcher l'artillerie au lieu destiné, il faudra faire rouler aux pionniers vn bon nombre de gabions, au lieu proposé, & faire auancer les soldats qui sont pour la garde d'icelle, le plus pres de la forteresse que faire se pourra, afin de pouuoir repousser les sorties de la forteresse, qui viendroient assaillir le canon; & cependant les canonniers trauailleront auec leurs piõniers à faire leur defense & rampart, & aussi le plan ou plancher de l'artillerie, lequel doit estre plus esleué au derriere qu'au deuant enuiron d'vn pied, afin que les pieces ne reculent pas tant, & qu'on les puisse remettre plus facilement en leur lieu : & si le lieu est trop mol on le pauera de gros ais, afin de manier & appointer le canon plus librement, & le reste des pionniers trauaillera aux tranchées : en quoy l'on doit estre si diligent, que le tout soit finy auant l'aube du iour, ou à tout le moins, que les tranchées soient desia si profondes, qu'on puisse demeurer & trauailler à couuert : puis si tost que le iour paroistra, & qu'on pourra descouurir la muraille, on commencera la batterie, taschant de preuenir les assiegez de deux ou trois coups de canon, & de démonter leur artillerie. Et faudra tenir vn rang d'harquebusiers d'eslite tout le long de la tranchée à couuert d'icelle, pour s'oposer aux sorties de la ville. La batterie sera forte, si elle n'est éloignée de la forteresse que de 200 ou 300 pas : que si elle passe 400 pas, elle sera trop foible, & de peu d'effect : mais les batteries pour leuer & oster les defenses ou parapets peuuent estre vn peu plus esloignées, ioinct qu'elles sont plus asseurées, & qu'elles descouurent de plus loin.

De diuerses sortes de batteries.

Si on bat l'habitation, & les parties plus esleuées, cela s'appelle battre en ruine, qui se fait auec les vollées tirées en arcade.

On bat les caualiers & parapets de plus pres, auec des demy-canons, & cela s'appelle battre en barbe : cependant on gagne le chemin couuert par les approches.

n bat les places hautes des flancs pour oster les defenses; cela
: battre les defenses couuertes, cependant on gagne le fossé.
n bat les places basses du flanc, & pour ce faire, l'on enterre la
rie iusques au niueau de la place ennemie; & cela se dit battre
efenses secretes de pres auec l'offense sousterraine; cependant
attaque la pointe du bastion.
n bat encore les flancs en tirant contre la courtine en angle
, afin que la balle bricole dans le flanc: & cela s'appelle battre
ricolles.
n bat la place d'armes & les chemins de terre pleins par caua-
ou plates-formes, esleuées de deux ou trois commandements
hauts qu'iceux: & cela se dit battre ou foudroyer auec l'of-
: créee.
n bat la face du bastion, pour faire la bresche propre à donner
ut: & cela s'appelle donner la batterie.
uand la matiere sera de muraille, & qu'estant tombée restera
rosses masses raboteuses & inégales, alors on bat en icelles
: les diminuer: & cela s'appelle battre en bresche.

Des tranchées, Approches, & assauts.

s tranchées sont necessaires tant pour s'approcher seurement
ur de la contrescarpe & du fossé, que pour empescher les en-
is de faire sorties, & s'approcher du lieu de la batterie, & les
conduire en sorte qu'elles ne soient veuës au long, ny enfilées
: ville, en les faisant si profondes, qu'on soit à couuert par leur
eur iusques au plan, sans conter le rampart qui doit estre vers
lle. La largeur sera de 10 pieds ou enuiron, afin que les soldats
issent marcher en ordre, trois à trois pour rang pour le moins,
: defendre lesdites tranchées, & repousser l'ennemy qui les
droit assaillir.
ı celles qui sont pour enclorre, & fortifier le camp, on fait le
: vers le dehors, en iettant la terre en dedans, laquelle se forti-
ıec des petits forts de terre, qu'on appelle redoutes, si pres
lles se puissent defendre l'vne l'autre auec l'harquebuse ou le
ısquet: mais en celles qui sont pour gagner le chemin couuert
fosse, qui se nomment proprement approches, on fair le fossé

vers le camp, en iettant la terre vers la ville ; & se doiuent faire lesdites tranchées ou approches auec le moins de détours que faire se pourra, afin qu'elles se puissent mieux garder, & que les munitions & autres choses necessaires à l'artillerie, y puissent estre conduicts plus facilement & seurement. Car aux détours, elles sont tousiours descouuertes & battuës; à quoy on remedie par gabions. Ayant gagné la contrescarpe, si le fossé est sec, il faudra faire la trauerse pour aller au terre-plein ou rampart ; & parce qu'en ce fossé on pourra estre endommagé par les mousquetades, les iets de pierres, & les feux artificiels, on se couurira par le moyen d'vne gallerie haute de 7 ou 8 pieds, & large de 6 & 7 pieds ou plus (car elle sera d'autant meilleure qu'elle sera large) & longue selon la largeur du fossé, laquelle se doit construire & couurir d'vn pied, ou d'vn pied & demy de terre à mesure qu'on la construict, par des ais de chesne qu'on auroit apporté tous preparez pour cet effect. Mais si le fossé est plein d'eau, il faudra le remplir de terre & fascines à fleur d'eau, puis faire la gallerie qui doit estre defenduë par gabions de ses deux costez, ou à tout le moins du costé du flanc qui la descouure.

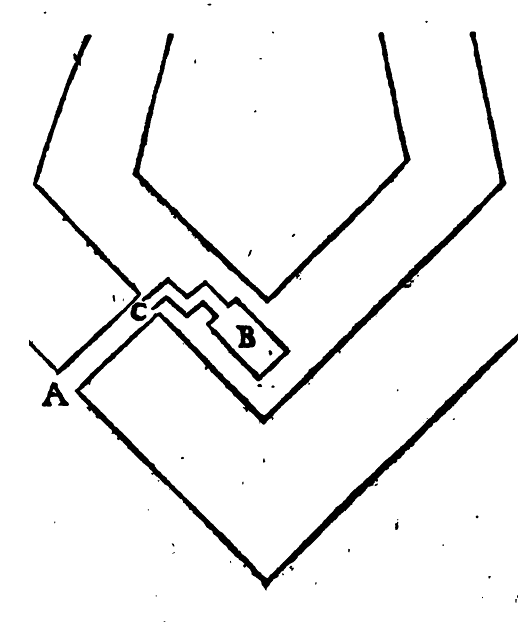
La gallerie estant paruenuë iusques au pan du bastion, on fera la bresche dans ce pan par sappes, par mines, & aussi à coups de canon s'il est reuestu de mur : puis ayant rendu la bresche suffisante pour l'assaillir, & la descente du fossé, & montée de la bresche aisée : & les soldats estans prests & disposez de se ietter dedans, on fera destourner vn peu à costé l'artillerie qui battoit à la bresche pour l'appointer vers les parapets qui respondent sur les extremitez de la bresche, afin d'empescher que l'ennemy ne nous offense montant sur la bresche : mais l'artillerie qui estoit plantée pour battre & ruiner les defenses, ne se doit changer de sa place, ains on continuera la batterie d'icelle la plus frequente que faire se pourra, pour empescher que l'ennemy ne se puisse presenter durant l'assaut, & faudra continuer de tirer aux ennemis en quelque part qu'ils soient aux defenses, pour ne leur donner temps de nous ofenser; & combattant à la bresche, on tiendra encore des soldats pour garder les portes par lesquelles les ennemis pourroient sortir ou entrer dans le fossé, & monter sur le corridor pour battre les nostres par

s flancs: On se pourra aussi seruir à l'assaut des feux d'artifices omme grenades & autres, pour repousser l'ennemy, si on iug u'il en soit besoin.

L'on estime que la bresche se doit faire dans le pan du bastion u à tout le moins dans la pointe, plustost que dans la courtine ource principalement que la bresche estant faite dans la courti e, elle est defenduë des deux flancs des bastions voisins, & auss u'elle donne la corde aux assaillans, & l'arc aux assaillis, qui est v rand desaduantage pour les assaillans.

Des mines.

Pour conduire vne mine sous le fondement d'vn bastion, ou d uelque autre partie de la foretresse, il faut premierement choisi n lieu caché & retiré, d'où l'ennemy ne se puisse défier, & estan escouuert estre battu d'iceluy. Ayanr choisi le lieu pour com iencer la mine, il faut prendre la distance du lieu où on la veu iire par le moyen de quelque instrument geometrique, & aussi angle de posirion par le moyen de la boussole: puis ayant creus int bas, que l'on iugera estre aussi bas, ou plus bas que le lieu de l iine, au fond de ce concauement il faudra faire vn chemin vers l eu de la mine de 4 pieds de haut & 3 de large, & le destourner d osté en angle droict, puis reprenant le premier chemin on arriue- a au lieu de la mine: & lors qu'on sera arriué audit lieu, on fera ne petite montée plus droicte que faire se pourra, & au dessus de ette montée vne caue, pour mettre la poudre, haute de 4 ou 5 ieds, large de 3 ou 4 pieds, & longue de 6 pieds ou plus, selon la uantité de la poudre qu'on y veut mettre: & si le fond est humi- e, on le pauera de gros ais, puis l'ayant garny de poudre à suffisan- :, mettant de la plus fine à l'entrée sur lesdits ais, il faudra fermer entrée le mieux qu'il sera possible: premierement auec gros ais ntrelassez, puis de bonne terre, laissant vne mesche de coton oüilly en selnitre, si longue qu'elle arriue iusques à l'entrée du emin de la mine: & deuant que donner le feu à la mine, on tien- ra les soldats prests à donner l'assaut, en lieu toutefois qu'ils ne uissent estre offensez des ruines de la mine. Que si on est en upçon de contremine, auparauant que d'auancer beaucoup il



faudra percer la terre de tous costez, pour sçauoir de quel costé l'ennemi trauaille, lequel ne pourra estre si secret qu'on n'en oye le bruit ; & faudra destourner le chemin de la mine du lieu où trauaillerõt les ennemis. Maintenant on pratique souuent les mines, qui ont leur entrée dans le pan du bastion par dans la gallerie, comme en cette figure AC est la gallerie, & B la mine.

Du siege.

Que si on ne peut prendre la ville que par vn long siege, en la re- isant à la famine, il faudra faire aller les soldats aux auenuës, en ır faisant faire souuent des courses çà & là autour des lieux cir- nuoisins : afin qu'aucune commodité ne puisse estre apportée ı forteresse. Ou bien il les faudra disposer aupres de la forteresse ut à l'entour, en sorte qu'ils se puissent donner facilement ayde n à l'autre, & par ce moyen empescher qu'aucuns viures n'en- ınt en la forteresse : que si l'on trouue quelqu'vn qui voulust ester ayde aux ennemis, l'on fera des punitions exemplaires; ef l'on fera plusieurs autres choses qu'on laisse au iugement d'vn n Capitaine & conducteur d'armée.

DE LA DEFENSE.

Des prouisions & autres choses necessaires deuant que la forteresse soit assiegée.

Deuant que la forteresse soit assiegée, il faudra visiter son circuit, & noter les lieux qui seront plus propres pour planter les batteries de l'ennemy afin de les rompre & esplanader. Il faudra aussi prendre garde quelles defenses nous pourroient estre rompuës & emportées, & de quelle façon on en doit faire des nouuelles, & en quel lieu, & combien fortes, pour resister aux batteries de l'ennemy. Puis on fera raser tous les edifices voisins de la forteresse, & tous les lieux eminents où l'ennemy pourroit esleuer des caualiers, & descouurir tout ce qui se faict dans la forteresse, n'ayant égard à l'interest particulier où il y va de l'vtilité publique: On rasera donc tous les fauxbourgs de l'enuiron, afin que l'ennemy ne se puisse loger, tous les moulins, sources, ponts, & arbres, en portant dedans non seulement toutes les munitions qui seront necessaires, mais aussi celles qui pourroient seruir à l'ennemy, comme grains, foin, paille, & bois, mettant le feu à ce que nous ne pouuons mettre dans la forteresse. Apres il faut voir si l'artillerie a tout ce qu'il luy faut, & s'il y a vn nombre suffisant, auec toutes sortes de munitions. Quant au nombre des soldats, pour chacun bastion l'on mettra 400 ou enuiron; de sorte que s'il y a six bastions il en faudra 2400, desquels, dautant qu'ils doiuent entrer en garde de trois nuicts l'vne, le tiers, qui est 800, sera le nombre des soldats qui entrera en garde tous les soirs, duquel nombre on en donnera 100 à chaque bastion, & de 200 qui restent, on en mettra 30 ou 40 à chaque porte de la forteresse, & le reste demeurera en garde en la place d'armes; auquel nombre seront les soldats appoinctez pour faire les rondes, visiter les sentinelles, & secourir les parties assaillies. Or de ceux qu'on enuoye à chaque bastion, on en mettra 15 ou 20 en garde en chaque place basse, & autant sur la pointe du bastion, & le reste, qui est 40, demeurera en garde dans la place du bastion: & ce nombre des soldats se doit entendre aux bastions

qui ne sont point attaquez, car au battre ou doublera la garde: entre ces soldats il y doit auoir trois canonniers pour le moins pour chaque bastion, auec chacun deux sous-canonniers, afin qu'vn demeure tousiours en garde en chaque flanc: outre ce nombre de canonniers, on pourra encore mettre d'autres pour entrer en la place de ceux qui pourroient estre tuez & blessez. Le nombre des munitions de la forteresse se pourra colliger par le nombre des soldats, & du temps qu'on estimera deuoir durer le siege.

Comment il faut receuoir l'ennemy nous venant assaillir.

Il sera bon à l'arriuée de l'ennemy de le saluer de toute l'artillerie qui sera de ce costé là, & qui le pourra ofenser, mais on ne continuera pas long temps cette furie, de peur de consumer mal à propos les munitions, ains auec prudence & iugement on tirera aux occasions, faisant des beaux coups pour tenir l'ennemy en crainte, & reseruant les munitions pour les plus grands efforts: & parce que tant que le fossé demeurera en nostre pouuoir, nous pouuons dire la forteresse estre nostre, il faudra le defendre, & tenir l'ennemy loin le plus qu'on pourra; ce qui se fera par le moyen du corridor, & vn bon nombre d'harquebusiers qui escarmoucheront continuellement: mais principalement il se doit defendre de dessus la muraille auec l'artillerie & harquebusiers: on fera aussi des sorties bien secrettes aux occasions, & bien à propos, & d'autant plus souuent que sera grand le nombre des soldats de dedans, autrement on ira discretement, de peur d'affoiblir la forteresse par la perte des soldats. Enfin l'on doit tascher de mener l'ennemy à la longue le plus que l'on pourra, & luy oster l'esperance de pouuoir gagner la forteresse par batteries & par assaults, & le reduire à long siege: ayant ainsi consommé les munitions sans aucune esperance de secours, on pourra capituler, & se rendre auec son honneur.

Comment il se faut preparer les defenses estant ruinées, & la bresche faite.

Tout de mesme que l'ennemy tasche de ruiner premierement les

defenses tant hautes que basses, afin que plus aisément il se rend maistre du fossé, & qu'il soit moins offensé venant à l'assaut : tou de mesme il faudra tascher de reparer incontinent lesdites defense ruinées, les releuant, & en faisant de nouuelles auec des gabion pleins de terre, & nouueaux parapets, y trauaillant continuelle ment, afin d'égaler la batterie de l'ennemy (les balles de laine y ser uiront grandement, attendant que le nouueau rampart soit fait l'on mettra sur les ramparts des gabions, afin que par l'entre-deu d'iceux on puisse auec l'artillerie & escopeterie offenser les batte ries de l'ennemy ; & se deura faire ce trauail principalement l nuict. Que si l'on a reparé quelque lieu haut pour defendre l bresche, il ne faudra pas que personne se presente de iour sur c lieu, sinon au temps de l'assaut, de peur que l'ennemy les apperce uant ne vienne à rompre lesdites defenses, & rendre vain nostr dessein : on taschera aussi qu'il nous reste quelque lieu dans le fossé duquel nous puissions defendre la bresche par flanc ; & faudra bier garder tous les lieux où l'ennemy pourra monter en quelque fa çon que ce soit, & sur tout la bresche, tenant vn bon corps de gard redoublé selon le nombre des soldats de la forteresse, de peu d'estre surpris à l'impourueu, lesquels se changeront souuent pou leur donner temps de se rafraischir. On tiendra aussi tant de senti nelles, & si voisines l'vne de l'autre, & tant auancées vers l'enne my, principalement la nuict, qu'elles puissent descouurir les nou ueaux desseins des ennemis, & s'entre-aduertir l'vn l'autre. Qu si de nuict on entend quelque bruit dans le fossé, on iettera prom ptement des feux artificiels dedans pour y descouurir l'ennemy, & s'opposer à ses desseins. On se retranchera aussi du costé que l'en nemy aura fait la bresche, laquelle se fera principalement dans le pan du bastion, ou à la pointe, & non en la courtine, de peur d'estre battu de deux costez.

De la defense contre les mines.

L'on descouure les mines que font les ennemis par plusieur voyes : premierement on met l'oreille contre terre, principalemen la nuict, afin d'oüir le bruit : on met aussi plusieurs tambours en diuers lieux sur le parchemin, afin de recognoistre le remuemen

d'iceux causé par la concussion de l'air : l'autre façon est par le moyen de certains vases d'airain subtils qu'on suspend tout le long des murailles, lesquels par la concussion de l'air viennent à rendre vn petit son : l'autre voye est, en remplissant d'eau de grands vases, & obseruant si l'eau vient à se troubler & ondoyer ; & ayant descouuert que l'ennemy fait des mines, il faudra cauer à l'encontre de luy le plus secrettement qu'on pourra, afin qu'il ne puisse apperceuoir, & faudra aduancer peu à peu, en obseruant tousiours l'endroit où l'ennemy trauaille : & quand on recognoistra que l'ennemy est arriué tout auprés, il faudra percer de tous costez iusques à ce qu'on trouue du vuide, puis on apportera les remedes qu'on iugera estre les meilleurs : Le premier sera, deuant que l'ennemy mette le feu de rendre la muraille foible & debile du costé qu'il veut assaillir, afin que la force du feu s'euente facilement, & se retrancher en dedans auec gabions : & si l'on a le temps & la commodité, en les preuenant, on taschera de mettre le feu, & brusler les ennemis dedans ; ce qui se fera tandis qu'ils y mettent la poudre, ou faisant dans nostre caue vne petite mine ; toutesfois l'vne & l'autre a beaucoup de danger auec soy ; Mais l'autre moyen qui est le plus seur est, qu'apres auoir cognu qu'ils ont mis la poudre, & que l'entrée est bouschée, il faudra faire vn grand trou pour entrer dans leur mine, & enleuer la poudre ; & ne pouuant faire ainsi, faudra y ietter vne grande quantité d'eau, afin que la mine estant moüillée le feu ne puisse prendre, & par consequent rendre leur trauail vain : & si la mine se faisoit par les ennemis si secrettement qu'on ne s'en peust apperceuoir que bien tard, il faudra tenir pres du lieu soupçonné grande quantité de gabions prests, & au lieu où l'on se doute de la mine on fera tenir peu de gens, ou point du tout s'il est hors d'escalade ; mais bien pres de là on tiendra les soldats en ordre pour secourir le lieu, & se presenter à la bresche incontinent que la mine aura ioüé, afin de receuoir la furie des assaillans, iusques à ce que les autres de derriere ayent loisir de faire le retranchement, & qu'ils ayent appoincté quelques canons pour en repousser l'ennemy le plus loin que faire se pourra.

DE



DE LA GNOMONIQVE, OV HOROLOGEOGRAPHIE.

Propos. 1. pag. 750. du 5.

Descrire vn quadrant equinoctial sur vne ardoise, ou autre plan.

Descriuez le cercle CKDAG de telle grandeur que vous voudrez, & le diuisez en 24 parties égales, commençãt au diametre AB, que vous prendrez pour la meridienne. Et les lignes CR, CA, CZ, &c. tirées du centre C, aux poincts des diuisions du cercle, seront les lignes horaires du quadrant requis Lequel monstrera les heures, s'il regarde le midy, depuis l'equinoxe de l'Automne iusques à l'equinoxe du Printemps: & s'il regarde le Septentrion, durant que le Soleil sera en l'hemisphere Septentrional, à sçauoir depuis l'equinoxe du Printemps iusques à l'equinoxe de l'Automne. Que si l'on descrit deux, l'vn en la face

meridionale du plan, & l'autre en la face Septentrionale, ils monstreront l'heure de toute l'année. Et encore qu'il ne soit necessaire que la longueur du stile de chaque costé excede le quart du diametre AB; neantmoins afin de pouuoir mettre plus facilement le quadrant en la situation qu'il doit auoir, la longueur du stile de la face meridionale doit auoir mesme proportion à la distance du centre C iusques au bord du quadrant A, que le sinus du complement de la hauteur du pole, au sinus de la hauteur du pole: laquelle proportion se trouuera, ou par le moyen des tables des sinus, ou en faisant vn triangle rectangle, dont l'vn des angles aigus soit égal à l'esleuation du pole, sçauoir celuy qui est opposé à la ligne AC. Or supposant que le stile CV de la face meridionale soit perpendiculaire au plan du quadrant, & qu'il aye ladite proportion à la meridienne CA perpendiculaire au costé du quadrant qui passe par le poinct A, on trouuera la situation qu'il doit auoir, en mettant ledit costé A, & le sommet du stile V sur vn plan horizontal, en sorte que l'ombre du stile CV tombe sur la mesme ligne horaire, que l'ombre du stile d'vn autre quadrant, qui sera en sa vraye situation.

Propos. 2. pag. 751.

Descrire vn quadrant horizontal pour l'esleuation du pole, que nous supposons en cet exemple estre de 48 degrez 40'.

Sur le plan proposé parallele à l'horizon, descriuez le cercle CKBEF de telle grandeur que voudrez (lequel en ce quadrant & aux suiuants, representera le quadrant equinoctial ou equatorial) & le diuisez en 24 parties égales, commençant à la meridienne AC, que vous coupperez à angles droicts en tels endroits que vous voudrez, par la ligne DN, qui represente l'intersection de l'equateur & de l'horizon, sur laquelle ligne DN vous terminerez toutes les lignes menées du centre C aux poincts des diuisions du cercle KBEF: puis ayant fait l'angle QCZ égal à l'esleuation du pole, à sçauoir de 48 degrez 40', ou l'angle ACZ égal au complement de l'esleuation du pole, à sçauoir de 41 degrez 20', vous fe-



sez TA égale à CZ : HAR parallele à DN : & les lignes droictes tirées du poinct A aux poincts des diuisions de la ligne equinoctiale DN, seront les lignes horaires du quadrant requis, auquel on donnera telle figure qu'on voudra : icy on luy a donné la forme circulaire AGLT, AT est la ligne de 12 heures, AN de 5 heures d'apres midy, AE de 4 heures, &c.

2. Pour auoir son stile, on fera l'angle TAP égal à l'esleuation du pole, à sçauoir de 48 deg. 40' : & le costé AP, du triangle TAP esleué à angles droicts au plan du quadrant sur AT, sera le stile oblique parallele à l'axe du monde. Que si on veut que DN soit la ligne equinoctiale, tirant Ts perpendiculaire à AP, & EV à AT, on aura sV pour le stile perpendiculaire.

SCHOLIE.

Que si on veut premierement descrire le cercle TLG de la grandeur qu'on veut faire le quadrant, pour auoir le centre C du quadrant equatorial, il faudra faire l'angle TAP égal à l'esleuation du pole, & Ts perpendiculaire sur AP, sera égale au semidiametre TC.

Que si au lieu de diuiser le cercle CKBEF en 24 parties, on le diuise en 48 parties égales, le quadrant AGLT monstrera les heures & demy-heures : Ce qu'il faut aussi entendre aux quadrans suiuants.

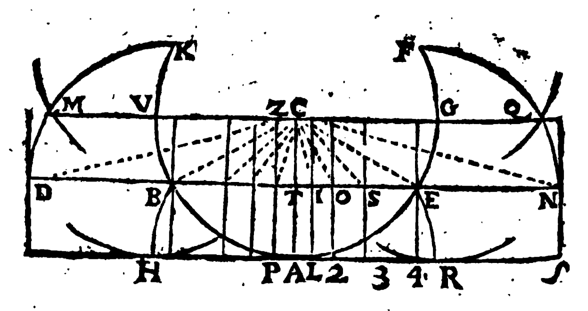
Propos. 3. pag. 754.

L'esleuation du pole estant donnée, descrire vn qua-drant en la face meridionale du principal vertical.

La construction d'vn quadrant vertical exposé directement au Midy ou au Septentrion, se fait comme celle de l'horizontal, pourueu que l'angle A C Z soit fait égal à l'éleuation du pole, comme en cet exemple, si on eust faict le quadrant horizontal AGT pour 41 deg. & 20', qui est le complement de l'esleuation du pole, il eust serui en la face Septentrionale du principal vertical, mettant T au dessus du centre A: & pour le mettre en la face meridionale du mesme vertical, il eust falu seulement changer la suite des nombres, & mettre le centre A au dessus de T, afin que le stile oblique se trouue parallele à l'axe du monde, car il ne doit iamais estre autrement.

Propos. 4. pag. 757.

Descrire vn quadrant polaire, c'est à dire, sur vn plan lequel passant par les poles du monde, couppe le meridien à angles droicts.



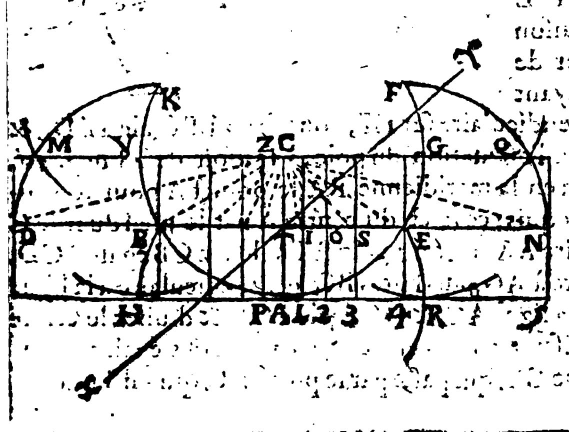
Sur le plan proposé ayant tiré la meridienne CA, & DN, qui la coupe à angles droicts en T, prenez TC pour la longueur du stile de telle grandeur que vous voudrez, puis descriuez le cercle CBG

à discretion, & le diuisez en 24 parties égales, commençant à la meridienne CA, & du centre C, sur DN, par les poincts des diuisions du cercle BAG, tirez les lignes droictes CD, CB, &c. Finalement, si par les poincts D, B, &c. de la ligne DN, on mene BH, IL, &c. paralleles à la meridienne CA, on aura le quadrant requis, qui aura pour meridienne la ligne CA, & pour vnze heures du matin la ligne ZP, &c.

Le stile doit estre de la longueur de TC esleué perpendiculairement au plan du quadrant au poinct T. Que si on ne met point d'autre stile que la perpendiculaire T C, il faudra qu'vne chacune des lignes M Q, & HR soit esloignée de la ligne du milieu DN d'enuiron du quintuple de la hauteur du stile TC, afin que l'extremité de l'ombre du stile TC, à 5 heures deuant ou apres midy ne sorte hors des paralleles MQ & HR. Mais si au sommet du stile TC on met vne ligne ou verge parallele à la meridienne AC, qui representera le stile oblique parallele à l'axe du monde, il ne sera pas besoin que les lignes MQ, & HR soient tant esloignées de la ligne DN.

Propos. 5. pag. 758.

Estant donnée la hauteur du pole, par exemple, de 48 degrez 40', descrire vn quadrant en la face orientale du meridien.



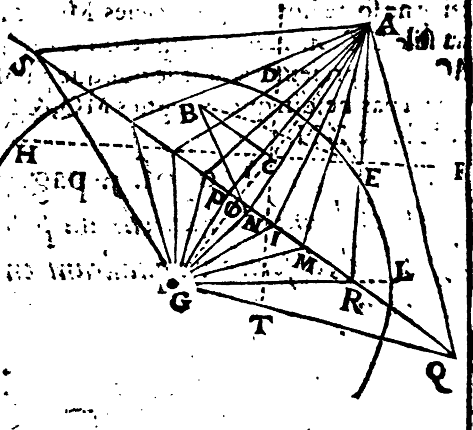
Ayant tiré XY parallele à l'horizon, & fait l'angle Y T C égal à l'éleuation du pole, à sçauoir de 48 d. & 40', on prendra TC à discretion pour la longueur du stile: puis si on conti-

nuë la construction, comme en la precedente, ayant mené DN perpendiculaire à CTA, on aura le quadrant requis, qui aura PZ pour la ligne de 5 heures, AC pour 6 heures, LI pour 7 heures, &c.

Il faut operer de mesme pour descrire vn quadrant en la face occidentale du meridien.

Propos. 6. pag. 759.

Descrire vn quadrant sur vn plan vertical, dont la declinaison Zephyr-Australe soit, par exemple, de 46 degrez.



Sur le plan proposé, ayant tiré DT perpendiculaire à l'horizon, & HF, qui la coupe à angles droits en C, prenez CD de telle grandeur que vous voudrez, pour la longueur du stile perpendiculaire, & faites l'angle CDE égal à la declinaison donnée, à sçauoir de 46 degrez; puis ayant esleué REA perpendiculaire sur HF, vous ferez EF égale à ED, & l'angle EFA égal à l'esleuation du pole, à sçauoir de 48 deg. 40', qui vous donnera en la meridienne RA, le poinct A pour le centre du quadrant requis: ce faict, du centre A par le pied du stile C menez la substilaire ACG, & du poinct C esleuez CB égale à CD, & perpendiculaire à AG, puis faites BO perpendiculaire à la ligne AB, & aussi SQ à la ligne AG, & OG égale à OB, & diuisez le cercle GHL, descrit à discretion du centre G, en 24 parties égales, commençant à la ligne GL, qui passe par le poinct R, qui est l'interse-

ction de la ligne equinoctiale SQ, & de la meridienne AR : Finalement les lignes droictes menées du centre G aux poincts des divisions du cercle HEL, vous donneront en la ligne equinoctiale SQ des poincts, ausquels si vous tirez des lignes droites du centre A, le quadrant sera acheué, qui doit auoir pour stile oblique la ligne AB, tirée du centre A au sommet de CB, perpendiculaire au plan du quadrant au poinct C.

SCHOLIE I.

Si la declinaison est Zephyr-boreale la ligne DE, qui fait l'angle de declinaison auec CD, deura estre vers H.

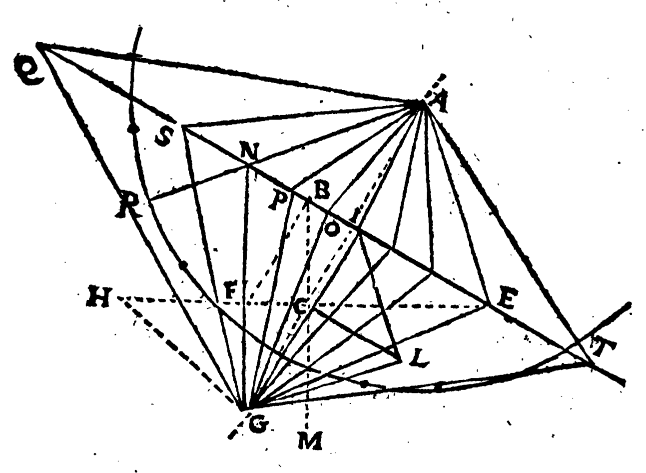
SCHOLIE II.

Ce quadrant declinant se pourra faire sans obseruer la declinaison du plan proposé, si à l'heure de midy on obserue l'extremité de l'ombre du stile CB perpendiculaire au plan du quadrant, qui donnera en la meridienne AR vn poinct : par exemple en R, duquel tirant RA perpendiculaire à l'horizontale HF, on aura la meridienne AR ; puis faisant EF égale à la distance du poinct E iusques au sommet du stile perpendiculaire CB, & l'angle EFA égal à l'esleuation du pole, FA couppant la meridienne RA donnera le centre A, duquel ayant tiré la substilaire ACG, & fait CB perpendiculaire à AG, & égale à la longueur du stile, continuant l'operation comme cy dessus, on acheuera le quadrant. Or cette methode de faire vn quadrant, estant donné le stile perpendiculaire, & l'extremité de son ombre meridienne, est generale, & se peut practiquer en toute sorte de quadrans. Et se pourra trouuer l'heure de midy bien seurement, sans l'aide d'aucun quadrant ny monstre, en mettant vn stile perpendiculaire en vn plan horizontal, & trouuant la ligne meridienne par la methode que nous auons donnée en la 26 propos. du 5 tome, page 728.

Propos. 7. pag. 762.

Descrire vn quadrant en la face Occidentale d'vn plan incliné vers l'Orient, d'vn angle de 30 degrez

qu'il fait auec l'horizon, en passant par les deux intersections de l'horizon & du meridien.



Sur le plan proposé par le moyen d'vn niueau, tirez BM parallele à l'horizon, & la couppez à angles droicts par HE, qui sera la igne d'inclination : puis ayant pris CB à discretion pour la lon;ueur du stile perpendiculaire, faites l'angle CBF égal à l'inclinaion donnée, à sçauoir de 30 deg. FH égale à FB : GFN perpendiulaire à HE : & l'angle FHG égal au complement de l'esleuation lu pole, à sçauoir de 41 deg. 20′, qui donnera le poinct G en la aeridienne NG pour le centre du quadrant. Ayant ainsi trouué : centre G, menez par le poinct C la substilaire GCA : & faites les erpendiculaires CL à la substilaire GE, & égale à CB ; LI à GL ; QIT à GA. Puis prenant IA égale à I L, descriuez le cercle ART e telle grandeur que vous voudrez, & le diuisez en 24 parties gales, commençant par la ligne AR, qui passe par N, qui est l'in:rsection de GN, & de la ligne equinoctiale QT : & les lignes ti:es du centre A, aux poincts des diuisions du cercle RT, vous onneront en la ligne equinoctiale QT, les poincts Q, S, &c. ısquels menant du centre G les lignes horaires GQ, GS, &c. le uadrant requis QGT sera acheué, duquel la ligne de midy sera

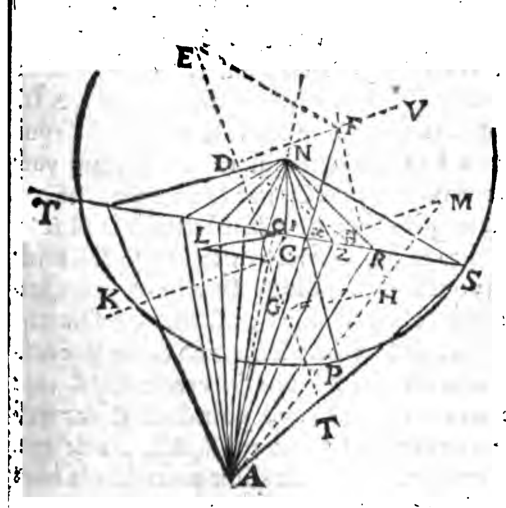
GN, & GP la ligne d'vne heure d'apres midy, &c. Et doit auoir pour stile oblique la ligne GL tirée du centre A au sommet de CL, ou d'vne ligne égale à CL perpendiculaire au plan du quadrant en C.

SCHOLIE.

Si le stile CB est perpendiculaire au plan du quadrant en C, & que de son sommet B tombe à plomb la perpendicule ou filet BF l'ombre meridienne du filet BF couurant la ligne FN parallele à l'horizon, donnera à cognoistre que le plan proposé passe par les deux intersections de l'horizon & du meridien, & ne sera besoin d'autres obseruations pour cognoistre la declinaison & inclinaison du plan proposé; mais faisant FH égale à FB, on continuera le reste de la construction comme cy dessus.

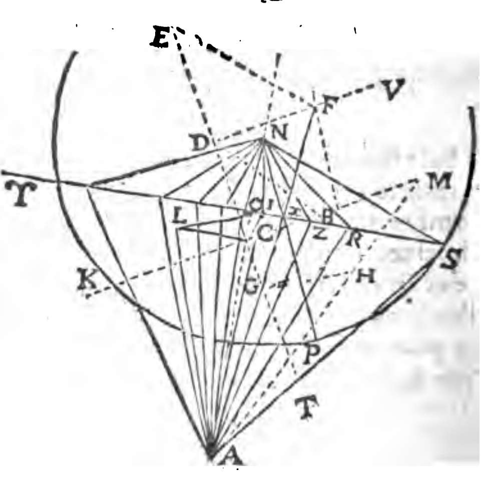
Propos. 8. page 765.

Descrire vn quadrant en vn plan declinant incliné.



Soit à descrire vn quadrant en la face meridionale d'vn plā incliné deuers Septētrion de 35 degrez, & qui aye 40 degrez de declinaison Zephyraustrale. Sur le plan proposé, tirez premierement KM parallele à l'horizon par le moyen d'vn niueau, & la couppez à angles droicts au poinct où vous voulez mettre le stile perpendiculaire, comme en cet exemple au poinct C par la ligne ET: & prenant CB égale à la longueur du stile perpendiculaire en KM, faites l'angle CBG égal à l'inclination donnée, à sçauoir de 35 deg.

qui vous donnera en la ligne ET le poinct G : puis ayant tiré BD perpendiculaire à GB, & fait DV parallele à KM, & DE égale à DB, vous ferez l'angle DEF égal à la declinaison donnée, à sçauoir de 40 degrez, qui vous donnera en DV le poinct F, duquel ayant tiré la meridienne FGA, & faict le triangle FGH, qui aye FH égale à FE, &



GH égale à GB, vous ferez l'angle FHM égale à l'esleuation du pole, à sçauoir en cet exemple de 48 degrez 40′, & MH estant continuée directement vous donnera en FGA le centre du quadrant A, duquel par le poinct C menez la substilaire ACN, & faites CL perpendiculaire à la substilaire AN, & égale à CB : puis ayant tiré AL, vous ferez LO perpendiculaire à AL, qui vous donnera en la substilaire AN le poinct O, par lequel vous tirerez la ligne equinoctiale YS perpendiculaire à la substilaire AN, & ferez ON égale à OL, & du centre N descrirez le cercle NKPS de telle grandeur que vous voudrez, & le diuiserez en 24 parties égales, commençant à la ligne NP, qui passe par X, qui est l'intersection de la meridienne AF, & de l'equinoctiale YS : & les lignes tirées du centre N, aux poincts des diuisions du cercle KPS, vous donneront en la ligne equinoctiale YS les poincts Z, R, &c. ausquels menant du centre A, les lignes horaires AZ, AR, &c. le quadrant requis YAS sera paracheué, qui doit auoir pour stile la ligne AL, tirée du centre A au sommet de CL, perpendiculaire au plan du quadrant en C,

SCHOLIE I.

Si la ligne MH estant continuée directement ne rencontre la

meridienne FA, les lignes horaires seront paralleles entr'elles, & par consequent des poincts Z, R, & autres de la ligne equinoctiale YS, on les tirera paralleles à la meridienne AXF.

SCHOLIE II.

Si à l'heure de midy on obserue l'extremité de l'ombre du stile CL, perpendiculaire au plan proposé, on aura vn poinct dans la meridienne AGF, par le moyen duquel on pourra descrire le quadrant, sans obseruer la declinaison ny inclinaison du plan proposé: Car dans la mesme meridienne AF on pourra trouuer le poinct G par le moyen d'vne perpendicule ou filet soustenant vn plomb attaché au sommet du mesme stile CL, & la ligne droicte menée par ces deux poincts sera la meridienne AF: & la ligne tirée du poinct G par le pied du stile C, sera perpendiculaire à la ligne horizontale KCM: puis pour trouuer le poinct F, on fera CB égale à CL, BD perpendiculaire à GB, & DV parallele à KM, laquelle couppant la meridienne AGF donnera le poinct F. Et le centre A se trouuera comme cy dessus, en prenant au lieu de FE, la distance du poinct F, iusques au sommet du stile perpendiculaire; puis continuant la construction comme cy dessus, on acheuera le quadrant.

DES QVADRANS ITALIQVES, Babyloniques & antiques.

Les heures des quadrans astronomiques, Italiques, & Babyloniques vont iusques à 24 heures, & les antiques iusques à 12 heures.

Les heures astronomiques commencent à midy, & finissent au midy du lendemain, & ont les mesmes lignes horaires que celles de France, & par consequent ces deux sortes d'heures conuiennent iusques à minuict; mais apres minuict les heures astronomiques excedent celles de France de 12 heures.

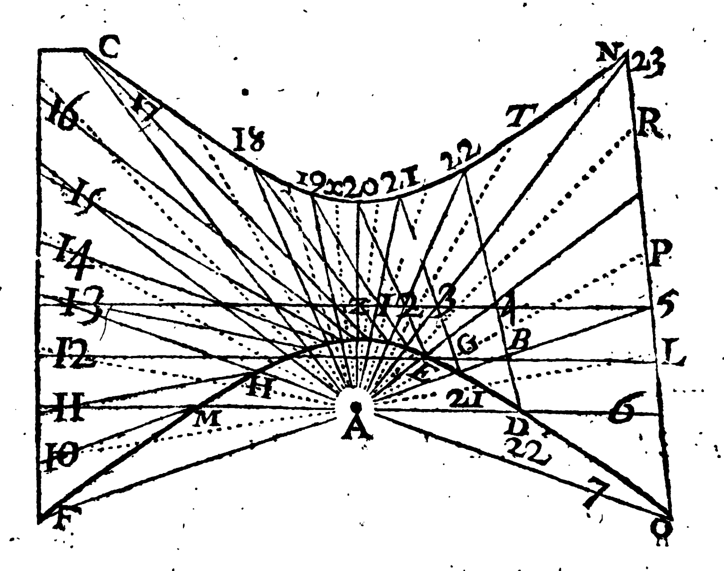
La premiere heure Italique commence le soir au coucher du Soleil, & la 24 finit le lendemain au coucher du Soleil.

La premiere heure Babylonique commence le matin au leuer du Soleil, & la 24 finit le lendemain au leuer du Soleil.

Les heures antiques ou inégales commencent & finissent tous-

ours le matin & le soir; tellement que depuis le matin iusques au oir il y a tousiours 12 heures, & autant depuis le soir iusques au natin du lendemain, & sont appellées inégales, à cause que les heues d'vn iour ne sont pas égales aux heures d'vn autre iour, ny à elles de la nuict.

Descrire vn quadrant horizontal Italique. pag. 789.



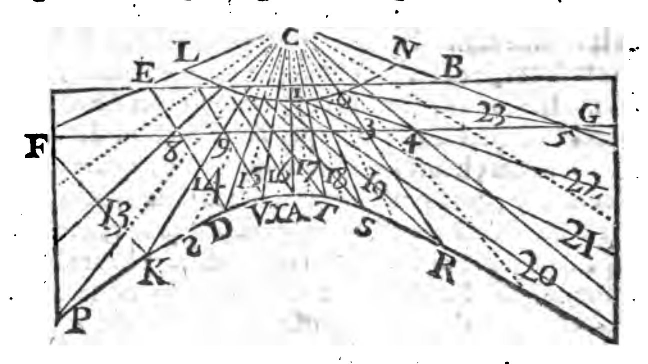
Soit premierement descrit le quadrant astronomique horizonal AFCNO, qui monstre les heures & demy-heures, par la 2 proosition donnée cy dessus, ou par le moyen de la table qui est en la age 716 du 5 tome. Puis ayant couppé à angles droicts la meriienne AX20 par la ligne equinoctiale 13X5, soit diuisé AX en eux parties égales, & menée par le poinct de diuision 12L, qui era la ligne de la douxiesme heure tant Italique que Babyloniue. Ce faict, pour chaque ligne horaire Italique on trouuera n poinct en la ligne equinoctiale 13X5, & vn autre en celle e 12 heures Italiques, à sçauoir en 12L: & la ligne droicte tirée

par ces deux poincts sera vne ligne horaire Italique. Or les poincts de la ligne equinoctiale se trouueront par le moyen des nombres de la premiere colomne de la table suiuante, & ceux de la ligne de 12 heures Italiques, par le moyen des nombres de la seconde colomne de la mesme table. Par exemple, pour descrire la ligne de la 23 heure Italique, ie cherche 23 en la premiere colomne, & trouue vis à vis 5 heures astronomiques, qui signifient que la ligne de 23 heures Italiques doit passer par l'intersection de la ligne equinoctiale, & des 5 heures astronomiques: puis ie cherche en la seconde colomne (qui a pour tiltre 12 h. Ital.) les 23 heures Italiques, & ie trouue vis à vis $5\frac{2}{3}$, qui signifient que la 23 heure Italique doit passer par l'intersection de la ligne de la 12 heure Italique, & $5\frac{2}{3}$ astronomique. Par la mesme methode on trouuera, que la ligne de la 16 heure Italique doit passer par l'intersection de la ligne equinoctiale, & de la 10 heure astronomique: & aussi par l'intersection de la ligne de la 12 heure Italique, & de la seconde astronomique: & ainsi procedant se pourront trouuer toutes les lignes horaires Italiques, par le moyen des nombres de ces deux premieres colomnes.

Pour descrire vn quadrant horizontal Babylonique, il faut operer de mesme, en nous seruant des nombres des deux premieres colomnes de la mesme table, commençant à descrire premierement la ligne d'vne heure Babylonique, puis celle de 2 heures, & ainsi de suite, au lieu qu'aux quadrans Italiques on doit premierement descrire la ligne de la 23 heure Italique, puis celle de la 22 heure, & ainsi de suite en retrogradant.

Le stile de ce quadrant & des autres, qui ne sont pas astronomiques, doit estre perpendiculaire au plan du quadrant: & pour auoir sa situation & grandeur en ce quadrant horizontal, on fera vn triangle rectangle, qui aye pour hypothenuse la distance du centre A iusques à la ligne equinoctiale X, & l'angle égal à l'esleuation du pole au poinct A, & la perpendiculaire qui tombera de l'angle droict de ce triangle sur la meridienne AX sera le stile requis du quadrant Italique ou Babylonique, tel qu'est ιV, au quadrant horizontal descrit cy dessus en la page 435.

Methode vniuerselle & facile de descrire vn quadrant Italique en tout plan qui ne soit parallele à l'horizon.



Sur le plan proposé soit premierement descrit le quadrant astronomique CFHRB, qui monstre les heures & demy-heures, par les methodes données cy dessus, & soit adiousté à ce quadrãt (outre la ligne equinoctiale FG, qui se trouue en faisant la construction par le moyen du stile perpendiculaire à son plan, que l'on prend à discretion) la ligne EB de la 24 heure Italique, laquelle aux plans verticaux, passant par le pied au stile perpendiculaire au plan du quadrant, est tousiours parallele à l'horizon : & aux quadrants descrits sur des plans inclinez, elle est l'intersection, par laquelle vn plan parallele à l'horizon passant par le sommet du stile perpendiculaire au plan du quadrant couppe le plan proposé. Ayant ainsi descrites la ligne equinoctiale, & celle de la 24 heure Italique, par le moyen des nombres de la premiere & troisiesme colomne de la table suiuante, pour chaque ligne horaire Italique, on trouuera vn poinct en la ligne equinoctiale, & vn autre en la ligne de la vingtquatriesme heure Italique, & la ligne droite tirée par ces deux poincts, sera vne ligne horaire Italique. Par exemple, pour descrire la ligne de la 23 heure Italique, ie cherche 23 en la premiere colomne de ladite table, & trouué vis à vis 5 heures astronomiques, qui signifient que la ligne de la 23 heure Italique doit passer par l'intersection de la ligne equinoctiale, & de la 5 heure astro-

Æquinoct.		*12 h. Ital.*		*24 h. Ital.*		*6 h. Astron.*		*24 h. Astron.*	
Ital.	*Astron.*	*Ital*	*Astron.*	*Ital.*	*Astron.*	*Ital.*	*Ital.*	*Ital.*	*Ital.*
24	6	24	6	24	12	24	12	24	0
23	5	23	5½	23	11½	23	13	23	1
22	4	22	5	22	11	22	14	22	2
21	3	21	4½	21	10½	21	15	21	3
20	2	20	4	20	10	20	16	20	4
19	1	19	3½	19	9½	19	17	19	5
18	0	18	3	18	9	18	18	18	6
17	11	17	2½	17	8½	17	19	17	7
16	10	16	2	16	8	16	20	16	8
15	9	15	1½	15	7½	15	21	15	9
14	8	14	1	14	7	14	22	14	10
13	7	13	0½	13	6½	13	23	13	11
12	6	12	0	12	6	12	24	12	12
11	5	11	11½	11	5½	11	1	11	13
10	4	10	11	10	5	10	2	10	14
9	3	9	10½	9	4½	9	3	9	11
8	2	8	10	8	4	8	4	8	16
7	1	7	9½	7	3½	7	5	7	17
6	0	6	9	6	3	6	6	6	18
5	11	5	8½	5	2½	5	7	5	19
4	10	4	8	4	2	4	8	4	20
3	9	3	7½	3	1½	3	9	3	21
2	8	2	7	2	1	2	10	2	22
1	7	1	6½	1	0½	1	11	1	23
Babyl.	*Astron.*	*Babyl.*	*Astron.*	*Babyl.*	*Astron.*	*Babyl.*	*Babyl.*	*Babyl.*	*Babyl.*
Æquinoct.		*12 h. Babyl.*		*24 h. Babyl.*		*6 h. Astron.*		*24 h. Astron.*	

omique : puis ie cherche en la 3 colomne (qui a pour tiltre 24 . Ital.) les 23 heures Italiques, & trouue vis à vis 11½, qui signifie ue la 23 heure Italique doit passer par l'interſection de la ligne

de la 24 heure Italique, & de la 11½ astronomique. Par la mesme methode on trouuera, que la ligne de la 16 heure Italique doit passer par l'intersection de la ligne equinoctiale & de la 10 heure astronomique: & aussi par l'intersection de la ligne de la 24 heure Italique, & de la 8 heure astronomique: & ainsi continuant on trouuera toutes les lignes horaires Italiques.

Pour descrire vn quadrant Babylonique, il faut operer de mesme, en nous seruant des nõbres de la 1 & 3 colomne de la mesme table.

La table precedente est de l'inuention de Maurolicus, & peut seruir à trouuer les lignes horaires des heures Italiques & Babyloniques, qui se peuuent aussi trouuer par celle qui est en la page 705 du 5 tome, en laquelle nous auons mis les heures astronomiques aux lieux de celles qui commencent à midy ou à minuict, afin de retenir par cœur plus facilement les lignes des heures astronomiques, Italiques, & Babyloniques, qui s'entrecoupent en vn mesme poinct: Par consequent la table des heures Babyloniques de la page 708 du 5 tome, que i'ay du depuis osté auec les propositions qui en dependoient, & mis en sa place celle de Maurolicus, estoit inutile, ayant erreur en ses titres, à cause de la transposition de 12 & 24, & aussi de 6 & 24.

Or les 12 lignes de 24 heures astronomiques couppent la ligne equinoctiale en 11 ou 12 poincts, par chacun desquels passe vne ligne horaire Italique, & vne Babylonique: & n'y aura pas beaucoup de difficulté à distinguer les Italiques des Babyloniques, si on considere que des heures qui arriuent durant le iour, l'vnité, qui est la premiere des Babyloniques, finit vne heure apres le leuer du Soleil: & 24, qui est au haut de la mesme colomne, est la derniere Italique finissant auec le iour. Et suiuant la suite de ces deux commencements, les heures Babyloniques vont en augmentant, & les Italiques en diminuant.

Que si on descrit les heures Italiques & Babyloniques en vn mesme quadrant, celles qui seront differentes de 12 heures s'entrecouperont en vn mesme poinct de la ligne equinoctiale: & celles qui auront le mesme nombre d'heures, comme la 14 heure Italique & la 14 Babylonique, se trouueront en vne mesme ligne droite, à sçauoir l'Italique en vn bout, & la Babylonique en l'autre bout.

Ordinairement les quadrants Italiques & Babyloniques sont [t]erminez du Septentrion & du Midy par les deux tropiques, de [l'O]rient par la ligne horaire de la 23 heure Italique, & de l'Occi[d]ent par la premiere Babylonique.

En la page 717 du 5 tome, nous auons mis vne table pour descri[re] l'arc diurne du tropique de Cancer en vn quadrant horizontal, [e]t vne autre table en la page suiuante pour descrire celuy de Ca[p]ricorne: mais afin que ces deux tables puissent seruir à descrire [le]s arcs diurnes en toutes sortes de plans, on attribuera la premiere [ta]ble au tropique qui sera plus proche du pole du plan du qua[d]rant, & la seconde au tropique qui sera plus esloigné dudit pole. [I]l faut aussi noter, que les vsages de ces deux tables presupposent [q]ue la ligne substilaire soit la meridienne du quadrant Astronomi[q]ue: partant, si la substilaire est ligne horaire d'vne autre heure [q]ue de midy, pour descrire les arcs des deux tropiques par le [m]oyen desdites deux tables, on attribuera à la substilaire l'heure de [m]idy, & aux autres lignes les heures qu'elles peuuent auoir au re[s]pect de 12 heures de la substilaire.

Des quadrans Antiques. page 795.

Les lignes horai[r]es des quadrans [a]ntiques couppent [l]a ligne equinoctia[l]e aux mesmes [p]oincts que les li[g]nes horaires astro[n]omiques. Partant [s]i en la ligne equi[n]octiale H L, on [t]rouue les poincts [d]es lignes horaires [a]stronomiques, & [e]n l'arc P R du tro[p]ique de Capricor[n]e ceux des lignes horaires antiques du plus court iour de l'anné[e]

les lignes droictes menées des poincts trouuez en l'arc du tropique par ceux de la ligne equinoctiale, seront les lignes horaires requises du quadrant antique : le stile duquel doit estre perpendiculaire au plan du quadrant, de mesme qu'aux quadrants Italiques & Babyloniques.

Etymologie & explication des noms & termes plus obscurs des Mathematiques.

ACRONYQVE, en Grec *acros*, signifie sommet ou extremité, & *nyx*, la nuict: d'où vient que les estoilles, durant qu'elles se leuent le soir, ou se couchent le matin, s'appellent acronyques. tome 4. page 64. & t. 5. p. 482.

Ære, *epoche*, vient de *æra*, qui en Latin se prenoit pour vne espece de monnoye de cuiure de peu de valeur, & aussi pour vn nombre ou somme, & maintenant il signifie epoche ou racine du temps. t. 5. p. 455.

Agoge, *deduction*, vient du verbe Grec *ago*, qui signifie mener & conduire. t. 5. p. 834.

Altimetrie, *science de mesurer lignes droictes*, vient de *alti*, qui en Latin signifie hauteur, & de *metron*, qui en Grec signifie vne mesure. t. 3. p. 114.

Amblygone, *obtusangle*, vient de *amblys*, qui en Grec signifie obtus, & de *gonia*, angle. t. 1. def. 27.

Amphisciens, en Grec *amphi*, signifie de deux costez, & *scia*, ombre: d'où vient, que ceux qui ont l'ombre meridienne en vne saison de l'année Septentrionale, & en vne autre Meridionale, s'appellent amphisciens. t. 4. p. 93.

Analyse, *resolution*, vient de *analyo*, qui en Grec signifie resoudre. t. 2. p. 9. de l'algebre.

Anomalie, *irregularité*, en Grec la lettre *a* sign. priuation ou negation, & *homalos*, égal & vniforme: d'où vient le nom d'anomalie, qui sign. ce qui n'est pas égal ny vniforme. t. 5. p. 474.

Anastrophe, *conuersion*, en Grec *anastrepho*, composé de *ana* & de *stre-*

pho, signifie renuerser, & mettre au rebours, & se prend pour vn changement d'ordre en son contraire. t. 2, p. 75. alg.

Antarctique, *opposé à l'Arctique*, vient de *anti*, qui en Grec signifie opposé, & *arctos*, vne ourse. t. 4. p. 7.

Anteciens, en Grec *anti*, sign. opposé, & *oicos* maison: d'où vient le nom d'anteciens, qui signifie ceux qui sont sous vn mesme meridien, esloignez de l'equateur également vers diuers poles. t. 4. p. 95.

Antithese, *transposition*, vient de *anti*, qui en Grec sign. opposé, & *thesis*, position. t. 2. p. 89. alg.

Antipodes, en Grec *anti*, sign. opposé, & *podos* du pied, d'où vient le nom d'antipodes, qui signifie estre opposé par le diametre de la terre. t. 4. p. 95.

Apocatastase, est vn mot Grec, qui signifie restitution, & se prend pour le temps que mettent plusieurs planetes à retourner à la mesme situation où elles auoient esté auparauant. t. 5. p. 415.

Apogée, en Grec *apo* signifie *de*, & *ge* la terre: d'où vient apogée, qui sign. l'endroit du ciel plus esloigné de la terre. t. 5. p. 271.

Aranée, ainsi nommée de *aranea*, qui en Latin sign. vne araigne, & aussi la toile d'araigne, est vne pellicule composée des ciliaires, & de crystalloïdes, qui est la pellicule qui enuironne l'humeur crystalline. t. 5. p. 5.

Arctique, vient de *arctos*, qui en Grec signifie vne ourse. t. 4. p. 7.

Astrolabe, en Grec *astron* sign. astre, & *labe* vne anse: d'où vient le nom d'astrolabe, qui est vn instrument plat & rond, propre à obseruer les astres.

Astrologie, est composé de *astron*, & de *logos*, qui en Grec sign. parole ou discours. t. 4. p. 3.

Astronomie, est composé de *astron* & de *nomos*, qui en Grec signifie loy ou maniere de faire. t. 4. p. 2.

Barypicni, *frequence des graues*, vient de *barys*, qui en Grec sign. pesant & graue, & *pycnos*, dru & frequent. t. 5. p. 823.

Bissexte, en Latin *bis*, sign. deux fois, & *sextum* sixiesme: d'où vient le nom de l'année bissexte, en laquelle le sixiesme des Calendes de Mars, se conte deux fois. t. 2. p. 142.

Canon, en Grec sign. regle à tirer lignes droictes, & aussi la regl

ou loy qu'on doit obseruer : d'où vient que les tables des sinus s'appellent canon mathematique, à cause qu'elles contiennẽt les proportions des costez des triangles rectilignes, à raison de leurs angles, & sont le fondement des calculs mathematiques. t. 5, p. 5.

Castrametation, *logement d'armée*, vient de *castrametor*, qui en Latin signifie mesurer le camp. t. 3. p. 258.

Catoptrique, en Grec *catoptron*, sign. vn miroir, d'ou vient la catoptrique, qui est la partie de l'optique qui traicte de la vision, qui se fait par le moyen des miroirs. t. 5. p. 1 & 89.

Casemates, sont chambres ou espaces aux flancs des bastions, d'où auec canons & harquebuses on defend la ville, & s'appellent ainsi de *casa*, qui en Espagnol sign. maison, & *matar*, tuer.

Censique, *quarré*, vient de *census*, qui en Latin signifie rente.

Chiromance vient de *cheir*, qui en Grec signifie la main, & *mantis* deuineur.

Chorographie, *description de region*, vient de *chora*, qui en Grec sign. region, & *graphia*, description. t. 4. p. 3.

Choroïde, vient de *chora*, qui en Grec sign. region, & aussi vn lieu ou espace à contenir quelque chose. t. 5. p. 6.

Chronologie, *traicté de la suite du temps*, est composé de *chronos*, qui en Grec signifie le temps, & *logos* discours ou raison. t. 2. p. 138. & t. 5. p. 456.

Chrome vient de *chroma*, qui en Grec signifie couleur, & aussi qualité ou douceur du chant. t. 5. p. 817.

Cissoïde, en Grec *cissos*, sign. du lierre, & *eidos* espece ou figure, d'où vient le nom d'vne ligne courbe, semblable à vne anse de panier. t. 2. p. 3. alg.

Climat, en Grec *climax*, sign. eschelle, & aussi les degrez d'vne montée : d'où vient le nom des climats, qui sont comme des degrez d'vn escalier, pour descendre de l'equateur vers les deux poles de la terre, chacun desquels l'enuironnant, est parallele à l'equateur, & sont de diuers temperaments. t. 4. p. 87.

Coëfficient, en Latin *con*, sign. auec, & *efficio* faire : d'où vient *coëfficient*, qui signifie vne chose, laquelle auec vne autre fait quelque chose. t. 2. p. 7. alg.

Comma vient de *copto*, qui en Grec sign. coupper. t. 5. p. 805.

Concentrique, vient du Latin *concentricum*, qui sign. auoir mesm centre que la terre. t. 5. p. 469.

Conchoïde, en Grec *concha*, sign. escaille, & *eidos* figure, idée, espe ce : d'où vient le nom d'vne ligne courbe, qui ne differe pa beaucoup de l'hyperbole. t. 2. p. 3.

Conoïde, en Grec *conos*, signifie vn cone, & *eidos* figure : d'où vien le nom d'vn solide contenu sous deux superficies, dont l'vne es spherique, & l'autre plane, comme est vn pain de succre.

Contrescarpe, *bort exterieur du fossé*, vient de *contre*, qui sig. opposé & *scarpe*, le pied du mur de la ville. t. 3. p. 181.

Corollaire, *consequence*, vient de *corolla*, qui en Latin signifie petit couronne. t. 1. def. 42.

Corridor, *chemin couuert*, est vn espace qu'on fait sur le bord exte rieur du fossé tout à l'entour de la ville auec vn parapet, & vien de *correre*, qui en Italien sign. courir. t. 3. p. 181.

Cosinographie, *description du monde*, vient de *cosmos*, qui en Grec si gnifie le monde, & *graphia* description. t. 4. p. 1.

Cossique, *denommé*, vient de *cosa*, qui en Italien sign. vne chose t. 2. p. 3. alg.

Cycle, *reuolution*, vient de *cyclos*, qui en Grec signifie reuolution t. 2. p. 149.

Cylindre, *vne colomne ou pilier rond*, d'égale grosseur, vient de *cylin dromai*, qui en Grec sign. rouler. t. 1. p. 651.

Diagramme, *figure*, vient de *dia*, qui en Grec sign. par, & *gramm* ligne. t. 5. p. 835.

Diapason vient de *dia*, qui en Grec sign. par, & *pas* tout : & s'ap pelle vulgairement *octaue*, à cause que son interualle, qui est double, est composé des sons des extremes de huict chordes. t. 5. p. 803.

Diapente, *la quinte*, vient de *dia*, qui en Grec sign. par, & *pente* cinq: à cause que son interualle, qui est comme 2 à 3, est composé des sons des extremes de cinq chordes.

Diastole, *dilatation*, vient du verbe Grec *diastello*, qui sign. ouurir & eslargir.

Diatessaron, *la quarte*, vient de *dia*, qui en Grec sign. par, & *tessares* quatre : à cause que son interualle, qui est comme 3 à 4, est faict

des sons des deux extremes de quatre chordes. t. 5. p. 803.
Diese vient de *diesis*, qui en Grec sign. diuision & separation. t. 5. p. 805.
Diezeugmena, *disioinctes*, en Grec *zeugnymi*, signifie ioindre, & *diazeugnymi*, disioindre, d'où vient diezeugmena, qui sign. disiointes, t. 5. p. 809.
Dioptrique vient de *dioptra*, qui en Grec sign. vne pinulle, au trauers de laquelle on regarde pour mesurer quelque chose. t. 5. p. 1. & 126.
Dodecaedre vient de *dodeca*, qui en Grec sign. douze, & *hedra* siege. t. 1 p. 653.
Diton, *tierce maieur*, vient de *dis*, qui en Grec sign. deux fois, & *tonos* vn ton: à cause qu'il est composé de deux tons, dont l'vn est maieur, & l'autre mineur. t. 5. p. 803.
Eccentrique, qui vient de *extra*, qui en Latin sign. hors, & *centrum* le centre, est vn cercle ou orbe, qui a son centre hors le centre de la terre. t. 5. p. 469.
Eclipse, vient du verbe Grec *ecleipo*, qui sign. defaillir. t. 4. p. 469.
Ellipse, *ouale*, en Grec *elleipo*, sign. laisser & obmettre, & *elleipsis* obmission & defaut: d'où vient, que la section conique, qui a les quarrez des moitiez de ses ordonnées defaillants, s'appelle ellipse. t. 5. p. 690.
Embrazures, vient d'embrasser & contenir, & se font non seulement aux cazemates & canonnieres, mais aussi aux fenestres des chambres, qui ont leurs murs espais, afin d'auoir plus de lumiere dans la chambre, & d'espace pour s'approcher des fenestres.
Epacte, qui est vn certain nombre de iours qu'on prend en chaque année pour trouuer l'aage de la Lune, vient de *epagomai*, qui en Grec sign. introduire. t. 2. p. 145.
Ephemerides, en Grec *ephemeris*, sign. iournalier, d'où vient le nom du liure qui contient les lieux des planetes pour chaque iour de l'année.
Epicycle vient de *epi*, qui en Grec signifie en ou dedans, & *cyclos* cercle. t. 5. p. 470.
Epipedometrie, *planimetrie*, vient de *epipedos*, qui en Grec signifie

ſuperficie plate, & *metron* vne meſure. t. 3. p. 152.

Epoche, *ere*, en Grec *epecho*, ſign. retenir & arreſter, d'où vient nom d'epoche, qui ſignifie vn principe du temps. t. 2. p. 138. & t. 5. p. 456.

Equateur, *equinoctial*, vient du verbe Latin *aequare*, qui ſign. rendr égal, à cauſe que le Soleil eſtant en ce cercle, les iours ſont égau aux nuicts par tout le monde. t. 4. p. 12.

Equinoctial, *equateur*, en Latin *equi* ſign. égal, & *nox* la nuict d'où vient le nom d'equinoctiale, qui ſignifie vn cercle, où l Soleil eſtant, le iour eſt égal à la nuict. t. 4. p. 12.

Etymologie vient de *etymos*, qui en Grec ſign. vray, & *logos* parole & raiſon.

Euthymetrie, *altimetrie*, vient de *eythys*, qui en Grec ſign. ligne dro te, & *metron* vne meſure.

Exegetique vient de *exegetice*, qui en Grec ſignifie explication. t. : p. 95. alg.

Fauſſebraye, *chemin des rondes*, le pied du mur d'vne ville ou forte reſſe s'appelle ſcarpe de *ſcarpa*, qui en Italien ſignifie ſoulier Que ſi au deſſus il y a double mur l'vn deuant l'autre, l'exterieur qui ordinairement n'eſt qu'vn parapet, s'appelle fauſſebraye, d *braye*, qui en ancien Gaulois ſignifie chauſſe, & *fauſſe*, qui ſignifi qu'il n'eſt pas le principal mur. t. 3. p. 181.

Gabions, ſont eſpeces de grandes corbeilles remplies de terre, qu ſeruent à nous couurir contre le canon de l'ennemy, & ſon ainſi nommées de *gabbano*, qui en Italien ſignifie vn mantea de feutre bon contre la pluye.

Geodeſie, ſcience de diuiſer & partager les heritages vient de *ge* qui en Grec ſignifie la terre, & *daiomai* diuiſer.

Geographie, *deſcription de la terre*, vient de *ge*, qui en Grec ſignifi la terre, & *graphia* deſcription. t. 4. p. 3.

Geomance, vient de *ge*, qui en Grec ſignifie la terre, & *mantis* vn diuineur, & a eſté ainſi nommée à cauſe qu'anciennement pou deuiner par ceſte ſcience, au lieu de marquer les poincts ſur l papier on les marquoit ſur la terre.

Geometrie, ſcience de meſurer, vient de *ge*, qui en Grec ſignifie l terre, & *metron* vne meſure. t. 3. p. 114.

Glacis, vient de la *glace*, à cause que le dessus des murailles ou terrasses, qui sont en glacis, & non à niueau & parallels à l'horizon, sont coulant comme la glace. t.3. p.181.

Gnomonique, *horologiographie*, vient de *gnomon*, qui en Grec signifie vne esquierre : à cause, qu'aux quadrans le stile perpendiculaire auec l'oblique fait vn angle. t.5. p.682.

Graphometre, *instrument à mesurer*, vient de *grapho*, qui en Grec signifie descrire, & *metron* mesure. t.3. p.115.

Harmonie, *accord*, *musique*, vient de *harmozo*, qui en Grec signifie conuenir, & mettre chaque chose où elle s'accommode mieux. t.5. p.802.

Hegire, est l'epoche qui est en vsage parmy les Turcs, laquelle commence le 16. de Iuillet de l'an 622. de nostre Seigneur. t.5. p.457.

Heliaque, *solaire*, vient de *helios*, qui en Grec sign. le Soleil. t.4. p.63.

Helix, *ligne spirale*, vient de *eilisso*, qui en Grec signifie tourner à l'entour. t.2. p.3.

Hemisphere vient de *hemisys*, qui en Grec sign. la moitié, & *sphaira* globe ou boule.

Heterogene, *de diuers genre*, vient de *heteros*, qui en Grec signifie autre, & *genos* genre.

Heterosciens, en Grec *heteros*, sign. l'vn, & *scia* ombre : d'où vient le nom de heterosciens, qui signifie ceux qui ont à midy tousiours l'ombre septentrionale ou meridionale. t.4. p.94.

Hexachorde maieur ou mineur, *sexte maieur ou mineur*, vient de *hex*, qui en Grec sign. six, & *chorde* vne chorde de boyau. t.5. p.803.

Holometre, *instrument à mesurer*, vient de *holos*, qui en Grec signifie tout, & *metron* vne mesure.

Homogene, en Grec *homoios*, signifie semblable, & *genos* genre : d'où vient le nom de homogene, qui signifie les choses qui ne sont composées de diuers genres. t.2. p.6. alg.

Homologue, *de mesme raison*, vient de *homoios*, qui en Grec signifie semblable, & *logos* raison. t.1. p.198.

Horizon, *horizo*, en Grec signifie borner : d'où vient le nom d'horizon, qui est vn cercle qui borne nostre veuë, & distingue l'hemisphere superieur que nous voyons, de l'inferieur que nous ne voyons pas. t.4. p.10.

:cope, en Grec *hora*, sign. le temps, & *scopeo* obseruer : d'où
ıt le nom d'horoscope, qui sign. la figure de la constitution
:iel pour l'heure proposée. t. 4. p. 137.
ïdes, qui est la pellicule qui contient l'humeur vitrée, vient
hyalos, qui en Grec signifie le vitre, t. 5. p. 6.
ıulique, *spiritale*, vient de *hydor*, qui en Grec signifie l'eau, &
›s vn tuyau.
›graphie, *description des mers*, vient de *hydor*, qui en Grec sign.
ıu, & *graphia* description. t. 4. p. 3.
te, en Grec *hypertatos*, sign. supreme, d'où par syncope vient
pate. t. 5. p. 809.
ıge, signifie estre sous les rayons, car en Grec *hyp*, sign. estre
ıs, & *ayge* lumiere. t. 5. p. 482.
:bole, en Grec *hyperballo*, sign. exceder, & *hyperbole* excez : d'où
nt que la section conique, qui a les quarrez des moitiez de
ordonnées excedants s'appelle hyperbole. t. 5. p. 690.
bibasme, vient de *hypobibazo*, qui en Grec sign. faire descen-
: & diminuer. t. 2. p. 86. alg.
stase, vient de *hypostasis*, qui en Grec signifie subsistance. t. 2.
79. alg.
thenuse, qui est le costé qui soustient l'angle droict d'vn
ngle, vient de *hypoteino*, qui en Grec signifie subtendre.
these, est la chose qu'on concede pour fondement de la con-
uence qu'on veut tirer, & vient de *hypothesis*, qui en Grec si-
ifie supposition. t. 1. p. 801.
raghie, *plan geometrique*, vient de *Ichnos*, qui en Grec signifie
tige de la plante du pied, & *graphia* description. t. 5. p. 190.
›dre, vient de *eicosi*, qui en Grec signifie vingt, & *hedra* siege
. p. 653.
gird est l'epoche qui est en vsage parmy les Perses, laquelle
nmence le 16 de Iuin de l'an 632 de nostre Seigneur. t. 5. p. 457
:ion est vn espace de quinze ans, institué par les anciens Ro-
ins pour monstrer les années ausquelles on deuoit payer le
›ut, & vient du verbe Latin *indicere*, qui signifie denoncer
. p. 152.
ı Soleil, la cornée est distinguée en l'iris & en la prunelle

l'iris, ainsi nommée à cause de la diuersité de ses couleurs, de l'arc en ciel, qui en Latin s'appelle *Iris*, touche le blanc de l'œil qui l'enuironne. La prunelle est le noir de l'œil qui paroist au milieu de l'iris, correspondant directement au trou de l'vuée. t. 5. p. 5.

Isoscele vient de *Isos*, qui en Grec signifie égal, & *scelos* la iambe. t. 1. def. 24.

Isomerie vient de *Isos*, qui en Grec signifie égal, & *meros* partie. t. 2. p. 83. alg.

Isoperimetre, *égales en circuits*, vient de *Isos*, qui en Grec sign. égal, *peri* à l'entour, & *metron* vne mesure. t. 4. p. 44.

Istiodromie, *l'art de nauiger*, vient de *Istion*, qui en Grec signifie nauire, & *dromos* course. t. 4. p. 400.

Kalendrier vient de *Kalendæ*, qui en Latin signifie le premier iour du mois. Or les Calendes de Mars, May, Iuilet, & Octobre vont iusques au seiziesme du mois precedent: Les 8 iours, qui sont depuis le quinziesme iusques au huictiesme, sont attribuez aux Ides: & les 6 iours qui sont depuis le septiesme iusques au second, aux Nones. Aux autres mois, les Calendes vont iusques au quatorziesme du mois precedent: Les Ides, qui ont tousiours 8 iours, depuis le treiziesme iusques au sixiesme: & les 4 iours, qui sont depuis le 5 iusques au second, sont attribuez aux Nones. D'où s'ensuit qu'au mois d'Auril, par exemple, le quatriesme iour est le second des Nones: le dixiesme, le quatriesme des Ides: & le vingtiesme, est le douziesme des Calendes de May. t. 2. p. 142.

Lemme vient de *lambano*, qui en Grec sign. prendre. t. 1. def. 43.

Lichanos, est vn mot Grec qui signifie le doigt de la main qui est le plus proche du pouce, nommé en Latin *Index*, & signifie aussi vne chorde ou voix de la musique. t. 5. p. 809.

Limeneuretique, *l'art de nauiger*, vient de *limen*, qui en Grec signifie vn port, & *eurisco* trouuer.

Limma vient de *leimma*, qui en Grec signifie reste, t. 5. p. 805.

Logarithme, vient de *logos*, qui en Grec sign. raison ou proportion, & *arithmos* nombre. t. 3. p. 13.

Logistique vient de *logizomai*, qui en Grec sign. calculer. t. 2. p. 11.

[l]romie vient de *loxos*, qui en Grec signifie oblique, & *drom*[e]
[co]urse. t. 4. p. 403.
[Lustre] est vn espace de cinq ans, ainsi nommé de *lustrare*, qui en La[tin]
signifie aller à l'entour: à cause qu'anciennement les Ro[ma]
ins, par processions, prieres & sacrifices, purgeoiẽt la ville d[e cin]
q ans en cinq ans.
[Mapp]e-monde est la Carte vniuerselle du monde, ainsi nommé [de]
mappa, qui en Latin signifie vne nappe, & *mundi* du monde
[t.] 4. p. 156.
[Mec]ometre, *instrument à mesurer*, vient de *mecos*, qui en Grec signi[fie]
longueur, & *metron* vne mesure.
[Mel]odie vient de *melos*, qui en Grec signifie des carmes: il sembl[e]
[au]ssi que *melos* vienne de *meli*, qui signifie du miel. t. 5. p. 802.
[Mel]opée vient de *melos*, qui en Grec signifie des carmes, & *poie*[in]
[fai]re: d'où vient aussi *melopoya*, qui sign. modulation. t. 5. p. 807
[Men]inge, *dure ou tendre mere*, vient de *meninx*, qui en Grec signifi[e]
[m]embrane, & particulierement celle qui enuironne le cerueau
[pa]r dehors. t. 5. p. 5.
[Mer]idien vient de *meros*, qui en Grec sign. partie, & de *dies*, qui en
[L]atin signifie le iour. t. 4. p 11.
[Mer]lon, est le mur qui est entre deux canonnieres, & s'appell[e]
[ai]nsi de *merlo*, qui en Italien sign. carneau.
[Mes]e, *moyenne*, vient de *mesoo*, qui en Grec signifie estre au milieu
[t.] 5. p. 809.
[Me]teore vient de *meteoros*, qui en Grec signifie sublime ou haut
[d]'où vient aussi *meteora*, qui sont les choses qui s'engendrent l[à]
[h]aut en l'air.
[Me]teorologie est la science qui traicte des meteores.
[Me]toposcopie vient de *metopon*, qui en Grec signifie le front, &
scopeo considerer.
[Mu]sique vient de *mousa*, qui en Grec signifie muse deesse du chan[t]
t. 5. p. 802.
[Ne]te, en Grec signifie la derniere. t. 5. p. 809.
[Ol]ympiades, est vn espace de 4 ans, ainsi nommé des ieux & exerci[-]
ces Olympiques, qui se faisoient anciennement de 4 ans en [4]
ans en la Peloponnese pres la ville d'Olympe. t. 5. p. 457.

Octaedre vient de *octo*, qui en Grec sign. huict, & *hedra* siege. t. 1. p. 653.
Ordonnées sont lignes paralleles inscriptes dans les sections coniques, chacune desquelles est couppée en deux parties égales par le diametre de la section, & s'appellent ainsi, à cause qu'elles s'entresuiuent suiuant l'ordre de leurs grandeurs.
Organopoëtique, *science de faire des instruments*, vient de *organon*, qui en Grec signifie instrument, & *poieo* faire.
Optique vient de *optomai*, qui en Grec signifie voir. t. 5. p. 1.
Ouranoscopie, *astronomie*, vient de *ouranos*, qui en Grec signifie le ciel, & *scopeo* obseruer.
Oxygone vient de *oxys*, qui en Grec signifie aigu, & *gonia* angle. t. 1. def. 28.
Palissade vient de *palus*, qui en Latin signifie vn pau ou pieu à ficher en terre.
Parabole, en Grec signifie comparaison : & parce que la comparaison est bonne aux choses égales, la section conique, les quarrez des moitiez des ordonnées de laquelle ne sont excedants ny defaillants, s'appelle parabole. t. 5. p. 690.
Parallaxe, *commutation d'aspect*, vient de *paralatto*, qui en Grec sign. changer. t. 4. p. 50.
Parallelogramme vient de *parallelos*, qui en Grec sign. equidistante, & *gramme* ligne. t. 1. def. 35.
Parallelipipede vient de *parallelos*, qui en Grec sign. equidistante. & *epipedos* superficie plane. t. 1. p. 635.
Paranete, *penultiesme*, vient de *para*, qui en Grec signifie proche, & *nete* la derniere. t. 5. p. 809.
Parapet vient de *para*, qui en Italien signifie parer, & *petto* l'estomac ou poitrine. t. 3. p. 181.
Parodique, en Grec *para*, sign. par, & *hodos* chemin : d'où vient que les quantitez qui s'entresuiuent par vne mutation continuelle de genre en genre, se disent estre en diuers degrez parodiques. t. 2. p. 5. alg.
Perieciens, en Grec *peri* sign. à l'entour, & *oicos* maison : d'où vient que ceux qui demeurent aux deux bouts du diametre d'vn cercle parallele à l'equateur, s'appellent perieciens. t. 4. p. 94.

ciens, sont ceux qui demeurent aux Zones froides, ainsi nom-
ez de *peri*, qui en Grec signifie à l'entour, & *scia* l'ombre
4. p. 94.

ée, qui est l'endroit plus proche de la terre de l'orbe ou cer-
d'vne planete, vient de *peri*, qui en Grec signifie à l'entour
proche, & *ge* la terre. t. 5. p. 471.

ia, vient de *peteuo*, qui en Grec signifie ioüer. t. 5. p. 834.

omenes, qui vient du Grec, & apparences du Latin, signi-
nt la mesme chose, à sçauoir les choses qui nous paroissent
ciel.

iognomie, vient de *physis*, qui en Grec signifie la nature, &
omia cognoissance.

imetrie, en Latin *planum*, signifie vn plan, & en Grec *metron*
ie mesure : d'où vient que la science de mesurer les superficies
ppelle planimetrie. t. 3. p. 152.

e, vient de *pleco*, qui en Grec signifie ioindre. t. 5. p. 834.

omance, vient de *podos*, qui en Grec signifie du pied, & *manti*
uineur.

gone, *figure de plusieurs angles*, vient de *poly*, qui en Grec signifi
usieurs, & *gonia* angle.

nomie, *de plusieurs noms ou parties*, vient de *poly*, qui en Gre
gnifie plusieurs, & *onoma* nom.

sme, & poristique, *porisma*, en Grec signifie la consequence
cessaire qui suit des premices, & *poristices*, d'où vient poristi-
ie, signifie vne chose qui se peut obtenir ou trouuer. t. 5. p. 801

ne, vient de *prio*, qui en Grec signifie sier. t. 1. p. 649.

leme, *question*, en Grec *pro*, signifie deuant, & *ballo* ietter : d'où
ent le nom du Probleme, qui signifie vn obstacle, & aussi vne
uestion qu'on propose à resoudre. t. 1. def. 40.

otype, *l'original*, vient de *protos*, qui en Grec signifie le premier,
typos, impression ou figure, qui se fait en moule.

mide, vient de *pyr*, qui en Grec signifie le feu. t. 1. p. 649.

lambanomenos, *adiointe*, vient de *proslambano*, qui en Grec sig.
lioindre. t. 5. p. 809.

thapherese, en Grec *prothesis*, signifie l'addition, & *aphairesis* la
ustraction : d'où vient que prosthapherese composé de ces

deux mots signifie laquelle on voudra de l'addition & soustraction. t.5.p.474.

Rauelin, est la demy-lune qu'on fait deuant la porte, & s'appelle ainsi de *reuelare*, qui en Latin signifie descouurir : à cause qu'au rauelin on prend garde quels gens sont ceux qui veulent entrer dans la ville.

Retina, qui est vne pellicule contenant hyaloïdes, & l'humeur vitrée, vient de *rete*, qui en Latin signifie vne rets. t.5.p.6.

Saucisse, sont faits de menus bois, comme les fagots, & s'appellent ainsi, à cause de leur forme semblable à des saussisses à manger.

Scenographie, qui est la perspectiue, non de la superficie, mais du corps, vient de *scene*, qui en Grec signifie vne tente, & *graphia*, description. t.3. p.191

Sciagraphie, vient de *scia* ombre, & *graphia*, description, & signifie la mesme chose que scenographie. t.5.p.191.

Sclerodes, qui est la continuation de la cornée, vient de *scleres*, qui en Grec signifie dure & rude : Et la pellicule blanche, qui couure sclerodes iusques à la cornée, s'appelle *conionctiue*, *adherente*, & *consolidatiue*, & est vn erreur en l'anatomie de l'œil, qui est en la 5. page du 5. tome, de n'auoir distingué la consolidatiue de sclerodes.

Spæroïde, est vn solide spherique, comme vn melon, ainsi nommé de *sphaira*, qui en Grec signifie sphere, & *eidos* figure.

Spiritale, *hydraulique*, vient de *spira*, qui en Latin signifie spirer & souffler. t.5.p.224.

Stereometrie vient de *stereos*, qui en Grec signifie solide, & *metron* vne mesure. t. 3. p. 172.

Symperasme vient de *symperasma*, qui en Grec signifie conclusion.

Syncrise, distinction de deux choses les comparant l'vne auec l'autre, est composé de *syn*, qui en Grec signifie auec, & *crino* discerner.

Synemmenon, *conioinctes*, vient de *syneimi*, qui en Grec signifie estre ensemble. t.5. p.809.

Synodique, *de conionction*, vient de *syn*, qui en Grec signifie auec, & *hodos* chemin, & *synodos* synode, assemblée, ou conionction. t.5. p. 453.

Syſteme vient de *ſyſtema*, qui en Grec ſignifie vne choſe compoſée de pluſieurs parties. t. 5. p. 502. & 819.

Syſtole, *contraction ou eſtreciſſement*, vient de *ſyſtole*, qui en Grec ſignifie eſtrecir.

Talu vient de talon, à cauſe qu'il ſert de talon à la muraille, pour empeſcher qu'elle ne ſe renuerſe. t. 3. p. 181.

Teleſcope, *lunette à longue veuë*, vient de *tele*, qui en Grec ſignifie loin, & *ſcopeo* voir & obſeruer. t. 5. p. 127.

Tetraedre vient de *tetra*, qui en Grec ſignifie quatre, & *hedra* ſiege. t. 1. p. 635.

Theoreme, vient de *theoreo*, qui en Grec ſignifie voir, conſiderer, & contempler. t. 1. def. 41.

Topographie, vient de *topos*, qui en Grec ſignifie vn lieu, & *grapha* deſcription. t. 4. p. 3.

Trapeze, vient de *trapeza*, qui en Grec ſignifie vne table. t. 1. def. 33.

Trigonometrie, vient de *trigonon*, qui en Grec ſignifie vn triangle, & *metron* vne meſure. t. 3. p. 99.

Tropique, vient de *trepo*, qui en Grec ſignifie retourner. t. 4. p. 17.

Vuea, vient de *vua*, qui en Latin ſignifie grappe de raiſin : à cauſe que cette pellicule eſt noire comme le raiſin.

Zetetique, *queſtion*, vient de *zeteo*, qui en Grec ſignifie chercher.

Zodiaque vient de *zodion*, qui en Grec ſignifie animal. t. 4. p. 12.

Zone, en Grec ſignifie ceinture, d'où vient les noms des cinq zones. t. 4. p. 85.

FIN.



	Exempl. 1.		Exempl. 2.
hyp.	*cub.* b *est D.*	hyp.	bgh *est* ◊ *piped. rect* D.
	Req. est d^2f 2|2 b^3.		*Req est* d^2f 2|2 bgh.
	Constr.		*Constr.*
1. app.	▭.fm 2|2 □.b,	4. app.	▭.fm 2|2 ▭.bg,
17. 7	fmb 2|2 b^3,	17. 7	fmh 2|2 bgh,
13. 6	□.d 2|2 ▭.mb,	13. 6	□.d 2|2 ▭.mh,
concl. 1. a. 1	d^2f 2|2 fmb u b^3.	concl. 1. a. 1	d^2f 2|2 fmh u b^3.

COROLL.

Hinc perſpicuum eſt rectas datas homogeneorum affectionis, & comparationis tranſmutari poſſe in alias quaſlibet rectas.

De cecy eſt manifeſte, qu'on peut changer les lignes données des homogenes d'affection, & de comparaiſon, en d'autres telles qu'on voudra.

	Hypoth.	17. 6	h^2 2|2 fg. α
	$a^3 \sim fga$ 2|2 lmn.	8. app.	$h^2 \pi b^2$ 2|2 3 π 1,
	Req. π. *fa.*	17. 6	$3b^2$ 2|2 h^2. β
	$a^3 \sim 3b^2a$ 2|2 $a^3 \sim fga$,	1. concl. αβ. 1. a. f	$a^3 \sim 3b^2a$ 2|2 $a^3 \sim fga$,
	Item b^2d 2|2 lmn.	3. ſuppl.	*cub.* r 2|2 lmn,
	Constr.	11&12. 6	b, r, q, d *ſnt 4 contin. proportion.*
13. 6	f π h 2|2 h π g,	2. concl. 2. C. 11. 8	b^2d 2|2 r^3 u lmn.

PROPOS. V.

Inuenire cubum æqualem aggregato vel differentiæ duorum datorum cuborum.

Trouuer vn cube egal à l'aggregé ou difference de deux cubes donnez.

Hypoth.

c & l *snt* —; D.

cub.. g 2|2 *cub*.. c + *cub*.. l,

Req. est g.

| c, L, G, B |

Constr.

b *est* — *arbitr.*

11&12.6 b, c, d, f *snt* 4 *contin. proportion*;

11&12.6 b, l, m, n *snt* 4 *contin. proport*;

1. suppl. b, g, q, f + n *snt* 4 *contin. proport*;

symp. *cub*.. g 2|2 *cub*.. c, + *cub*.. l. α.

Demonstr.

2. s. 12. 8 *cub*.. c 2|2 b2f, *cub*.. l 2|2 b2n, β

2. s. 12. 8 *cub*.. g 2|2 b2f + b2n,

1. concl. β. 1. 2. 1 *cub*.. g 2|2 *cub*.. c + *cub*.. l,

2. suppl. b, m, q, b ~ c *snt* 4 *contin. proport*;

2. concl. d. α *cub*.. m 2|2 *cub*.. l ~ *cub*.. c.

Si proposita solida non sint cubi, transmutanda erunt in cubos per 3 huius libri; deinde per hanc inuenietur cubus æqualis aggregato, vel differentiæ eorum.

Si les solides proposez ne sont cubes, il faudra premierement, par 3 de ce liure, les reduire en cubes, puis on trouuera vn cube egal à l'aggregé ou difference d'iceux.

PROPOS. VI.

Inuenire cubo-cubum æqualem aggregato vel ifferentiæ duorum datorum cubo-cuborum.

Trouuer vn cube-cube egal à l'aggregé ou difference de eux cubes-cubes donnez.

Hypoth.

c & l *snt* —; D;
cub.. g 2|2 *cub*.. c + *cub*.. l,
Req. est g.

C ———
L ———
G ———
B ———

Constr.

b *est* — *arbitr.*
&12.6 b, c, d, f, g, h, m *snt 7 contin. proport.*
&12.6 b, l, m, n, o, p, q *snt 7 contin. proport.*
&12.6 b, g, d, e, f, n, m + q *snt 7 contin. proport.*
mp. g6 2|2 c6 + l6.

Demonstr.

C.12.8 c6 2|2 b5m, l6 2|2 b5q,
ncl.
a.1 g6 2|2 c6 + l6.

PROPOS. VII.

Datum cubum augere vel minuere secundum datam rationem.

Augmenter ou diminuer selon vne raison donnée vn cube donné.

Explicatio Notarum, *Explication des Notes*.

a 2|2 b *signifi. A est* æqualis, ɪɪ *egal à B.*
a 3|2 b *signifi. A est* major, ɪɪ *plus grand que B.*
a 2|3 b *signifi. A est* minor, ɪɪ *plus petit que B.*
zero, ɪɪ o *signifi.* nihil, ɪɪ *rien.*
ɪɪ, *signifi.* vel, *ou* : —+ ; *signifi. plus* : ~, *signifi. moins.*
$\surd$. *signifi.* radicem, *la racine.*
$\surd\surd$. *signifi.* radicem radicis quadratæ.
÷, non copulat, *ne conjoint pas* : -+, copulat, *conjoint*
ergo, $\surd$.9, *&* $\surd\surd$.81 2|2 3 : $\surd$.9, —+ $\surd\surd$.81 2|2 6.

p *suppl. signifi.* { postulatũ supplementi Algebræ / *postulat du supplement d'Algebre.*

a *est* • *fix.. reg. signifi.* { A est punctũ fixum regulæ. / *A est le poinct fixe de la regle.*

al *est*—D.. *magd. signifi.* { A est recta data magnitudine. / *A est ligne droite donnée de magd.*

1. *supplem. signifi.* primã prop. supplem. Algebræ
◊ *piped. signifi.* parallelepipedum, *parallelipipede.*
▭. a2~5a—+6, a~4 : virgula, *la virgule*, distingui multiplicatorem a~4 à multiplicãdo a2~5a—+6
ergo. ▭. 5—+4—+3, 7~3 : ~10, *est* 38.
hg π ga 2|2 hb π bd, *signifi.* HG *est* ad GA, vt HB ad BD

hg π | ga,
hb π | bd, *signifi.* hg π ga 2|2 hb π bd.

$\surd$.16—+9 *est* 5, *se pouuoit descrire plus distinctement ainsi*

7. 5	fgh π lmn 2|2 d3 π e3,
α.10.5	d3 π e3 2|2 3 raō. d π a,
β.s.23.5	3 raō. d π a 2|2 fgh π abc,
γ.11 5	fgh π lmn 2|2 fgh π abc,
2 concl.	
9. 5	fgh 2|2 abc.

PROPOS. IX. *est 9 supplementi geom.*

Datum angulum secare trifariam.

Diuiser vn angle donné en trois parties egales.

Hypoth.		
∠dbe est D.		c est • fix. reg.
∠;dbh,hbi,ibe *sint* 2|2 *inter se.*	p. suppl.	{egf est —,
		{gf 2|2 bc. α
Req. est ∠dbh.	symp.	<f 2|2 <dbh.
Constr.		*Prepar.*
1. p. 1 dbf *est* — *infini.*	1. p. 1	bg *est* —.
1. p. 1 bdec *est semic. arbitr.*	α. 5. 1	*Demonstr.*
		<f 2|2 <gbf. β

3.32.1	<bge ıı beg 2|2 2<f,	*In 1. figur.* γ
32. 1 concl.	<dbe 2|2 ∠bef + ∠bfe,	∠dbe 2|2 3∠f,
7. a. 1	<f 2|2 <dbh. δ	

5.32.1	In 2. figur. ∠bgf 11 beg + 2∠f 2|2 2 ⅃,		
13. 1	∠beg + ∠bef 2|2 2 ⅃	32. 1 consel.	∠cbd 2|2 ∠f + ∠bef
1&2.a.1	∠bef 2|2 2∠f,	19.a.1	∠cbd 2|2 3∠f, 11 dbh

Coroll.

hyp.	△; gbf *&* gbe *sunt Isoscel;* fbd *est* —,
ergo	<cbd 2|2 3<f.

SCHOL. I.

Eodem modò diuidetur etiam trifariam datus arcus semicirculo minor.

Par la mesme methode se diuisera aussi en trois parties egales vn arc plus petit qu'vn demy-cercle.

Hypoth.		*Constr.*
arc. dhe *est D.*	9 suppl. consel.	<dbh 2|2 ⅓∠dbe,
Req. est arc. dh 2|2 ⅓dhe.	33. 6	*arc.* dh 2|2 ⅓ *arc.* dhe

SCHOL. II.

Si datus arcus sit maior semicirculo, tertia pars illius erit æqualis ⅔ eius dimidij, ac proinde inuenietur etiam illius tertia pars.

Si verò compositus ex toto circulo & dato arcu sit diuidendus trifariam, triens circuli, vnà cum tertia parte dati arcus, erit quæsitus arcus.

Si l'arc donné excede le demy cercle, son tiers sera egal aux deux tiers de sa moitié, & par consequent on trouuera aussi son tiers.

Mais s'il faut diuiser en trois parties egales le composé de tout le cercle & de l'arc donné, le tiers du cercle auec le tiers de l'arc donné sera le requis.

PROPOS. X.

De Isomeria. — De l'Isomerie.

Quoniam præceptum isomeriæ ad euitandas fra-

A cause que le precepte de l'isomerie pour euiter les fra-

tiones reperitur, non in ropositione 49 de isomeia capitis 5 Algebræ, sed n annotationibus eiusdem libri, pagina 309, hic leniùs exponemus præcepta isomeriæ, sic.

Inueniatur numerus qui ossit diuidi absque fratione per omnes denominatores propositæ æquationis. Deinde multiplicetur per illum numerus rimi gradus, id est, proximi infra potestatem: per quadratum illius numerus equentis gradus: per cubum numerus tertij gradus, & ita deinceps vsque d homogeneum comparationis. Et quia his multiplicationibus valor radicis propositæ æquationis augetur, numerus qui nuenietur pro valore radicis nouæ æquationis diuisus per inuentum illum numerum dabit valorem adicis propositæ æquationis, de qua quæritur.

Idem eueniet si omnes

ctions se trouue, non en la proposition 49 de l'isomerie du chapitre 5 de l'Algebre, mais aux annotations du mesme liure, page 309, nous expliquerons icy plus amplement les preceptes de l'isomerie, comme s'ensuit.

Soit trouué vn nombre qui se puisse diuiser sans fraction par tous les denominateurs de l'equation proposée. Puis soit multiplié par iceluy le nombre du premier degré d'au dessous la puissance: par le quarré d'iceluy le nombre du prochain degré suiuant: par son cube le nombre du troisiesme degré, & ainsi de suite iusques à l'homogene de comparaison. Et parce que par ces multiplications la valeur de la racine de l'equation proposee s'augmente, le nombre qu'on trouuera, pour la valeur de la racine de la nouuelle equation, estant diuisé par ce nombre trouué, sera la valeur de la racine de l'equation proposee, dont est question.

Il arriuera la mesme chose,

quocunque interſegmen-|*dra d'icelle ſoit compris entre*
o. | *icelles.*

hyp. | be & bf *ſnt* —; D.. *poſit.*
hyp. | al *eſt* — D.. *magd.* | p.ſuppl { agh *eſt* —, gh 2|2 al ⊔ ab.
hyp. | a *eſt* • *fix.. reg.*

PROPOS. I. *eſt 5 ſupplementi geometriæ.*

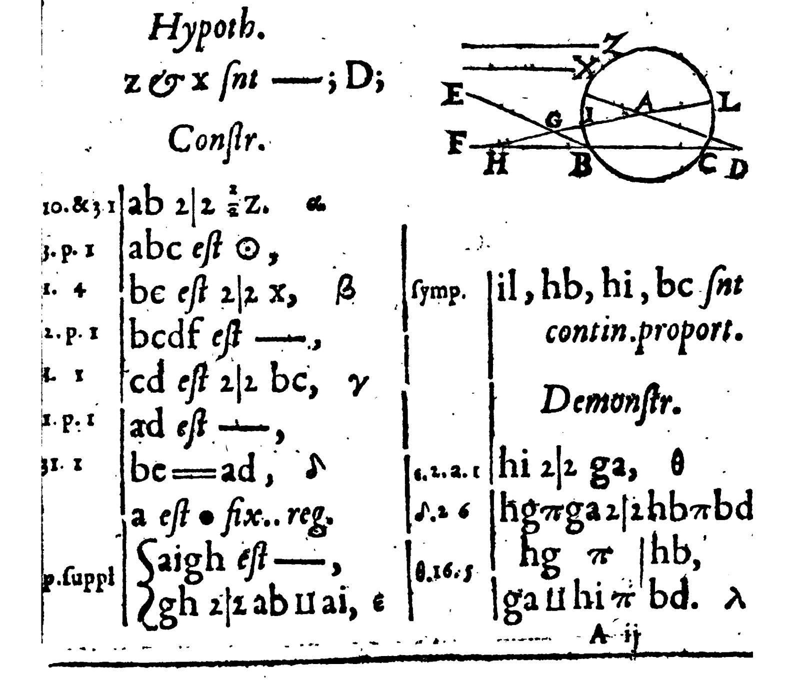
Datis duabus lineis rectis, inuenire inter eas duas medias continuè proportionales.

Entre deux lignes droites données, trouuer deux moyennes continuellement proportionnelles.

Hypoth.

z & x *ſnt* —; D;

Conſtr.



10.&3.1 | ab 2|2 ½z. α
3.p.1 | abc *eſt* ⊙,
1.4 | be *eſt* 2|2 x, β
2.p.1 | bcdf *eſt* —,
1.1 | cd *eſt* 2|2 bc, γ
1.p.1 | ad *eſt* —,
31.1 | be ═ ad, δ
| a *eſt* • *fix.. reg.*
p.ſuppl | { aigh *eſt* —, gh 2|2 ab ⊔ ai, ε

ſymp. | il, hb, hi, bc *ſnt contin. proport.*

Demonſtr.

6.2.a.1 | hi 2|2 ga, θ
δ.2 6 | hg π ga 2|2 hb π bd
θ.16.5 | hg π | hb, ga ⊔ hi π bd. λ

uperiores multiplicati faciunt 27, 60, 2376, qui dant hanc æquationem,

$$e3 + 27e2 \sim 60a\ 2|2\ 2376.$$

in qua valor radicis E est 9, qui diuisus per assumptum numerum 6, dat $1\frac{1}{2}$ pro valore radicis A.

me on peut voir, par lesquels multipliant les superieurs sont 27, 60, & 2376, qui donnent cette equation,

en laquelle la valeur de la racine E est 9, lequel estant diuisé par le nombre pris 6, donne $1\frac{1}{2}$ pour la valeur de la racine A.

Exempl. 2.

hyp. | $a3 \sim 1\frac{1}{2}a\ 2|2\ 5$,

$a3 + 0a2 \sim 1\frac{1}{2}a\ 2|2\ 5$,

1, 2, 4, 8,

6, 40.

In hoc exemplo communis diuiduus est 2, & proportionales 1, 2, 4, 8: producti per multiplicationem sunt 6 & 40, qui dant hanc æquationem $e3 \sim 6e\ 2|2\ 40$, in qua valor radicis E est 4, qui diuisus per communem diuiduum 2, dat 2 pro valore radicis A.

En cet exemple le commun diuidu est 2, & les proportionaux sont 1, 2, 4, 8: & les produits de la multiplication sont 6 & 40, qui donnent cette equation $e3 \sim 6e\ 2|2\ 40$, en laquelle la valeur de la racine E est 4, lequel estant diuisé par le commun diuidu 2, donne 2, pour la valeur de la racine A.

Constr.

..hyp. | b & d *snt* ——; *D.* β
.suppl. | b, f, g, d. γ. *snt* 4 *contin. proportion;*
ymp. | *Req. est* f.

Demonstr.

concl.
..I. 12.8 | *cub..* f 2|2 ◊*piped.* b2d. δ

Exempl. 2.

..hyp. | bcd *est* ◊*piped. rectang. D.*
Req. est cub. f 2|2 ◊*piped.* bcd.

Constr.

13. 6 | h2 2|2 ▭. bc,
..a.f | h2d 2|2 ◊*piped. rectang.* bcd, ε
..suppl. | h, f, m, d *snt* 4 *contin. proportion;*
concl.
..2. 12.8 | *cub..* f 2|2 ◊*piped.* h2d ⊔ bcd.

SCHOL.

Perspicuum est ex hac propositione, & prima definitione datorum, in quantitate continua nullum solidum datum, præter cubum, posse exprimi vnica litera.

Il est manifeste de cette proposition, & de la premiere definition des dates, qu'en la quantité continue qu'aucun solide, s'il n'est cube, ne se peut exprimer par vne seule lettre.

PROPOS. IV.

Quælibet latera dati parallelepipedi rectanguli transmutare in alia latera.

Exprimer les costez d'vn parallelepipede donné par telles lettres qu'on voudra.

Exempl. 4.

hyp. | 142a ~ a3 2|2 √.288,

antit. | ~ a3 + 0a2 + 142a 2|2 √.288.

1, √.2, 2, √.8,

7, 6.

In hoc exemplo, ad eui-ndam asymmetriam nu-neri √.288, multiplican-us vel diuidendus est .288, per aliquem nume-um, qui reducat in ratio-alem, multiplicator au-em, vel diuisor, potest esse .8, ideoque proportio-ales erunt

En cet exemple, pour euiter l'asymmetrie du nobre √.288, il faut multiplier ou diuiser √.288, par quelque nombre, qui le reduise en rationel, & ce multiplicateur ou diuiseur peut estre √.8, & par consequent les proportionaux seront

1, √.2, 2, √.8.

er quos si propositi nu-neri diuidantur, quotien-es erunt 7 & 6, ac proinde oua æquatio erit

par lesquels, si on diuise les nombres proposez, les quotiens seront 7 & 6, & par consequent la nouuelle equation sera

~ e3 + 7e 2|2 6,

& per antithesin, *& par antithese,*

7e ~ e3 2|2 6,

n qua valor radicis E est 1 el 2, qui multiplicati per ssumptum numerum √.2, ant √.2 & √.8, pro valore adicis A.

en laquelle la valeur de la racine E est 1 ou 2, lesquels estans multipliez par le nombre pris, qui est √.2, donne √.2, & √.8, pour la valeur de la racine A

Exempl. 5.

$$a3 \sim \sqrt{.}3a2 + \frac{26}{27}a \; 2|2 \; \frac{8}{27\sqrt{3}},$$

$$\frac{1, \quad \sqrt{.}3, \quad 3, \quad \sqrt{.}27.}{1, \quad 3, \quad \frac{26}{9}, \quad \frac{8}{9}.}$$

In hoc exemplo, ad euitandam asymmetriam $\sqrt{.}3$, multiplicator debet esse $\sqrt{.}3$, ideoque proportionales erunt

En cet exemple, pour euiter l'asymmetrie de $\sqrt{.}3$, il faut multiplier par la $\sqrt{.}3$, partant les proportionaux seront

$$1, \quad \sqrt{.}3, \quad 3, \quad \sqrt{.}27,$$

per quos multiplicati propositi numeri, dant 3, $\frac{26}{9}$ & $\frac{8}{9}$, ac proinde noua æquatio erit

par lesquels, les nombres proposez estant multipliez, donnent 3, $\frac{26}{9}$, & $\frac{8}{9}$, par consequent la nouuelle equation sera

$$e3 \sim 3e2 + \frac{26}{9}e \; 2|2 \; \frac{8}{9}.$$

$$\frac{1, \quad 3, \quad 9, \quad 27.}{9, \quad 26, \quad 24.}$$

Ad euitandam fractionem huius nouæ æquationis, sumetur numerus 3, cuius proportionales sunt 1, 3, 9, 27, qui dant multiplicando 9, 26, 24, ideoque tertia æquatio erit

Pour euiter la fraction de cette nouuelle equation, on prendra le nombre 3, dont les proportionaux seront 1, 3, 9, 27, qui donnent en les multipliant 9, 26, 24, partant la troisiesme equation sera.

$$u3 \sim 9u2 + 26u \; 2|2 \; 24,$$

in qua valor radicis V est 2, 3, & 4, igitur

en laquelle la valeur de la racine V est 2, 3, & 4, partant

$$c\ 2|2\ \tfrac{2}{3},\ 1\ \&\ \tfrac{4}{3},$$

$$\textit{ergo}\ a\ 2|2\ \frac{2}{\sqrt{.27}},\ \frac{1}{\sqrt{3}},\ \&\ \frac{4}{\sqrt{27}},$$

$$\text{II}\cdot a\ 2|2\ \tfrac{2}{9}\sqrt{.3},\ \tfrac{1}{3}\sqrt{.3},\ \&\ \tfrac{4}{9}\sqrt{.3},$$

$\tfrac{2}{9}\sqrt{.3}$, *signifi.* $\square.\tfrac{2}{9},\ \sqrt{.3}$,

$\frac{8}{27\sqrt{.3}}$, *signifi. 8 diuis. p.* $\square.27,\ \sqrt{.3}$.

PROPOS. XI.

De æquationibus ambiguis.

Des equations ambiguës.

Diximus in 14 capite Algebræ, in quolibet gradu scalarium magnitudinum, inueniri posse æquationem, quæ tot radicibus explicetur, quot dimensionibus constat eius potestas: Dedimusque theorema ad eiusmodi æquationes inueniendas, ad finem eiusdem libri, pagina 295. Sed hic, vt ratio illius multitudinis magis elucescat, initio facto à simplicioribus, ostendemus quo pacto, etiam alia via, eædem

Nous auons dit au 14 chapitre de l'Algebre, qu'en chaque degré des grandeurs scalaires, qu'on peut trouuer des equations qui se puissent expliquer par autant de racines, qu'il y aura de dimensions en sa puissance: Et auons donné vn theoreme pour trouuer telles equations, à la fin du mesme liure, page 295. Mais icy afin de rendre plus manifeste la raison de cette multitude, commençant aux plus simples, nous monstrerons comment les mesmes equations ambiguës

Hypoth.

b *est* — D.

b π n *est raō.* D.

Req. π. *fa.*

b π n 2|2 b3 π d3.

Constr.

1.suppl. | b, d, f, n. α. *snt* 4 *contin. proportion.*

concl. 33 11 | b π n 2|2 b3 π d3.

PROPOS. VIII.

Datis duobus solidis constituere solidum vni datorum simile, & alteri æquale.

Estant donnez deux solides, descrire vn solide semblable à l'vn d'iceux, & egal à l'autre.

Hypoth.

fgh & lmn *snt. solid.* D;

solid. abc *est sml.* fgh, & 2|2 lmn,

Req. est solid. abc.

Constr.

3.suppl | d3 2|2 fgh, e3 2|2 lmn,

1.suppl. | d, a, k, e. α. *snt contin. proport.*

12. 6 | f π a, g π b, h π c, *snt raō.* 2|2 de. β

symp. | *Req. est. solid.* abc.

Demonstr.

1.concl. β.9.d.11 | abc *sml.* fgh,

leprimi, diuidendo per vtrumlibet numerorum, qui eas sese mutuò multiplicantes produxerunt: verbi gratia, si æquatio

peuuent abaisser, en les diuisant par lequel on voudra des deux nombres qui les ont engendrez par leur multiplication mutuelle: par exemple, si l'equation

$$a3 \sim 9a2 + 26a \sim 24 \; 2|2 \; 0,$$

diuidatur per $a \sim 4$, quotiés erit | *est diuisé par* $a \sim 4$, *le quotient sera*

$$a2 \sim 5a + 6 \; 2|2 \; 0,$$

& per antithesin 6 erit æqualis | *& par antithese 6 sera egal*

$$5a \sim a2.$$

PROPOS. XII.

Duarum ancipitum æquationum constitutionem, ex syncrisi dignoscere.

Cognoistre la constitution de deux equations ambiguës par la syncrise.

	Exempl. I.		
		hyp.	$a \; 3|2 \; e,$
hyp.	$ba \sim a2 \; 2|2 \; Z.$ α	antit.	$a2 \sim e2 \; 2|2 \; ba \sim be,$
hyp.	$be \sim e2 \; 2|2 \; Z,$	concl.	$a \sim e$ *est commu. diuisr.*
.a.1	$ba \sim a2 \; 2|2 \; be \sim e2,$	7.a.1	$a + e \; 2|2 \; b.$

Est igitur B summa duorum de quibus quæritur laterum, oriunda ex applicatione differentiæ quadratorum, ad differentiam laterum.

Partant B est la somme des deux costez qu'on cherche, laquelle se trouue en diuisant la difference des quarrez par la difference des costez.

Iam si in locum B in æquatione α, subrogetur agnitus ipsius valor A + E, E in A æquabitur Z plano.

Maintenant si en l'equation α, on met en la place de B sa valeur trouuée A + E, l'equation sera E A 2|2 Z plan.

Est igitur Z planum, id quod fit sub duobus de quibus quæ-

D'où il appert, que Z est le plan contenu sous les deux costez requis.

ritur lateribus, ortum ex differentiæ factorum reciprocè à quadrato vnius, in radicem alterius applicatione, ad differentiam laterum.

engendre par l'application de la difference des produits (que font en se multipliant reciproquement le quarré de l'vn, & la racine de l'autre) à la difference des costez.

Exempl. 2.

hyp.	ba~a3 2|2 z. β	hyp.	a 3|2 e,
hyp.	be~e3 2|2 z,	antit.	a3~e3 2|2 ba~be,
		concl.	a~e *est cōmu. diuisr.*
.a.1	ba~a3 2|2 be~3e,	7.a.1	a2+ae+e2 2|2 b.

Est igitur B planum aggregatum quadratorum à duobus de quibus quæritur lateribus, adiunctum ei quod sub iis fit plano : & oritur ex applicatione differentiæ cuborum ad differentiam laterum.

Porrò quum B planum in A, minus A cubo æquatur Z solido, si in locum B planum, in æquatione β, subrogetur agnitus eius valor, nempe a2+ae+e2, Z solidum æquabitur a2e+e2a.

Est igitur Z solidum quod fit sub aggregato laterum in planum sub lateribus, & oritur ex differentiæ, ipsorum factorum, reciprocè à cubo vnius lateris in latus alterius, applicatione ad differentiam ipsorum laterum.

Constitutiones aliarum æquationum ancipitum ex syncrisi eodem modo inueniuntur.

Partant B plan est l'aggregé des deux costez requis, ioint auec leur rectangle : & se trouue par l'application de la difference de leurs cubes à la difference des deux mesmes costez.

Or veu que le solide de B plan & d'A, moins le cube de A, est egal au solide Z, si en la place de B plan (en l'equation β) on met sa valeur cognuë, à sçauoir a2+ae+e2, Z solide sera egal a2e+e2a.

Par consequent Z est le solide contenu sous l'aggregé des costez de leur rectangle, & s'engendre par l'application de la difference des produits (que font en se multipliant reciproquement le cube de l'vn & la racine de l'autre) à la difference de leurs costez.

On pourra trouuer de mesme par la syncrise les constitutions des autres æquations ambiguës.

PROPOS. XIII.

Data vna radicum æquationis cubicæ ambiguæ, nuenire alteram.

Estant donnée l'vne des racines d'vne equation cubique mbiguë, trouuer l'autre.

Hypoth.

yp. $ba \sim a3 \;2|2\; z$: $be \sim e3 \;2|2\; z$: $e \;2|2\; d$ *est* D.

Req. *est* a.

Method. 1.

2. supp $a2 + ad + d2 \;2|2\; b$,

ntit. $a2 + ad \;2|2\; b \sim d2$,

7. 6 $a + d \,\pi\, \gamma.b \sim d2 \,\pi\, a$,

.concl. 29. 6 $a \;2|2\; \sim \frac{1}{2}d + \gamma..b \sim \frac{3}{4}d2$,

Method. 2.

2. supp $a2d + d2a \;2|2\; z$,

a. 1 $a2 + da \;2|2\; \frac{z}{d}$,

$a + d \,\pi\, \gamma..\frac{z}{d} \,\pi\, a$,

concl. 29.6 $a \;2|2\; \sim \frac{1}{2}d + \gamma..\frac{1}{4}d2 + \frac{z}{d}$.

PROPOS. XIV.

Proposita æquatione climatica simplici cubica, quadrato-quadratica, vel cubo-cubica, exhibere lineam, quam designat radix de qua quæritur.

Estant proposée vne equation climatique simple, cubique, biquarrée, ou cube-cubique, descrire la ligne que designe sa racine.

partes æquationis disponantur secundum seriem graduum parodicorum, adiunctis zero vbi series fuerit interrupta. Deinde collocata vnitate sub potestate, & communi denominatore sub proximo inferiori gradu, continuetur series continuè proportionalium vsque ad vltimam partem, quæ est homogeneum comparationis. Hi numeri proportionales erunt quæsiti multiplicatores ad euitandas fractiones: vel diuisores, si libeat reducere æquationem in minores numeros.

si on met de suite toutes les parties de l'equation suiuant l'ordre des degrez parodiques, y adjoustant des zero où l'ordre sera interrompu. Puis ayant mis l'vnité sous la puissance, & le commun denominateur sous le prochain degré inferieur suiuant, on continuë la suite des nombres continuellemẽt proportionaux iusques à la derniere partie, qui est l'homogene de comparaison. Ces nombres proportionaux seront les multiplicateurs requis pour euiter les fractions: ou les diuiseurs, si on veut reduire l'equation en plus petits nombres.

Exempl. 1.

$$a3 + 4\tfrac{1}{2}a2 \sim 1\tfrac{2}{3}a \quad 2|2 \quad 11,$$

1,	6,	36,	216,
	27,	60,	2376.

In hoc exemplo communis diuiduus est 6, ideoque proportionales erunt 1, 6, 36, 216, subscripti partibus æquationis, per quos

En cet exemple le commun diuidu est 6, & par consequent les proportionaux seront 1, 6, 36, 216, qui ont esté mis sous les parties de l'equation, com-

superiores multiplicati faciunt 27, 60, 2376, qui dant hanc æquationem,

me on peut voir, par lesquels multipliant les superieurs font 27, 60, & 2376, qui donnent cette equation,

e3 + 27e2 ~ 60a 2|2 2376.

in qua valor radicis E est 9, qui diuisus per assumptum numerum 6, dat $1\frac{1}{2}$ pro valore radicis A.

en laquelle la valeur de la racine E est 9, lequel estant diuisé par le nombre pris 6, donne $1\frac{1}{2}$ pour la valeur de la racine A.

Exempl. 2.

hyp. | a3 ~ $1\frac{1}{2}$a 2|2 5,

a3 + 0a2 ~ $1\frac{1}{2}$a 2|2 5,

1,	2,	4,	8,
		6,	40.

In hoc exemplo communis diuiduus est 2, & proportionales 1, 2, 4, 8: producti per multiplicationem sunt 6 & 40, qui dant hanc æquationem e3 ~ 6e 2|2 40, in qua valor radicis E est 4, qui diuisus per communem diuiduum 2, dat 2 pro valore radicis A.

En cet exemple le commun diuidu est 2, & les proportionaux sont 1, 2, 4, 8: & les produits de la multiplication sont 6 & 40, qui donnent cette equation e3 ~ 6e 2|2 40, *en laquelle la valeur de la racine E est 4, lequel estant diuisé par le commun diuidu 2, donne 2, pour la valeur de la racine A.*

Exempl. 3.

9a2 ~ 72a 2|2 1456,

9,	12,	16,
1,	6,	91.

In hoc exemplo, quia numerus 9 potestatis reducendus est ad vnitatem, diuidendus est per 9 : sed quoniam tertius 1456 non potest diuidi per 9, assumetur 12 pro diuisore secundi: vnde sequitur tertium proportionalem 16, esse diuisorẽ tertij numeri 1456. Noua igitur æquatio erit e2 ~ 12e 2|2 91, qui per diuisiones reperiuntur, in qua valor radicis E est 13. Et quoniam proportio 12 ad 9 est $\frac{4}{3}$, in hoc exemplo, communis diuisor est $\frac{4}{3}$, per quem debet multiplicari 13 valor radicis E, ad restituendam diminutionem factam à diuisione, productusque erit 17$\frac{1}{3}$ pro valore radicis A.

En cet exemple, à cause qu'il faut reduire le nombre 9 de la puissance à l'vnité, il le fau diuiser par 9 : mais à cause qu le troisiesme nombre 1456 n se peut diuiser par 9, on a pri 12 pour le diuiseur du second d'où s'ensuit que le troisiesm proportionel 16 est le diuiseu de 1456. Partant la nouvell equation sera e2 ~ 12e 2|2 91 *qui sont les quotiens des diui sions, en laquelle la valeur d la racine E est 13. Et parce qu la proportion de 12 à 9 est* $\frac{4}{3}$ *en cet exemple, le commun di uiseur est* $\frac{4}{3}$*, par lequel on do multiplier 13, valeur de la ra cine E, pour restituer la dimi nution faite par la diuision, e le produict sera* 17$\frac{1}{3}$ *pour l valeur de la racine A.*

PROPOS. XIX. *est 13 supplementi geom.*

b, c, d *snt proportion;* a.

Req. π. *demonstr.*

$solid.b,b2 + c2 + d2 : \sim b3 \; 2|2 \; solid.b,cd + d2.$

Demonstr.

3.a.1 | $b2 + c2 + d2 \sim b2 \; 2|2 \; c2 + d2,$

7.5 | $b2 + c2 + d2 \sim b2 \, \pi \, c2 + d2 \; 2|2 \; b \, \pi \, b,$

concl. 19.7 | $solid.b,b2 + c2 + d2 : \sim b3 \; 2|2 \; solid.c2 + d2,b.$

PROPOS. XX. *est 14 supplementi geom.*

b, c, d *snt proportion;* a.

Req. π. *demonstr.*

$solid.d,b2 + c2 + d2 : \sim d3 \; 2|2 \; solid.d,b2 + c2.$

Demonstr.

3.a.1 | $b2 + c2 + d2 \sim d2 \; 2|2 \; b2 + c2,$

7.5 | $b2 + c2 + d2 \sim d2 \, \pi \, b2 + c2 \; 2|2 \; d \, \pi \, d,$

concl. 19.7 | $solid.d,b2 + c2 + d2 \sim d3 \; 2|2 \; solid.d,b2 + c2.$

PROPOS. XXI. *Est consectarium 14 supplementi geom.*

Si fuerint tres rectæ lineæ proportionales, tria affecta solida, quæ ab iis fiunt, sunt æqualia.

Si trois lignes sont proportionnelles; trois solides affectez faites d'icelles sont egaux.

Primum, cubus compositæ ex prima & tertia, minus solido sub eadem com-

Le premier, le cube de l'aggregé de la premiere & troisiéme, moins le solide contenu

Exempl. 5.

$$a3 \sim \sqrt{.}3a2 + \frac{26}{27}a \; 2|2 \; \frac{8}{27\sqrt{3}},$$

$$\frac{1, \quad \sqrt{.}3, \quad 3, \quad \sqrt{.}27,}{1, \quad 3, \quad \frac{26}{9}, \quad \frac{8}{9}.}$$

In hoc exemplo, ad euitandam asymmetriam $\sqrt{.}3$, multiplicator debet esse $\sqrt{.}3$, ideoque proportionales erunt

En cet exemple, pour euiter l'asymmetrie de $\sqrt{.}3$, il faut multiplier par la $\sqrt{.}3$, partant les proportionaux seront

$$1, \quad \sqrt{.}3, \quad 3, \quad \sqrt{.}27,$$

per quos multiplicati propositi numeri, dant 3, $\frac{26}{9}$ & $\frac{8}{9}$, ac proinde noua æquatio erit

par lesquels, les nombres proposez estant multipliez, donnent 3, $\frac{26}{9}$, & $\frac{8}{9}$, par consequant la nouuelle equation sera

$$e3 \sim 3e2 + \frac{26}{9}e \; 2|2 \; \frac{8}{9}.$$

$$\frac{1, \quad 3, \quad 9, \quad 27.}{9, \quad 26, \quad 24.}$$

Ad euitandam fractionem huius nouæ æquationis, sumetur numerus 3, cuius proportionales sunt 1, 3, 9, 27, qui dant multiplicando 9, 26, 24, ideoque tertia æquatio erit

Pour euiter la fraction de cette nouuelle equation, on prendra le nombre 3, dont les proportionaux seront 1, 3, 9, 27, qui donnent en les multipliant 9, 26, 24, partant la troisiesme equation sera

$$u3 \sim 9u2 + 26u \; 2|2 \; 24,$$

COROLL.

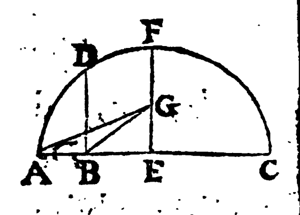
Ex præcedente 20 propositio-ne perspicuum est, singula soli-da affecta huius propositionis esse æqualia singulis solidis 17 propositionis: itavt sint sex so-lida inter se æqualia, scilicet tria affecta, & tria sine affectione.

Il est manifeste de la 20 proposition precedente, que chaque solide affecté de cette proposition est egal à chaque solide de la 17 proposition: tellement qu'il y a six solides egaux entr'eux, à sçauoir trois affectez, & trois sans affection.

PROPOS. XXII. *est 15 supplementi geom.*

Hypoth.

aec *est diamet. semic.* cafc,
ef & bd *sint* ⊥ ac,
<ebg 2|2 ½ ⌐,
ag *est* —.



Req. π. demonstr.

3□.ag 2|2 □.ab + □.bd + □.bc.

Demonstr.

r. 2 | □.bc + □.bd 2|2 □.ae. α
7. 2 | □.ab + 2▭.aeb 2|2 □.ae + □.be,
ȝ. ar1 | □.ab 2|2 □.ae + □.be ~ 2▭.aeb. β
4. 2 | □.bc 2|2 □.be + □.ec + 2▭.bec. β
15. d. 1 | ae 2|2 ec. γ
βγ. 2. a. 1 | □.ab + □.bc 2|2 2□.ae + 2□.be,
| □.bd *commun. add.*
α. 2. a. 1 | □.ab + □.bc + □.bd 2|2 3□.ae + □.be. δ
hyp. | <bge 2|2 ½ ⌐,

æquationes ambiguæ possint inueniri. | *se peuuent trouuer encore p[ar] vne autre voye.*

Exempl. 1.

hyp.	a 2|2 2,
..a.1	a~2 2|2 0,
hyp.	a 2|2 3,
..a.1	a~3 2|2 0,
	▭.a~2, a~3,
17.7	*est* a2~5a+6 2|2 0. α
concl. antit.	6 2|2 5a~a2. α
17.7	a 2|2 2 & 3,
ergo	*æquat. α. est ambigu.*

Exempl. 2.

hyp.	a 2|2 4,
	a ~4 2|2 0,
α	▭.a2~5a+6, a~4
17.7	*est* a3~9a2 +26a~24 } 2|2 0,
concl. antit.	a3~9a2 +26a } 2|2 24. β
17.7	a 2|2 2, 3, & 4,
ergo	*æquat. β. est ambig.*

Exempl. 3.

α	a2~5a+6 2|2 0,
	▭.a2~5a+6, a+
17.7	*est* a3~19a +30 } 2|2 0. γ
concl. antit.	30 2|2 19a~a3. γ
17.7	a 2|2 2 & 3,
ergo	*æquat. γ. est ambigu*

Exempl. 4.

α	a2~5a+6 2|2 0,
	▭.a2~5a+6, a+7
17.7	*est* a3+2a2 ~29a+42 } 2|2 0.
concl. antit.	42 2|2 29a~2a2~a3.
17.7	a 2|2 2 & 3,
ergo	*æquat. δ. est ambigu.*

In cæteris gradibus eodem [m]odo inueniuntur æquationes [a]mbiguæ. | *Aux autres degrez suiuans le[s] equations ambigues se pourront trou[u]er par la mesme methode.*

COROLL.

Perspicuum est ex 7. axiomate elem. æquationes α, β, γ, δ, posse | *Il est manifeste du 7. axiome de[s] elem. que les equations α, β, γ. δ, s[e]*

deprimi, diuidendo per vtrumlibet numerorum, qui eas sese mutuò multiplicantes produxerunt: verbi gratia, si æquatio

peuuent abaisser, en les diuisant par lequel on voudra des deux nombres qui les ont engendrez par leur multiplication mutuelle: par exemple, si l'equation

$$a^3 \sim 9a^2 + 26a \sim 24 \;2|2\; 0,$$

diuidatur per $a \sim 4$, quotiés erit | *est diuisé par $a \sim 4$, le quotient sera*

$$a^2 \sim 5a + 6 \;2|2\; 0,$$

& per antithesin 6 erit æqualis | *& par antithese 6 sera egal*

$$5a \sim a^2.$$

PROPOS. XII.

Duarum ancipitum æquationum constitutionem, ex syncrisi dignoscere.

Cognoistre la constitution de deux equations ambiguës par la syncrise.

	Exempl. 1.		
hyp.	$ba \sim a^2 \;2|2\; z.\ \alpha$	hyp.	$a \;3|2\; e,$
hyp.	$be \sim e^2 \;2|2\; z,$	antit.	$a^2 \sim e^2 \;2|2\; ba \sim be,$
1. a. 1	$ba \sim a^2 \;2|2\; be \sim e^2,$	concl.	$a \sim e$ *est commu. diuis.*
		7. a. 1	$a + e \;2|2\; b.$

Est igitur B summa duorum de quibus quæritur laterum, oriunda ex applicatione differentiæ quadratorum, ad differentiam laterum.

Partant B est la somme des deux costez qu'on cherche, laquelle se trouue en diuisant la difference des quarrez par la difference des costez.

Iam si in locum B in æquatione α, subrogetur agnitus ipsius valor A + E, E in A æquabitur Z plano.

Maintenant si en l'equation α, on met en la place de B sa valeur trouuée A + E, l'equation sera EA 2|2 Z plan.

Est igitur Z planum, id quod fit sub duobus de quibus quæ-

D'où il appert, que Z est le plan contenu sous les deux costez requis

<dcl 2|2 3∠bac ıı bca. δ

Req. π. *demonstr.* *In* Δ; abc & cde.

3 *solid*.ac,□.ab,~*cub*.ac 2|2 *solid*.ce,□.ab.

Demonstr.

ch, bi, dk *snt* = *le*.

ai 2|2 ic: ck 2|2 kc. ε

bh 2|2 ab. ε

ac 2|2 2ai: ah 2|2 2ab: ce 2|2 2ck: ch 2|2 2bi,

□.cg ıı ab + ▭.fhg ıı bhd 2|2 □.ch,

▭.bhd 2|2 □.ch~□.ab. θ

□.ch~□.ab 2|2 ~□.ab+□.ah ıı 4□.ab~□.ac,

□.ch~□.ab 2|2 3□.ab~□.ac,

▭.bhd 2|2 3□.ab~□.ac. λ

ac π ce 2|2 ic π ck. μ

ic π ck 2|2 bh π hd,

bh π hd 2|2 □.bh ıı ab π ▭.bhd,

ac π ce 2|2 □.ab π ▭.bhd, ıı 3□.ab~□.ac,

3 *solid*.ac,□.ab,~*cub*.ac 2|2 *solid*.ce,□.ab.

Coroll. 1.

b 2|2 ab ıı dc, d 2|2 ec, a 2|2 ac,

3b2a~a3 2|2 b2d,

Coroll. 2.

2dc ıı 2b 3|2 ce ıı d,

Coroll. 3.

2dc ıı 2b 3|2 ac ıı a.

PROPOS. XXV. *est 18 supplementi geom.*

Hypoth.

abc & dce *snt* △; *Isoscel*; α

<dce 2|2 3∠abc ⊔ acb. β

haf *est* ⊥ bc. γ

<fag 2|2 $\frac{2}{3}$⌋ ; ⊔ ag 2|2 2af. δ

ab, ac, dc & de *snt* 2|2 ∢e. ε

Req.. π. demonstr.

3 *solid*.bg,□.ab : ~*cub*.bg 2|2 *solid*.ce,□.dc ⊔ ab,

Item, 3 *solid*.gc,□.ab: ~*cub*.gc 2|2 *solid*.ce,□.dc ⊔ ab.

Præpar.

α γ 3 p.1 | f bhc *est semic.*

11. 1 | gi *est* ⊥ bc.

Demonstr.

C.13 6 | bg, gi, gc *snt proportion*;

β ε 23 sup | *cub*.bc:~3 *solid*.bc,□.ab 2|2 *solid*.ce,□.cd ⊔ ab. θ

δ 22 sup | 3□.ab 2|2 □.bg + □.gi + □.gc,

| *cub*.bc: ~3 *solid*.bc,□.ab,

concl. 15.supp. | 3 *solid*.bg,□.ab:~*cub*.bg } *snt* 2|2 ∢e.

| 3 *solid*.gc,□.ab: ~*cub*.gc

θ | *solid*.ce, □.cd ⊔ ab.

Coroll.

hyp. | b 2|2 ab ⊔ dc, d 2|2 ce, a 2|2 bg ⊔ gc,

15 supp | 3b2a~a3 2|2 b2d.

SCHOL.

SCHOL.

Ex corollario 21 propos. huius libri, liquet 3b2 esse æqualia aggregato quadratorum trium proportionalium bg, gi, & gc: & b2d, solido, quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadratorum à reliquis. Item hac æquatione bpa~a3 2|2 ds, B planum esse compositum ex quadratis trium proportionalium: & D solidum, produci ductu alterius extremæ in aggregatum quadratorum à reliquis.

Il est manifeste du corollaire de la 21 proposition de ce liure, que 3b2 sont egaux à l'aggregé des quarrez des trois proportionnelles: bg, gi, & gc, & b2d au solide de l'vne des extremes, & de l'aggregé des quarrez des autres. Et qu'en cette equation bpa~a3 2|2 ds, B plan est composé des quarrez des trois proportionnelles: & D solide, est engendré par la multiplication de l'vne des extremes par l'aggregé des quarrez des autres.

PROPOS. XXVI.

Datis aggregato & differentia duorum cuborum, dantur etiam eorum latera.

L'aggregé & la difference de deux cubes estans donnez, leur difference est aussi donnée.

A ————

E ————

Hypoth.

a & e snt ——;

a3 + e3 2|2 2b3 est D. a

a3 ~ e3 2|2 2d3 est D. a

Req. π, *demonstr.*

a & e snt D;

Demonstr.

a. 1 | 2a3 2|2 2b3 + 2d3,

7 a. 1	a3 2|2 b3 + d3,
5. suppl.	f3 2|2 b3 + d3,
1. a. 1 1 concl.	a3 2|2 f3,
s. 46 1	a 2|2 f est D.
a. 3. a. 1	2e3 2|2 2b3 ~ 2d3,
7. a. 1	e3 2|2 b3 ~ d3,
5. suppl.	g3 2|2 b3 ~ d3,
1. a. 1 2 concl.	e3 2|2 g3,
s. 46. 1	e 2|2 g est D.

PROPOS. XXVII.

Datis differentia cuborum, & rectangulo sub lateribus comprehenso, inuenire aggregatum cuborum.

Estant donnée la difference des cubes, & le rectangle contenu sous les costez, trouuer l'aggregé des cubes.

Hypoth.

a *&* e *snt* —— ;

a3~e3 2|2 *cub.*r *est* D. α

▭.a,e 2|2 □.ſ *est* D. β

R ————
S ————
T ————
X ————

Req. est x3 2|2 a3+e3.

Constr.

| b *est* —— *arbitr.*

1&12.6 | b, r, f, g, h, i, l *snt* 7 *contin. proport*; γ

1&12.6 | b, ſ, m, n, o, p, q *snt* 7 *contin. proport*; δ

. 1 | t 2|2 4q *est* D. ε

. 1 | u 2|2 l+t *est* D. μ

ſuppl. | b, x, z, m, f, g, u *snt* 7 *contin. proportion*;

ymp. | *Req. est* x3.

Præpar.

.1 ſupp | b, n, p, h, ●, ●, t *snt* 7 *contin. proport*;

Demonstr.

.ſ. 12.8 | n6 2|2 tb5,

. 1. a. f | tb5 2|2 4qb5,

.17.7 | 4qb5 2|2 4ſ6,

1.a.1	n6 2|2 4ſ6,
λ6 ſup	x6 2|2 r6 + n6, ꟾꟾ 4ſ6. ξ
319.p. c.alg	r6 + 4ſ6 2|2 □.a3 + e3,
1.a.1 ıncl.	x6 2|2 □.a3 + e3,
46.1	x3 2|2 a3 + e3.

Si A cubus, plus B quadrato A ter, æquetur D cubo : eſt B ıadratum, rectangulum ſub la- rıbus : D cubus differentia cu- ırum, & A differentia eorun- m laterum : vt patet ex æqua- ıne ſequentis propoſitionis.

Si le cube de A, plus le triple du quarré de B, multiplié par A, eſt egal au cube de D : le quarré de B eſt le rectangle des coſtez : le cube de D, la difference des cubes, & l'A la difference de leurs coſtez : comme il appert de l'equation de la propoſition ſuiuante.

PROPOS. XXVII.

Dato rectangulo ſub lateribus, & differentia cu- ırum, inuenire latera.

Eſtant donné le rectangle des coſtez, & la difference des ·bes, trouuer les coſtez.

B ——

D ——

Hypoth.

& m *ſnt* ——;

2 2|2 ▭.l, m *eſt D.* α

3 2|2 l3~m3 *eſt D.* β

Req. ſnt l & m.

ſuppoſ.	a 2|2 l~m. γ
	Æquatio.
20. 5.c. algebr.	a3 + 3b2a 2|2 d3.

Analyſ.

a 2|2 l~m. γ

Æquatio.

a3 + 3b2a 2|2 d3.

.ectam autem lineam quàm gnat, in hac æquatione ra A, exhiberi poſſe, demon- bitur ſic.

Que la ligne que denote en cette equation la racine A, ſe peut deſcrire, on demonſtrera ainſi.

.hyp.	l3~m3 2|2 d3 *est* D.
.hyp.	▭.lm 2|2 b2 *est* D.
7supp.	l3+m3 *est* D.
6supp.	l & m *sunt* D;
oncl .3. 1	a 2|2 l~m *est* D.

Theoremata in doctrina an- gularium sectionum tradita sunt vniuersalia, sed fieri pos- sunt demonstrationes particu- lares breuiores atque intellectu faciliores, quales sunt sequentes duæ de trisectione anguli.

Les theoremes demonstrez en la doctrine de la section des angles sont vniuersels, mais on peut donner des demonstrations particulieres plus briefues & intelligibles, comme sont les deux suiuantes de la trisection des angles.

PROPOS. XXIX.

E serie quatuor continuè proportionalium, si pri- ma sit semidiameter circuli, & secunda subtensa arcus triente circuli minoris, excessus, quo à triplo secundæ superatur quarta, est æqualis subtensæ tripli arcus.

De quatre lignes continuellement proportionnelles, si la premiere est semidiametre d'vn cercle, & la seconde la subtendante d'vn arc plus petit que le tiers du cercle, l'excez par lequel le triple de la seconde surpasse la quatriesme, est egal à la subtendante de l'arc triple.

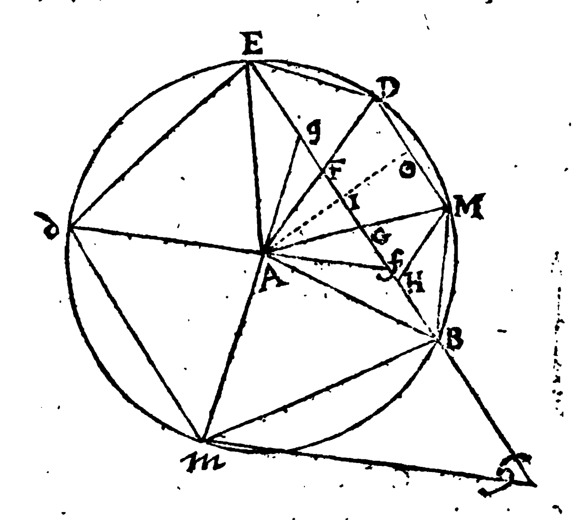
Hypoth. & præpar.

abme *est* ⊙.

⌒; bm, md, de *sunt* 2\|2, &c.

ab, be, bm, md, de, mag, daf *sunt* —;

mh *est* = ad.



Req. π. demonſtr.

ab, bm, mg, gh *ſnt 4 contin. proportion;*

Item, 3bm~gh 2|2 be.

Demonſtr.

29 1 | <hma 2|2 <mad,

.20 3 | <; mbe, bam, mad, hma *ſnt* 2|2 ∢e.

d. 1 | bam *eſt* △ *Iſoſcel.*

<bmg *eſt commun.* △; abm & bmg,

. 1 | △bmg *ſml.* △abm, ц amd.

32. 1 | △; abm, bmg, mgh, edf *ſnt ſml;* ∢e. & *iſoſcel;*

34. 1 | bg 2|2 bm: ed 2|2 ef: dm 2|2 fh.

4. 6 | ab, bm, mg, gh *ſnt 4 contin. proportion;*

.a.1 | ed ц ef, + dm ц fh, + mb ц gb 2|2 be + gh

4.1.a.f | ef + fh + gb 2|2 3bg ⊔ 3bm,
1.a.1 concl. | 3bm 2|2 be + gh,
3.a.1 | 3bm ~ gh 2|2 be.

In hac propositione, subtensa tertiæ partis minoris segmenti BMDE, necnon maioris segmẽti BmdE, sumitur pro subtensa arcus triente circuli minoris: In demonstratione minoris segmenti sumendæ sunt literæ capitales M, D, F, G, H.

En cette proposition la subtendante de la troisiesme partie du moindre segment BMDE, & aussi du plus grand segment BmdE est la subtendante de l'arc d'vn arc plus petit que le tiers d'vn cercle : & en la demonstration du plus grand segment, il se faut seruir des petites lettres m, d, f, g, h.

COROLL. I.

Hinc sequitur, è serie quatuor continuè proportionalium, data prima, & excessu quo triplum secundæ superat quartam, dari quoque secundam.

D'icy s'ensuit, que de quatre lignes continuellement proportionnelles, la premiere estant donnée, & l'excez par lequel le triple du second surpasse la quatriesme, que la seconde est aussi donnée.

29.suppl | ab, bm, mg, gh *snt 4 contin. proportion:*
| b, a, $\frac{a2}{b}$, $\frac{a3}{b2}$,
hyp. | b 2|2 ab *est* D. R——
hyp. | d 2|2 r ⊔ be *est* D.
29.supp. | ab, bm, mg, gh *snt 4 contin. proportion:*
suppos. | *Req. est* a 2|2 bm.

Æquatio.

29.supp. | 3a ~ $\frac{a3}{b2}$ 2|2 d,
isomer. | 3b2a ~ a3 2|2 b2d.

	Constr.		Demonstr.
.p. 1	abme *est* ⊙,	1. concl. 29 supp.	ab, bm, mg, gh *sn*
. 4	be 2|2 r,		4 *contin. proport.*
.9 supp.	◠; bm, md, de } *snt* 2|2 de.	2. concl. 29 supp.	3bm ~ gh 2|2 be ⊔ r.
			Coroll. 2.
.p. 1	ab *&* bm *snt* —,	15. 4	2ab 3|2 be ⊔ 2|2 be,
ymp.	*Req. est* bm.	15. 4	⊔ 2b 3|2 d, ⊔ 2|2 d.
	Præpar.		*Coroll.* 3.
	am, ad, ae, md, de } *snt* —,	12. 12	a2 2|3 3b2.
			Coroll. 4.
.1. 1	mh ═ ad.	4. d. 1	3a 3|2 d.

SCHOL.

Cùm vtraque linearum B M & Bm satisfaciat quæsito, solutio huius problematis est ambigua.

Ce probleme est ambigu, à cause que l'une & l'autre des lignes BM & Bm peut satisfaire au requis.

PROPOS. XXX.

E serie quatuor continuè proportionalium, si prima sit semidiameter circuli, & secunda subtensa arcus triente circuli maioris, excessus quo quarta superat triplum secundæ, est æqualis subtensæ tripli arcus.

De quatre lignes continuellement proportionnelles, si la premiere est semidiametre d'vn cercle, & la seconde la subtendante d'vn arc plus grand que le tiers du cercle, l'excez par lequel le triple de la seconde surpasse la quatriesme, est egal à la subtendante de l'arc triple.

Hypoth. & præpar.

abemd *est* ⊙,

◠; bem, md, dbe *snt* 2|2 ∢e. α

bm, md, de, ab *snt* —;

beæg, & mac *snt* —; β

dm, ef, fg *snt* 2|2 ∢e. γ

mf & mg *snt* —.

Req. π. demonstr.

ab, bm, mc, cg *snt 4 contin. proport*;

Item cg~3bm 2|2 be.

Demonstr.

α. hyp.	bem 2|2 dbe,		
..2.1	◠bd 2|2 ◠em,		
.27.3	eb ═ md. δ		
..28.3	md 2|2 mb,		
..1	∠amb 2|2 ∠amd,	32.1	Δ; abm, bme, mcg *snt sml.* 2|2 & *isoscel*;
..29.1	∠bcm 2|2 ∠amd,		
.a.1	∠amb 2|2 ∠bcm;		
.1	bc 2|2 bm ⊔ md. ε	1. concl. 4. 6	ab, bm, mc, cg *snt 4 contin. proport*;
δ 33.1	fm 2|2 ed ⊔ bm,		
1	∠bfm 2|2 ∠fbm,	γ ε.	bm, cb, } e f fg } *snt* 2|2 ∢e
32.1	∠fgm 2|2 ∠bcm,		
1	mc 2|2 mg,	2. concl. 3.2.1	cg~3bm 2|2 be.

Hic, vt in analytica angula-|rum sectionum, arcus BE vo-

Icy, de mesme qu'en la doctrine de la section des angles, l'arc BE

12 suppl | <dcl 2|2 3∠bac ⊔ bca. δ

Req. π. *demonstr.* ∢*n* △; abc *&* cde.

3 *solid*.ac,□.ab,∼*cub*.ac 2|2 *solid*.ce,□.ab.

Demonstr.

γ. 28.1 | ch, bi, dK *snt* = ∢*e*.

ε. 3.3 | ai 2|2 ic: cK 2|2 Ke. ε

ζ. 2.6 | bh 2|2 ab. ζ

ε, ζ. 2. a. 1 | ac 2|2 2ai: ah 2|2 2ab: ce 2|2 2cK: ch 2|2 2bi,

6. 2 | □.cg ⊔ ab + ▭.fhg ⊔ bhd 2|2 □.ch,

3. a. 1 | ▭.bhd 2|2 □.ch∼□.ab. θ

47. 1 | □.ch∼□.ab 2|2 ∼□.ab+□.ah ⊔ 4□.ab∼□.ac,

3. a. b | □.ch∼□.ab 2|2 3□.ab∼□.ac,

θ, 1. a. 1 | ▭.bhd 2|2 3□.ab∼□.ac. λ

15 & 16. 5 | ac π ce 2|2 ic π ck. μ

2 & 4. 6 | ic π ck 2|2 bh π hd,

1. 6 | bh π hd 2|2 □.bh ⊔ ab π ▭.bhd,

λμ. 11. 5 | ac π ce 2|2 □.ab π ▭.bhd, ⊔ 3□.ab∼□.ac,

concl.
19. 7 | 3 *solid*.ac,□.ab,∼*cub*.ac 2|2 *solid*.ce,□.ab.

Coroll. 1.

hyp. | b 2|2 ab ⊔ dc, d 2|2 ec, a 2|2 ac,

14 supp. | 3b2a∼a3 2|2 b2d,

Coroll. 2.

10. 1 | 2dc ⊔ 2b 3|2 ce ⊔ d.

Coroll. 3.

10. 1 | 2dc ⊔ 2b 3|2 ac ⊔ a.

PROPOS. XXXI.

Inuenire ope tabularum sinuum numeros radicum æquationum cubicarum.

Trouuer par le moyen des tables des sinus, les valeurs des racines des equations cubiques.

Tradidimus in vigesimo tertio capite nostræ algebræ artem à Vieta inuentam, ad extrahendam quamlibet radicem, tam affectam quàm puram: adiunctis etiam literis, quæ ostendũt, quo pacto inueniantur tam diuisores quàm numeri subtrahendi.

Sed hîc ostendemus tantùm, quomodo ope tabularum sinuum possent obtineri numeri radicum præcedentium æquationum cubicarum.

Nous auons donné au 20 chapitre de nostre Algebre la methode qu'a inuenté Vieto, pour trouuer le nombre que vaut la racine de toute equation cubique affectée & pure, y adioustant, de nostre inuention, des lettres qui monstrent à trouuer les diuiseurs, & aussi les nombres à soustraire.

Mais icy nous monstrerons seulement à trouuer par le moyen des tables de sinus les nombres des racines des equations cubiques precedentes.

hyp.	3ab2~a3 2|2 b2d,	hyp.	d 2|2 be *est* 31:286
parab.	$3a \sim \frac{a3}{b2}$ 2|2 d,		*Req. est* a 2|2 BM.
hyp.	b 2|2 ab *est* 100,		

Operatio. *figur. propos. 29 supplem.*

bi 2|2 $\frac{1}{2}$ be *est* 15:643,

In △ *rectang.* abi,

Inuentio. ∠bai *p sinus*,

ba π ſ. ∠bia 2|2 bi π ſ. ∠bai,

100. 100000. 15:643. 15643,

15643 *est sinus* .. 9 *gr.* 2|2 ∠bai.
ergo, ∠bae, II *arc.* bme 2|2 18 *gr.* α
∠bam II mad 2|2 $\frac{1}{3}$..∠bae *est* 6 *gr.* β

In Δ *rectang.* mao, am *est* 100.

β. ∠mao *est* 3 *gr.*
ſ. ∠aom π am 2|2 ſ. ∠mao π om,
90 *gr.* 100, 3 *gr.*
100000, 100, 5234, 5:234,
ergo, MD 2|2 a *est* 10:468. γ

Examen.

γ. a 2|2 10:468,	b2 2|2 10000,
3a 2|2 31:404,	$\frac{a3}{b2}$ 2|2 $\frac{1147}{10000}$,
a3 2|2 1147,	3a ~ $\frac{a3}{b2}$ 2|2 31:2893 II d

In eadem æquatiône, *En la mesme equation.*

Req. est a 2|2 Bm.

α. *arc.* B M E *est* 18 *gr.*
360 *gr.* ~ 18 *gr. sint* 342 *gr.*
arc. BmE 2|2 342. *gr.*
$\frac{1}{3}$. 342 *est* 114 *gr.* 2|2 *arc.* Bm.

In ΔBAm, *p trigonometri.*

a 2|2 Bm *est* 167:734,

Examen.

a 2|2 Bm *est* 167:734,	b2 2|2 10000,
3a 2|2 503:202,	$\frac{a3}{b2}$ 2|2 471:9145,
a3 2|2 4719145,	3a ~ $\frac{a3}{b2}$ 2|2 31:9145, II d

PROPOS. XXVII.

Datis differentia cuborum, & rectangulo sub lateribus comprehenso, inuenire aggregatum cuborum.

Estant donnée la difference des cubes, & le rectangle contenu sous les costez, trouuer l'aggregé des cubes.

Hypoth.

a & e *snt* —;
a3~e3 2|2 *cub.* r *est* D. α
▭.a,e 2|2 □.s *est* D. β
Req. est x3 2|2 a3+e3.

R ———
S ———
T ———
X ———

Constr.

| b *est* — *arbitr.*
11&12.6 | b, r, f, g, h, i, l *snt* 7 *contin. proport*; γ
11&12.6 | b, s, m, n, o, p, q *snt* 7 *contin. proport*; δ
1. 1 | t 2|2 4q *est* D. ε
1. 1 | u 2|2 l+t *est* D. μ
2 suppl. | b, x, z, m, f, g, u *snt* 7 *contin. proportion*;
symp. | *Req. est* x3.

Præpar.

1.2 supp | b, n, p, h, •, •, t *snt* 7 *contin. proport*;

Demonstr.

2.C 11.8 | n6 2|2 tb5,
ε. 1. a. f | tb5 2|2 4qb5,
δ.17.7 | 4qb5 2|2 4s6,

r. 1.a.1	n6 2|2 4s6,
μλ6 sup	x6 2|2 r6 + n6, ц 4s6. ξ
αβ19.p. s.c.alg	r6 + 4s6 2|2 □.a3 + e3,
ξ.1.a.1	x6 2|2 □.a3 + e3,
concl. s.46.1	x3 2|2 a3 + e3.

Si A cubus, plùs B quadrato in A ter, æquetur D cubo: est B quadratum, rectangulum sub lateribus: D cubus differentia cuborum, & A differentia eorundem laterum: vt patet ex æquatione sequentis propositionis.

Si le cube de A, plus le triple du quarré de B, multiplié par A, est egal au cube de D: le quarré de B est le rectangle des costez: le cube de D, la difference des cubes, & l'A la difference de leurs costez: comme il appert de l'equation de la proposition suiuante.

PROPOS. XXVII.

Dato rectangulo sub lateribus, & differentia cuborum, inuenire latera.

Estant donné le rectangle des costez, & la difference des cubes, trouuer les costez.

B ———

D ————

Hypoth.

l *&* m *snt* —;		*Analys.*
b2 2|2 ▭.l, m *est D.* α	suppos.	a 2|2 l∼m. γ
d3 2|2 l3∼m3 *est D.* β		*Æquatio.*
Req. snt l *&* m.	20. s.c. algebr.	a3 + 3b2a 2|2 d3.

Rectam autem lineam quàm designat, in hac æquatione radix A, exhiberi posse, demonstrabitur sic.

Que la ligne que denote en cette equation la racine A, se peut descrire, on demonstrera ainsi.

ria analyseos : sed sententiam Vietæ esse in capite 6 Isagoges, in quo agit de theorematum per poristicem examinatione, plerumque non esse inutile ad accuratiùs examinandam in theorematis veritatem ac demonstrationem, & ad occultandam inuentionis artem, instituere ope analyseos per Algebram inuentæ, aliam analysim, similem ei qua vtimur, dum indagamus alicuius problematis solutionem sine Algebra : asseritque ab ea deinceps ad synthesin facilem fore reditum.

l'analyse : mais que le sens de Viete est, au 6 chapitre de l'Isagoge, où il traitte de l'examen du theoreme par la poristique, que le plus souuent il est vtile, pour mieux examiner la verité du theoreme trouué par l'Algebre, & sa demonstration, & aussi pour cacher l'art de l'inuention, de faire vne autre analyse, par le moyen de celle de l'Algebre, semblable à celle que nous faisons, quand nous cherchons la solution de quelque probleme sans Algebre : & dit, qu'en suite d'icelle, la composition & demonstration par le retour de l'analyse sera facile.

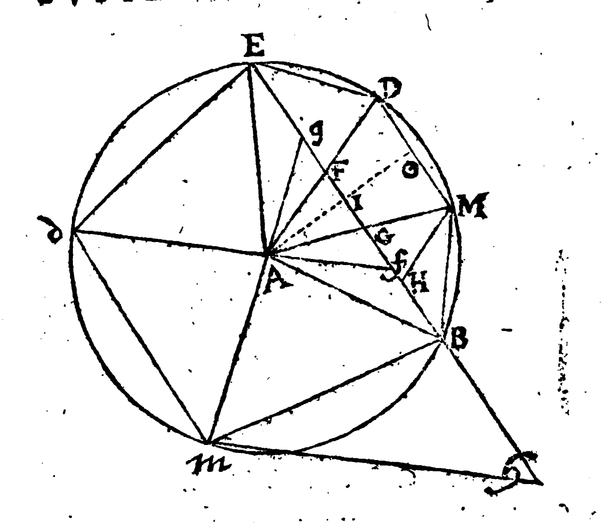
Vt in hoc problemate, secunda analysis fiet sic.

Comme en ce probleme, la seconde analyse se fera ainsi.

R, S, B, D

Sit factum, & sit quæsita recta AC, habens suum cubum multatum solido sub eadem AC, in quadratum R, æqualem cubo rectæ S : si fiat triplum quadratum ex B, æquale quadrato rectæ R : & solidum sub quadrato B in D, æquale cubo rectæ S, cubus ex A C multatus triplo solido contento sub ipsa AC, & quadrato rectæ B, æquabitur solido, sub eadem quadrato B, & recta D comprehenso : ac

Supposant que la ligne requise soit A C, ayant son cube diminué du solide contenu sous la mesme A C, & le quarré de R, egal au cube de la droite S : si on change le quarré de R, au triple du quarré de B : & le triple de S, au solide contenu sous le quarré de B, & de la ligne D : le cube de A C diminué du triple solide sous icelle AC & le quarré de B, sera egal au solide contenu sous le mesme quarré B, & la droite D : partant



Req. π. demonstr.

ab, bm, mg, gh *snt 4 contin. proportion;*

Item, 3bm~gh 2|2 be.

Demonstr.

β. 29 1 | <hma 2|2 <mad,

αβ. 20 3 | <; mbe, bam, mad, hma *snt* 2|2 <e.

15 d. 1 | bam *est* Δ *Isoscel.*

| <bmg *est commun.* Δ; abm & bmg,

32. 1 | Δbmg *siml.* Δabm, ⊔ amd. γ

γ. 32. 1 | Δ;abm, bmg, mgh, edf *snt siml;* <e. & *isoscel;*

δ. 34. 1 | bg 2|2 bm: ed 2|2 ef: dm 2|2 fh. ε

δ. 4. 6 | ab, bm, mg, gh *snt 4 contin. proportion;*

19. a. 1 | ed ⊔ ef, + dm ⊔ fh, + mb ⊔ gb 2|2 be + gh

PROPOS. XXXIII.

Collectio æquationum cubicarum, quæ in duas præcedentes æquationes cubicas affectas ſub latere, poſſunt reduci expurgatione per vncias.

Recueil des equations cubiques qui ſe peuuent reduire, par la regle de la purgation par onces, aux deux equations cubiques precedentes affectées ſous le coſté.

Expurgation. p vnc. in æquation. cubicam $a3 \sim 3b2a$ reducuntur,

Il *ſe reduiſent,*

$a3 + 3ba2 \; 2|2 \; zſ$,

$a3 \sim 3ba2 \; 2|2 \; zſ$,

$a3 + 3ba2 + dpa \; 2|2 \; zſ$.

In hac reductione 3b2 debet excedere dp.

En cette reduction 3b2 *doit exceder* dp.

$a3 + 3b2a \sim dpa \; 2|2 \; zſ$,

$a3 \sim 3b2a + dpa \; 2|2 \; zſ$.

In hac quoque reductione 3b2 debet excedere dp.

En cette reduction auſſi 3b2 *doit exceder* dp.

Expurgation. p vnc. in æquation. cubicam. $3ba \sim a3$ reducuntur,

Il *ſe reduiſent,*

$3ba2 \sim a3 \; 2|2 \; zſ$,

$a3 \sim 3ba2 + dpa \; 2|2 \; zſ$.

In hac reductione 3b2 debet excedere dp.

En cette reduction 3b2 *doit exceder* dp.

$dpa \sim 3ba2 \sim a3 \; 2|2 \; zſ$,

$3ba2 + dpa \sim a3 \; 2|2 \; zſ$,

$3ba2 \sim dpa \sim a3 \; 2|2 \; zſ$.

In hac quoque reductione 3b2 debet excedere dp.

En cette reduction auſſi 3b2 *doit exceder* dp.

SCHOL.

Ex his reductionibus & propoſitionibus præcedentibus, perſpicuum eſt, ſectione anguli

De ces reductions, & des propoſitions precedentes, il eſt manifeſte, que par la ſection de l'angle en trois

in tre

	Constr.		Demonstr.
.p. 1	abme est ⊙,	1. concl. 29 supp.	ab, bm, mg, gh sn
. 4	be 2|2 r,		4 contin. proport
9 supp.	⌒;bm, md,de } snt 2|2 de.	2 concl. 29 supp.	3bm ~ gh 2|2 be u r
			Coroll. 2.
1. p. 1	ab & bm snt ——,	15. 4	2ab 3|2 be u 2|2 be,
symp.	Req. est bm.	15. 4	u 2b 3|2 d, u 2|2 d
	Præpar.		Coroll. 3.
	am, ad, ae, md, de } snt ——,	12. 12	a2 2|3 3b2.
			Coroll. 4.
31. 1	mh ═ ad.	4. d. 1	3a 3|2 d.

SCHOL.

Cùm vtraque linearum B M & Bm satisfaciat quæsito, solutio huius problematis est ambigua.

Ce probleme est ambigu, à cause que l'une & l'autre des lignes BM & Bm peut satisfaire au requis.

PROPOS. XXX.

E serie quatuor continuè proportionalium, si prima sit semidiameter circuli, & secunda subtensa arcus triente circuli maioris, excessus quo quarta superat triplum secundæ, est æqualis subtensæ tripli arcus.

De quatre lignes continuellement proportionnelles, si la premiere est semidiametre d'vn cercle, & la seconde la subtendante d'vn arc plus grand que le tiers du cercle, l'excez par lequel le triple de la seconde surpasse la quatriesme, est egal à la subtendante de l'arc triple.

17 7 | $a3 \left.\begin{matrix}+b\\+d\end{matrix}\right\} a2 \left.\begin{matrix}\sim b2\\+db\end{matrix}\right\} a \sim b3 \; 2|2 \; o,$

concl. antit. | $a3 \left.\begin{matrix}+b\\+d\end{matrix}\right\} a2 \left.\begin{matrix}\sim b2\\+bd\end{matrix}\right\} a \; 2|2 \; b3,$

α. 17. 7 | $a2 + da \; 2|2 \; b2.$

Exempl. 4.

hyp. | $a2 + ab \; 2|2 \; d2.$ α

antit. | $a2 + ab \sim d2 \; 2|2 \; o,$

multiplicatr. $b \sim a.$

$+ba2 + b2a \sim bd2,$

$\sim a3 \sim ba2 + d2a.$

---

7. 7 | $\left.\begin{matrix}+b2\\+d2\end{matrix}\right\} a \sim a3 \sim bd2 \; 2|2 \; o,$

concl. antit. | $\left.\begin{matrix}b2\\+d2\end{matrix}\right\} a \sim a3 \; 2|2 \; bd2,$

α. 17. 7 | $a2 + ab \; 2|2 \; d2.$

Exempl. 5.

hyp. | $b2 \; 2|2 \left.\begin{matrix}+b\\+d\end{matrix}\right\} a \sim a2.$ α

antit. | $a2 + b2 \left.\begin{matrix}\sim b\\\sim d\end{matrix}\right\} a \; 2|2 \; o.$

multiplicatr. $a \sim d.$

$a3 + b2a \left.\begin{matrix}\sim b\\\sim d\end{matrix}\right\} a2,$

$$\sim da2 \sim b2d \left\{\begin{matrix} -+bd \\ -+d2 \end{matrix}\right\} a.$$

·7 $$a3 \left\{\begin{matrix} \sim 2d \\ \sim b \end{matrix}\right\} a2 \left\{\begin{matrix} -+b2 \\ -+bd \\ -+d2 \end{matrix}\right\} a \sim b2d.$$

ncl. tit. $$a3 \left\{\begin{matrix} \sim 2d \\ \sim b \end{matrix}\right\} a2 \left\{\begin{matrix} -+b2 \\ -+bd \\ -+d2 \end{matrix}\right\} a \; 2|2 \; b2d.$$

17. 7 $$b2 \; 2|2 \left\{\begin{matrix} b \\ -+d \end{matrix}\right\} a \sim a2.$$

Sic per antithesim collocata ·aque parte propositæ æqua- nis quadraticæ ad eandem ·tem, deinde si fiat multipli- io per

$$a -+ b, \text{ II } a \sim b, \text{ II } b \sim a,$$

›ducetur æquatio cubica, æ poterit resolui, contraria per diuisionem, in æquatio- n quadraticam.

'er doctrinam angularium :ionum possunt quoque in- iri plurimæ æquationes, : etiam absque reductione in draticas, poterunt resolui metricè; quales sunt sequen- n quæstionum, in quibus B gnat semidiametrum dati ıli, D subtensam datam, m ponimus esse diametrum lem circuli, & A subtensam

Suiuant cette methode, mettan les deux parties de l'equation a mesme costé, puis multipliant par

viendra vne equation cubique, qu se pourra resoudre en vne equa tion quadratique par la diuision.

Par la doctrine de la section de angles, on pourra aussi trouue beaucoup d'equations, qui se pour ront resoudre geometriquement san les reduire en quadratiques : com me sont celles des questions suiuan tes, esquelles la lettre B represent le semidiametre d'vn cercle donné D la subtendante donnée, que nou supposons estre le diametre du mes me cercle, & A la subtendant

D ij

PROPOS. XXXI.

Inuenire ope tabularum sinuum numeros radicum equationum cubicarum.

Trouuer par le moyen des tables des sinus, les valeurs des racines des equations cubiques.

Tradidimus in vigesimo tertio capite nostræ algebræ artem Vieta inuentam, ad extrahendam quamlibet radicem, tam affectam quàm puram: adiunctis etiam literis, quæ ostendũt, quo pacto inueniantur tam diuisores quàm numeri subtrahendi.

Sed hîc ostendemus tantùm, quomodo ope tabularum sinuum possent obtineri numeri radicum præcedentium æquationum cubicarum.

Nous auons donné au 20 chapitre de nostre Algebre la methode qu'a inuenté Viete, pour trouuer le nombre que vaut la racine de toute equation cubique affectée & pure, y adioustant, de nostre inuention, des lettres qui monstrent à trouuer les diuiseurs, & aussi les nombres à soustraire.

Mais icy nous monstrerons seulement à trouuer par le moyen des tables de sinus les nombres des racines des equations cubiques precedentes.

hyp.	3ab2~a3 2|2 b2d,	hyp.	d 2|2 be *est* 31:286
parab.	$3a \sim \frac{a3}{b2}$ 2|2 d,		*Req. est* a 2|2 BM.
hyp.	b 2|2 ab *est* 100,		

Operatio. — *figur. propos. 29 supplem.*

bi 2\|2 $\frac{1}{2}$ be *est* 15:643,

in Δ *rectang.* abi,

Inuentio.. ∠bai *p sinus*,

ba π ſ. ∠bia 2\|2 bi π ſ. ∠bai,

100. 100000. 15:643. 15643,

15643 *est sinus* .. 9 *gr*. 2|2 ∠bai.

ergo, ∠bae, ⊔ *arc*. bme 2|2 18 *gr*. α

∠bam ⊔ mad 2|2 $\frac{1}{3}$..∠bae *est* 6 *gr*. β

In △ *rectang*. mao, am *est* 100.

<mao *est* 3 *gr*.

ſ.∠aom π am 2|2 ſ.∠mao π om,

90 *gr*. 100, 3 *gr*.

100000, 100, 5234, 5:234,

ergo, MD 2|2 a *est* 10:468. γ

Examen.

a 2|2 10:468,	b2 2|2 10000,
3a 2|2 31:404,	$\frac{a3}{b2}$ 2|2 $\frac{1147}{10000}$,
a3 2|2 1147,	3a ~ $\frac{a3}{b2}$ 2|2 31:2893 ⊔ d.

In eadem æquatiòne, *En la mesme equation*.

Req. *est* a 2|2 Bm.

arc. BME *est* 18 *gr*.

360 *gr*. ~ 18 *gr*. *sunt* 342 *gr*.

arc. BmE 2|2 342. *gr*.

$\frac{1}{3}$. 342 *est* 114 *gr*. 2|2 *arc*. Bm.

In △BAm, *p trigonometri*.

a 2|2 Bm *est* 167:734,

Examen.

a 2|2 Bm *est* 167:734,	b2 2|2 10000,
3a 2|2 503:202,	$\frac{a3}{b2}$ 2|2 471:9145,
a3 2|2 4719145,	3a ~ $\frac{a3}{b2}$ 2|2 31:9145, ⊔ d,

Ex his probationibus liquet, valorem radicis A esse vtrumlibet numerorum 10 $\frac{468}{1000}$, & 167 $\frac{734}{1000}$, qui quidem numeri facillimè inueniuntur ope tabularum sinuum.

De ces preuues il est manifeste que la valeur de la racine A est lequel on voudra de ces nombres 10 $\frac{468}{1000}$, & 197 $\frac{734}{1000}$, lesquels nombres se trouuent facilement par le moyen des tables des sinus.

PROPOS. XXXI.

Inuenire lineam, quæ sua potentia cubica multata solido contento sub ipsa, & quadrato datæ rectæ efficiat datum solidum.

Trouuer vne ligne, dont le cube, moins le solide contenu sous icelle, & le quarré d'vne ligne donnée, face vn solide donné.

R ———

S ———

B ———

D ——

Hypoth.

r *est* — D.

*cub..*s *est solid.* D.

*cub..*a~*solid.*r2a 2|2 *cub.*s,

Req. est a.

Æquatio.

hyp.	a3~r2a 2|2 s3,	
4.app.	3b2 2|2 r2.	α
4.suppl	b2d 2|2 s3,	β
1.a.f	a3~3ab2 2|2 b2d.	γ

Constr.

1. p. 1	acl *est* —,	
3. 1	lc 2|2 b.	δ
3. p. 1	clfi *est* ⊙,	
3. 1	ce 2|2 d.	ε
10. 1	ck 2|2 ke.	θ
11. 1	kd ⊥ akl.	λ
p.suppl	dba *est* —, ba 2|2 cl,	

F D B H A I C K E L G

ſymp.	*Req. eſt* ac.		*Demonſtr.*
	Præpar.	... 4.1	de 2|2 dc □ b,
1. p. 1	dc, de, bc *ſnt* ——;	μ. 15. d. 1	ab, bc, cd, de *ſnt* 2|2 ...
	————————	c 4. ſupp	<dcl 2|2 3<a,
13 ſuppl	*cub.* ac : ~3 *ſolid.* ac, □. ab 2|2 *ſolid.* ce, □. ab,		
...	b 2|2 ab : d 2|2 ce,		
1. a. f	*cub.* ac : ~3 *ſolid.* ac, b2 2|2 *ſolid.* d, b2,		
αβ	□. r 2|2 3b2 : *cub.* ſ 2|2 b2d,		
concl. 1. a. f	*cub.* ac : ~ac, r2 2|2 ſ3.		

In concluſione huius demonſtrationis conceditur, tanquam perſpicuum, ſi ex primo duorũ cuborũ ſubducatur parallepipedum rectangulum habens eandem altitudinem cum cubo : & ex ſecundo cubo dematur quoque parallelepipedum rectangulum habens eandem altitudinem quàm cubus, eandemque baſim, quam primum parallelepipedum, ſitque reſiduum primi cubi æquale reſiduo ſecundi cubi : primum cubum eſſe æqualem ſecundo.

En la concluſion de cette demonſtration, on concede, comme choſe manifeſte, que ſi du premier des deux cubes, on oſte vn parallelepipede rectangle ayant meſme hauteur que le cube : & du ſecond auſſi on ſouſtraict vn parallepipede rectangle ayant meſme hauteur que le cube, & ſa baſe egale à la baſe du premier parallepipede, & que le reſte du premier cube ſoit egal au reſte du ſecond : que le premier cube ſera egal au ſecond.

Notandum eſt hîc, vt in hoc problemate, ita etiam in Algebra noſtra, ſtatim ex idonea reductione vel analogia, æquationis per Algebram inuentæ, nos inſtituiſſe conſtructionem & demonſtrationem, ſerie contra-

Nous noterons icy, qu'en ce probleme, & en ceux de noſtre Algebre qu'auſſi toſt que nous auons reduit en ſa vraye forme ou analogie l'equation trouuée par l'Algebre, nous auons fait la conſtruction & la demonſtration d'vn ordre contraire

ria analyseos : sed sententiam Vietæ esse in capite 6 Isagoges, in quo agit de theorematum per porifticem examinatione, plerumque non esse inutile ad accuratiùs examinandam in theorematis veritatem ac demonstrationem,& ad occultandam inuentionis artem, instituere ope analyseos per Algebram inuentæ,aliam analysim, similem ei qua vtimur, dum indagamus alicuius problematis solutionem sine Algebra: asseritque ab ea deinceps ad synthesin facilem fore reditum.

l'analyse : mais que le sens de Viete est, au 6 chapitre de l'Isagoge, où il traitte de l'examen du theoreme par la poristique, que le plus souuent il est vtile, pour mieux examiner la verité du theoreme trouué par l'Algebre, & sa demonstration, & aussi pour cacher l'art de l'inuention, de faire vne autre analyse, par le moyen de celle de l'Algebre, semblable à celle que nous faisons, quand nous cherchons la solution de quelque probleme sans Algebre: & dit, qu'en suite d'icelle, la composition & demonstration par le retour de l'analyse sera facile.

Vt in hoc problemate, secunda analysis fiet sic.

Comme en ce probleme, la seconde analyse se fera ainsi.

R, S, B, D

Sit factum,& sit quæsita recta AC, habens suum cubum multatum solido sub eadem AC, in quadratum R, æqualem cubo rectæ S : si fiat triplum quadratum ex B, æquale quadrato rectæ R : & solidum sub quadrato B in D, æquale cubo rectæ S, cubus ex AC multatus triplo solido contento sub ipsa AC, & quadrato rectæ B, æquabitur solido, sub eadem quadrato B, & recta D comprehenso : ac

Supposant que la ligne requise soit AC, ayant son cube diminué du solide contenu sous la mesme AC, & le quarré de R, egal au cube de la droite S : si on change le quarré de R, au triple du quarré de B : & le triple de S, au solide contenu sous le quarré de B, & de la ligne D : le cube de AC diminué du triple solide sous icelle AC & le quarré de B, sera egal au solide contenu sous le mesme quarré B, & la droite D : partant

proinde, datis rectis B & D, per 23 propos. huius libri, inuenietur recta AC.

Sic continuata secunda analysi, donec innotescat quo pacto quæsita linea, quam ponebamus esse datam, possit obtineri, instituenda est compositio initio facto à constructione, vt in præcedente pagina.

estant données les droites B & D, on trouuera par la 23 proposition de ce liure, la droite AC.

Ayant ainsi continué la seconde analyse iusques à ce que nous ayons recogneu le moyen de trouuer la ligne requise que nous auions supposé estre donnée, on fera la composition començant à la construction, comme nous auons fait en la page precedente.

Secunda analysis quartæ quæstionis cap. 10. Algebræ nostræ, instituetur sic.

La seconde analyse de la 4. question du 10. chapitre de nôtre Algebre, se fera ainsi.

suppos.	nphm *est* □ *inscri.* in △gce.
30 d	gl ⊥ ce *est* D.
16. d	lc & le *sunt* D;
4. 6	go π on 2|2 gl π lc,
1. d	*raõ* gl π lc *est* D.
1. d. d	*raõ* go π on *est* D. β
d. β	*raõ* go π om *est* D.
8. d	*raõ* go π nm u ol *est* D.
18. 5	*raõ* gl π lo *est* D.
30. d	gl *est* D.
2. d	ol *est* D.
concl. 4. d	og *est* D.

G, N, O, M, C, P, L, H, E, Q

Vide compositionem in prædicta quæstione.

Voyez la composition en ladite question.

PROPOS. XXXIII.

Collectio æquationum cubicarum, quæ in duas præcedentes æquationes cubicas affectas sub latere, possunt reduci expurgatione per vncias.

Recueil des equations cubiques qui se peuuent reduire, par la regle de la purgation par onces, aux deux equations cubiques precedentes affectées sous le costé.

Expurgation. p vnc. in æquation. cubicam a3 ~3b2a reducuntur,

Ils se reduisent,

a3 -+ 3ba2 2|2 zs,

a3 ~ 3ba2 2|2 zs,

a3 -+ 3ba2 -+ dpa 2|2 zs.

In hac reductione 3b2 debet excedere dp.

En cette reduction 3b2 *doit exceder* dp.

a3 -+ 3b2a ~ dpa 2|2 zs,

a3 ~ 3b2a -+ dpa 2|2 zs.

In hac quoque reductione 3b2 debet excedere dp.

En cette reduction aussi 3b2 *doit exceder* dp.

Expurgation. p vnc. in æquation. cubicam. 3ba ~ a3 reducuntur,

Ils se reduisent,

3ba2 ~ a3 2|2 zs,

a3 ~ 3ba2 -+ dpa 2|2 zs.

In hac reductione 3b2 debet excedere dp.

En cette reduction 3b2 *doit exceder* dp.

dpa ~ 3ba2 ~ a3 2|2 zs,

3ba2 -+ dpa ~ a3 2|2 zs,

3ba2 ~ dpa ~ a3 2|2 zs.

In hac quoque reductione 3b2 debet excedere dp.

En cette reduction aussi 3b2 *doit exceder* dp.

SCHOL.

Ex his reductionibus & propositionibus præcedentibus, perspicuum est, sectione anguli

De ces reductions, & des propositions precedentes, il est manifeste, que par la section de l'angle en trois

in tre

in tres partes æquales, exhiberi posse longitudinem lineæ quæsitæ, in qualibet æquatione cubica (exceptis æquationibus a3 2|2 b2d, & a3 -+ b2a 2|2 d3) in quibus longitudo lineæ, quam designat radix A, inuenitur methodo tradita in propositionibus 14 & 27 huius libri.

parties egales, on peut trouue[r la] longueur de la ligne requise en to[utes] equations cubiques, (excepté [l'e]quation a3 2|2 b2d, & aussi [a3] -+ b2a 2|2 d3) ausquelles la l[on]gueur de la ligne que denote la ra[cine] A, se trouue par la methode d[on]née aux propositions 14 & 27 d[e ce] liure.

PROPOS. XXXIV.

Constituere æquationes cubicas quæ possint redu[ci] ad quadraticas.

Methode de trouuer des equations cubiques, qui se puisse[nt] reduire en quadratiques.

Exempl. 1.

hyp.	a2 -+ ba 2|2 b2. α
antit.	a2 -+ ba ~ b2 2|2 o,
	multiplicatr. a -+ b.

a3 -+ ba2 ~ b2a,
ba2 -+ b2a ~ b3.

17. 7 1.concl. antit.	a3 -+ 2ba2 ~ b3 2|2 o
	a3 -+ 2ba2 2|2 b3,
α. 17. 7	a2 -+ ba 2|2 b2.

Exempl. 2.

hyp.	a2 ~ ab 2|2 b2. α
antit.	a2 ~ ab ~ b2 2|2 o,
	multiplicatr. a ~ b.

a3 ~ ba2 ~ b2a,
~ ba2 -+ b2a -+ b3.

17. 7 concl.	a3 ~ 2ba2 -+ b3 2|2 [o]
antit.	b3 2|2 2ba2 ~ a3,
α. 17 7	a2 ~ ab 2|2 b2.

Exempl. 3.

hyp.	a2 -+ da 2|2 b2,
antit.	a2 -+ da ~ b2 2|2 o
	multiplicatr. a -+ b

a3 -+ da2 ~ b2a,
-+ ba2 -+ bda ~ b3.

7 7 | $a3 \left.\begin{matrix}+b\\+d\end{matrix}\right\} a2 \quad \left.\begin{matrix}\sim b2\\+db\end{matrix}\right\} a \sim b3 \; 2|2 \; o,$

oncl. ntit. | $a3 \left.\begin{matrix}+b\\+d\end{matrix}\right\} a2 \quad \left.\begin{matrix}\sim b2\\+bd\end{matrix}\right\} a \; 2|2 \; b3,$

17. 7 | $a2 + da \; 2|2 \; b2.$

Exempl. 4.

yp. | $a2 + ab \; 2|2 \; d2.$ $\quad a$

ntit. | $a2 + ab \sim d2 \; 2|2 \; o,$

multiplicatr. $b \sim a.$

$+ba2 + b2a \sim bd2,$

$\sim a3 \sim ba2 + d2a.$

7. 7 | $\left.\begin{matrix}+b2\\+d2\end{matrix}\right\} a \sim a3 \sim bd2 \; 2|2 \; o,$

oncl. antit. | $\left.\begin{matrix}b2\\+d2\end{matrix}\right\} a \sim a3 \; 2|2 \; bd2,$

17. 7 | $a2 + ab \; 2|2 \; d2.$

Exempl. 5.

yp. | $b2 \; 2|2 \left.\begin{matrix}+b\\+d\end{matrix}\right\} a \sim a2.$ $\quad a$

antit. | $a2 + b2 \left.\begin{matrix}\sim b\\\sim d\end{matrix}\right\} a \; 2|2 \; o.$

multiplicatr. $a \sim d.$

$a3 + b2a \left.\begin{matrix}\sim b\\\sim d\end{matrix}\right\} a2,$

$$\sim da2 \sim b2d \left.\begin{matrix} +bd \\ +d2 \end{matrix}\right\} a.$$

17.7 $$a3 \left.\begin{matrix} \sim 2d \\ \sim b \end{matrix}\right\} a2 \left.\begin{matrix} +b2 \\ +bd \\ +d2 \end{matrix}\right\} a \sim b2d.$$

concl. antit. $$a3 \left.\begin{matrix} \sim 2d \\ \sim b \end{matrix}\right\} a2 \left.\begin{matrix} +b2 \\ +bd \\ +d2 \end{matrix}\right\} a \; 2|2 \; b2d.$$

a. 17.7 $$b2 \; 2|2 \left.\begin{matrix} b \\ +d \end{matrix}\right\} a \sim a2.$$

Sic per antithesim collocata vtraque parte propositæ æquationis quadraticæ ad eandem partem, deinde si fiat multiplicatio per

Suiuant cette methode, mettant les deux parties de l'equation au mesme costé, puis multipliant par

$$a + b, \text{ II } a \sim b, \text{ II } b \sim a,$$

producetur æquatio cubica, quæ poterit resolui, contraria via per diuisionem, in æquationem quadraticam.

viendra une equation cubique, qui se pourra resoudre en une equation quadratique par la diuision.

Per doctrinam angularium sectionum possunt quoque inueniri plurimæ æquationes, quæ etiam absque reductione in quadraticas, poterunt resolui geometricè: quales sunt sequentium quæstionum, in quibus B designat semidiametrum dati circuli, D subtensam datam, quam ponimus esse diametrum eiusdem circuli, & A subtensam

Par la doctrine de la section des angles, on pourra aussi trouuer beaucoup d'equations, qui se pourront resoudre geometriquement sans les reduire en quadratiques: comme sont celles des questions suiuantes, esquelles la lettre B represente le semidiametre d'un cercle donné, D la subtendante donnée, que nous supposons estre le diametre du mesme cercle, & A la subtendante

quæsitam partis arcus vel circuli. | *requise de l'arc ou cercle proposé.*

Quæstio. 1.

Diuidere totam circumferentiam in tres partes æquales.

Diuiser la circonference d'vn cercle en trois parties egales.

onstr.	b, a, $\frac{a2}{b}$, $\frac{a3}{b2}$ *snt 4 contin. proportion;*
omet.	b3, b2a, ba2, a3 *snt 4 contin. proportion;*
.sang.	a3 ~ 3b2a 2|2 o,
ntit.	a3 2|2 3b2a,
oncl.	
ypob.	a2 2|2 3b2.

Quæstio. 2.

Diuidere semicirculum in tres partes æquales

Diuiser vn demy-cercle en trois parties egales.

onstr.	b3, b2a, ba2, a3 *snt 4 contin. propor;*
sang.	3b2a ~ a3 2|2 b2b,
5. 4	b 2|2 a.

Quæstio. 3.

Diuidere circulum in 4 partes æquales.

Diuiser vn cercle en quatre parties egales.

onstr.	b4, b3a, b2a2, ba3, a4 *snt 5 contin. proport;*
sang.	2b4 ~ 4b2a2 + a4 2|2 b3d,
ntit.	a4 ~ 4b2a2 2|2 b3d ~ 2b4,
6. 4	a2 2|2 2b2: d 2|2 2b.

Quæstio. 4.

Diuidere circulum in 5 partes æquales.

Diuiser vn cercle en cinq parties egales.

b5, b4a, b3a2, b2a3, b a4, a5 *sint 5 contin. pro-portion;*

5b4a ~ 5b2a3 + a5 2|2 0,

5b4a + a5 2|2 5b2a3,

5b4 + a4 2|2 5b2a2,

5b4 2|2 5b2a2 ~ a4,

5b2 ~ a2 π γ. 5b4 π a2 *sint proportion;*

a 2|2 γ..½b2 ~ γ..¼b4, | α

a 2|2 γ..½b2 ~ γ..¼b4, | β

Radix vniuersalis distinctè est notata in æquam in β

La racine uniuerselle se marque, plus distinctement en qu'en α.

Quæstio. 5.

Diuidere circulum in 7 partes æquales.

Diuiser vn cercle en sept parties egales.

b7, b6a, b5a2, b4a3, b3a4, b2a5, ba6, a7 *si-nt 7 contin. proportion;*

7b6a ~ 14b4a3 + 7b2a5 ~ a7 2|2 0,

7b6a + 7b2a5 2|2 14b4a3 + a7,

7b6 + 7b2a4 2|2 14b4a2 + a6,

7b6 2|2 a6 ~ 7b2a4 + 14b4a2.

...ac æquatione, linea radi- ...est latus heptagoni circulo

En cette equation, la ligne q... denote la racine A est le costé...

inscripti, vnde liquet, hoc problema non esse planum, neque hanc æquationem reduci posse ad quadraticam.

l'heptagone inscrit au cercle : d'où il appert que ce probleme n'est pas plan, & que cette equation ne se peut reduire en quadratique.

PROPOS. XXXV.

Indagare an proposita æquatio cubica possit resolui in quadraticam.

Methode de recognoistre si une equation cubique se peut changer en vne equation quadratique.

Collocetur per antithesim vtraque pars propositæ æquationis cubicæ ad eandem partem, vt in præcedente propositione; ponendo zero in locis vbi series graduum erit interrupta; deinde, progrediendo à sinistra ad dextram, si fiat diuisio, vt in arithmetica, sumpto pro diuisore

Pour ce faire, par antithese, il faut mettre les deux parties de l'equation cubique d'vn seul costé, comme en la proposition precedente, y adioustant des zero aux endroits que la suite des degrez periodiques sera interrompu : puis si allant de gauche à droict, comme en l'Arithmetique, on fait la diuision prenant pour diuiseur

$a + b$, ꝰ $a - b$, ꝰ $-a + b$,

vna trium diuisionum dabit æquationem quadraticam, ex qua æquatio cubica erat deducta, multiplicando per

l'vne des trois diuisions donnera l'equation quadratique, de laquelle estoit deriuée l'equation cubique par la multiplication de

$a + b$, ꝰ $a - b$, ꝰ $b - a$,

vnde liquet, hic per B intelligi literam, quæ in præcedente propositione cum radice A, componebat multiplicatorem.

d'où il est manifeste, que le B se prend icy pour la lettre, qui en l'equation precedente auec la lettre A, composoit le multiplicateur.

Exempl. 1.

$a3 - 2b2a$ 2|2 $b3$.

+a3 + 0a2 ~ 2b2a ~ b3 2|2 0 *diuidend.*

0 ~ ba2 ~ b2a 0 *ſnt Reſidu.*

0 0 +a + b *eſt diuiſr.*

+a2 ~ ba ~ b2. *Quotien.*

Explicatio diuiſionis. *Explication de la diuiſion.*

+a *mſur:* +a3 *p* +a2, *ſcri: in quotien.* +a2,

⊐. +a *p* +a2 *eſt* +a3, *ſubtr:* +a3 *de* +a3, *reſidu eſt zero.*

⊐. +b *p* +a2 *eſt* +ba2, *ſubtr:* +ba2 *de* +0a2, *reſidu eſt* ~ba2.

+a *mſur:* ~ba2 *p* ~ba, *ſcri: in quotien.* ~ba.

⊐. +a *p* ~ba *eſt* ~ba2, *ſubtr:* ~ba2 *de* ~ba2, *reſidu eſt zero.*

⊐. +b *p* ~ba *eſt* ~b2a, *ſubtr:* ~b2a *de* ~2b2a, *reſidu eſt* ~b2a.

+a *mſur:* ~b2a *p* ~b2 *ſcri: in quotien.* ~b2.

⊐. +a *p* ~b2 *eſt* ~b2a, *ſubtr:* ~b2a *de* ~b2a, *reſidu eſt zero.*

⊐. +b *p* ~b2 *eſt* ~b3, *ſubtr:* ~b3 *de* ~b3, *reſidu eſt zero.*

Itaque cùm a+b metiatur a3 ~ 2b2a ~ b3 *p* a2 ~ ba ~ b2, itque per antitheſim a2 ~ ba æqualia b2, propoſita æquatio cubica

Partant puiſque a+b *meſure* a3 ~ 2b2a ~ b3 *p* a2 ~ ba ~ b2, *& que par antitheſe* a2 ~ ba *eſt egal au quarré de B, l'equation cubique propoſée*

$$a3 \sim 2b2a \; 2|2 \; b3,$$

:esoluitur in æquationem qua-lraticam

se resout en l'equation quadratique

$$a2 \sim ba \; 2|2 \; b2,$$

n qua, inuenta linea quam de-ignat radix A, dabitur etiam adix propositæ æquationis cu-icæ, cùm sit eadem.

en laquelle, si on trouue la ligne que designe la racine A, on aura aussi la racine de l'equation cubique proposee, veu que c'est la mesme.

Exempl. 2.

yp. | $2b2 \sim a3 \; 2|2 \; b3,$

$$\sim a3 + 0a2 + 2b2a \sim b3 \; 2|2 \; 0$$ *est diuidend.*

$$0 \sim ba2 + b2a \quad 0$$ *sunt residu,*

$$0 \qquad 0$$

$$\sim a + b$$ *est diuisr.*

$$+ a2 \quad + ba \quad \sim b2$$ *Quotien.*

Instituta diuisione, vt in præcedente, inuenietur in quotiēte

faisant la diuision comme au precedent, on trouuera au quotient

$$+ a2 + ba \sim b2,$$

t per antithesim a2 + ba erunt qualia b2: ac proinde æquatio ubica

& par antithese a2 + ba seront egaux au quarré de B: partant l'equatione ubique

$$2b2a \sim a3 \; 2|2 \; b3,$$

:ducitur in æquationem quaraticam

se reduit en l'equation

$$a2 + ba \; 2|2 \; b2.$$

Quamuis autem proposita quatio cubica possit reduci in uadraticam, si literæ æquatios quadraticæ, ex qua intelli-

Or encore qu'une equation cubique se puisse reduire en une quadratique, si les lettres de l'equation quadratique, de laquelle elle est pro-

ſſe deducta per multipli-
ᵽm, non reperiantur in
, ſed in alias ſint mutatæ
meriam, aut aliter, diui-
n poterit fieri per literas
eti. Ideoque ad digno-
m an poſſit reduci in pla-
ſecurior via erit, mutare
itas literas in numeros
uenientes, aut inſtituere
onem numeris, deinde
e per aliquem diuiſorem
ſitum ex radice A, & vni-
el aliquo numero, qui
ır numerum homogenei
rationis: exempli gratia,
atur æquatio cubica

uenuë par la multiplication, ne ſe trouuent en la cubique, & qu'elles ayent eſté changées en d'autres par l'iſomerie, ou autrement, la diuiſion ne ſe pourra faire par lettres. Partant pour cognoiſtre ſi elle ſe pourra reduire en quadratique, la voye plus aſſurée ſera de changer ſes lettres données en leurs nombres; ou de faire l'equation par nombres, puis faire la diuiſion par quelque diuiſeur, qui ſoit composé de la racine A, & de l'vnité, ou de quelque nombre qui meſure l'homogene de comparaiſon: par exemple, ſoit proposé l'equation cubique

ba2 + hpa ~ a3 2|2 fpd,

equatione, B eſt 7, Hp eſt
ſt 80, D eſt 2: itaque in
s eadem æquatio erit

en cette equation B vaut 7, Hp 28, Fp 80, & D 2: & par conſequent la meſme equation en nombres ſera

7a2 + 28a ~ a3 2|2 160.

ræcepta tradita in Scho-
ſtionis 11 cap. 11 noſtræ
, comperio, nullũ nume-
um, præter 2 & 5, metiri
eneum 160: ac proinde,
ponam L, & pro 5 N,
æqualis 160: nam l4
qui ductus in N, ſiue 5,
0. Itaque diuiſor debet
+1, vel A cum aliqua lite-
metiatur l4n, quales
, l4, n, ln, &c. ſi aſſuma-
l eſt 5, diuiſor erit

Maintenãt ſuiuant les preceptes donnez au Scholie de l'11 queſtion du 11 chap. de noſtre Algebre, ie recognois qu'il n'y a point d'autres nombres premiers que 2 & 5, qui meſure 160: partant, ſi on marque le 2 par L, & le 5 par N, l4n ſera egal à 160: car l4 vaudra 32, qui eſtant multiplié par N ou 5, fait 160. & par conſequent le diuiſeur doit eſtre n+1, ou l'A auec quelque lettre qui meſure l4n, telles que ſont l, l2, l4, n, ln, &c. ſi on prend N, c'eſt à dire 5, le diuiſeur ſera

a+5, ∐ a~5, ∐ ~a+5.

ed in proposita æquatione, diuisor debet esse a+5, vt patet ex hac diuisione.

mais en cette equation le diuiseur doit estre a+5, comme il appert de cette diuision.

~a3+7a2+28a~160 2|2 0 *est diuidend.*

0+12a2~32a 0 *sont residu.*

0 0

+a+5 *diuisr.*

~a2+12a~32, *est quotien.*

Quotiens huius diuisionis est | *Le quotient de cette diuision est*

~a2+12a~32,

& per antithesin 12a~a2, erunt æqualia 32, ideoque proposita æquatio cubica

& par antithese 12a~a2 seront egaux 32, partant l'equation cubique proposee

7a2+28a~a3 2|2 160: ∐ ba2+hpa~a3 2|2 fpd.

reducitur in æquationem quadraticam

se reduit en l'equation quadratique

12a~a2 2|2 32.

Doctissimus Des-cartes, qui tanta Algebræ scientia præditus est, vt negari non possit eum inuenisse solutionem fastuosi problematis problematum NVLLVM NON PROBLEMA SOLVERE, inuestigat quotientem huius diuisionis in sua Geometria gallicè edita, progrediēdo à dextra ad sinistram; sed quia nihil interest ex vtra

Monsieur Des-cartes, qui sçait l'Algebre si bien, qu'on ne peut nier, qu'il n'aye trouué la solution du fastueux probleme des problemes, RESOVDRE TOVT PROBLEME, en sa Geometrie à fait cette diuision allant de droit à gauche: mais à cause qu'il n'importe de quel costé on la commence nous l'auons fait commençant à la main gauche, & allant vers la

...itium fiat, nos malui- in Arithmetica, progre- ... ſtra ad dextram.

coſté droict, comme en l'Arithmetique.

SCHOL.

... in hac propoſitione di... le reductionibus æqua... cubicarum in quadra... ...abent etiam locum in... ...iorum graduum æqua... ...s, in quibus diuiſor po... ...non ſolùm A + B, ſed ...tioris gradus, vt in qua... ...quadratica

Ce que nous auons dit en cette propoſition des reductions des equations cubiques en quadratiques, ont auſſi lieu aux autres equations qui montent plus haut en l'ordre de l'eſchelle, auſquelles le diuiſeur peut eſtre non ſeulement A + B, mais auſſi de plus haut degré, comme en l'equation biquarrée, le diuiſeur peut eſtre

$$a2 + b2, \text{ u } a2 + ab - b2,$$

...s, vt libet mutatis ſignis ...num.

ou autre, changeant comme on veut les ſignes d'affection.

PROPOS. XXVI.

...aximis & minimis. *Des maximes & minimes.*

Quæſtio. I.

...inire maximum rectangulum contentum ſub ...is ſegmentis propoſitæ rectæ lineæ.

...ver le plus grand rectangle contenu ſous les ſegments ...igne droite donnée.

Hypoth.

...eſt — D.

... & ge ſnt ſegments,

... egf eſt maxim.

Req. eſt og.

E — G — F

Analyſ. 1.

ſuppoſ.	b 2|2 ef, a 2|2 eg,		
.a b .concl.	b~a 2|2 gf,		
.ſ 1.d 2	▭.egf *eſt* ab~a2. α		

E —— G —— F

Analyſ. 2.

ſuppoſ.	e *eſt zero.* β a+e 2|2 eg,		
.a.b ;concl.	b~a~e 2|2 gf,		
.ſ.1.d2	▭.egf *eſt* ab~a2~2ae+eb~e2,		
.1.a.1	ab~a2 2|2 ab~a2~2ae+eb~e2,		
antie.	2ae+e2 2|2 eb,		
hypob.	2a+e 2|2 b,	ergo 3.concl 7.a.1	2a 2|2 b,
β	e *eſt zero.*		a 2|2 ½b.

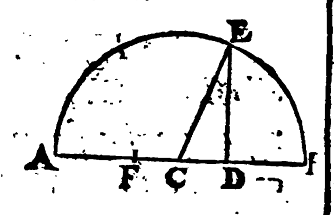
Quæſtio. 2.

Indagare maximum rectangulum comprehenſum ſub media, & differentia extremarum trium proportionalium.

Trouuer le plus grand rectangle compris ſous la moyenne, & la difference des extremes de trois lignes proportionnelles.

Hypoth.

caeb *eſt ſemic.*
ad, de, db *ſnt propors.*
fc 2|2 cd,
▭.fde *eſt maxim.*
Req. *eſt* ● d.



Analys. 1.

b 2|2 ac ⊔ cb, a 2|2 cd ⊔ cf,
b+a 2|2 ad,
b~a 2|2 db,
2a 2|2 fd,
γ.b2~a2 2|2 ed,
▭.ed, fd *est* γ.4b2a2~4a4.

Analys. 2.

e *est zero*, a+e 2|2 cd ⊔ cf,
b+a+e 2|2 ad,
b~a~e 2|2 db,
2a+2e 2|2 fd,
▭.adb *est* b2~a2~2ae~e2,
ed *est* γ. b2~a2~2ae~e2,
▭.ed,fd *est* 4b2a2~4a4+8b2ae
+4b2e2~16a3e,~24a2e2 } 2|2 +4b2[a2]
~16ae3~4e4 } ~4a4
8b2ae+4b2e2 2|2 16a3e+24a2e2+16ae3~4e[4]
8b2a+4b2e 2|2 16a3+24a2e+16ae2~4e3.

, quia litera E non in om- partibus æquationis re- r, seruatis tantùm parti- n quibus non reperitur tera E, continuanda est io, sic.

Maintenant, à cause que lettre E ne se trouue pas en tou les parties de l'equation, gard seulement les lettres où elle ne trouue point, on continuera l'equ tion ainsi.

♪	8b2a 2|2 16a3,	antit. 3 concl f. 461	$\frac{1}{2}$b2 2|2 a2,
parab.	b2a 2|2 2a3,		√.$\frac{1}{2}$b2 2|2 a.
hypob.	b2 2|2 2a2,		

Quæstio. 3.

Datam rectam lineam secare in duo segmenta, quæ habeant aggregatum suorum quadratorum omnium minimum.

Couper une ligne droite donnée en deux segments, qui ayent l'aggregé de leurs quarrez le moindre de tous.

Hypoth.

b 2|2 gh *est* — D.
gd & dh *sint segment;*
aggregat. □; gd & dh *est minim.*
Req. est • D.

Analys. 1.

G————D————H

suppos.	a 2|2 gd,
a. b	b ~ a 2|2 dh,
	□.gd *est* a2,
	□.dh *est* b2 ~ 2ba + a2.
concl.	*aggregat. est* b2 ~ 2ba + 2a2.

Analys. 2.

suppos.	c *est zero.* β a + c 2|2 gd,
a. 1	b ~ a ~ c 2|2 dh;
	□.a + c *est* a2 + 2ae + e2,

$\square . b \sim a \sim e$ *est* $b2 \sim 2ba \sim 2be + a2 + 2ae + e2.$

aggregat. est $b2 \sim 2ba \sim 2be + 2a2 + 4ae + 2e2,$

$$\left. \begin{array}{l} b2 \sim 2ba \sim 2be + 2a2 \\ \quad + 4ae + 2e2 \end{array} \right\} 2|2 \; b2 \sim 2ba + 2a2,$$

$4ae + 2e2 \;\; 2|2 \;\; 2be,$

$4a + 2e \;\; 2|2 \;\; 2b,$

$4a \;\; 2|2 \;\; 2b,$

$2a \;\; 2|2 \;\; b.$

Quæstio. 4.

Inuenire maximum conorum rectorum sub æquali- conicis superficiebus contentorum.

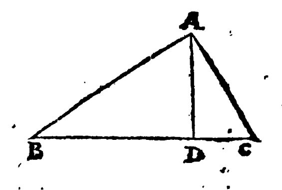
Trouuer le plus grand des cones droicts contenus sous ega- superficies coniques.

Hypoth.

ab est semidiamet.. bas..con.

$ad \perp ac$ *est ax..con.*

ac est latus ιι *costé..con.*



Analys.

$ad \perp bc,$		$\frac{b4 \sim a4}{a2} \; 2\|2 \; \square . ab,$
$\square . ac, cb \; 2\|2 \; b2.\ \alpha$	47. 1	
$a \; 2\|2 \; ac,$	4. 6	$bc \, \pi \, ba \; 2\|2 \; ac \, \pi \, ad.$
$\frac{b2}{a} \; 2\|2 \; bc,$	1. concl. 16 6	$\frac{b4a2 \sim a6}{b4} \; 2\|2 \; \square \, ad.$

2 suppos. | $a+e \;\; 2|2 \;\; ac,$

α | $\dfrac{b2}{a+e,} \;\; 2|2 \;\; bc,$

47. 1 | $\dfrac{b4 \sim a4 \sim 4a3e \sim 6a2e2 \sim 4ae3 \sim e4}{a2+2ae+e2} \;\; 2|2 \;\; \square.ab,$

β | $\left.\dfrac{\begin{array}{l} b4a2 \sim a6 \sim 4a5e \sim 6a4e2 \sim 4a3e3 \sim e4a2, \\ 2b4ae \sim 2a5e \sim 8a4e2 \sim 12a3e3 \sim 8a2e4 \\ \qquad\qquad \sim 2ae5, \\ b4e2 \sim a4e2 \sim 4a3e3 \sim 6a2e4 \sim 4ae5 \sim e6, \end{array}}{b4}\right\} \;\; 2|2 \;\; \square.ad, \; δ.$

γ δ 1. a. 1 | $\left.\begin{array}{l} b4a2 \sim a6 \sim 4a5e \sim 6a4e2 \sim 4a3e3 \sim e4a2 \\ 2b4ae \sim 2a5e \sim 8a4e2 \sim 12a3e3 \sim 8a2e4 \\ b4e2 \sim a4e2 \sim 4a3e3 \sim 6a2e4 \sim 4ae5 \sim e6, \end{array}\right\} \;\; 2|2 \;\; b4a2 \sim a6.$

Iam ſublatis vtrimque $b4a2 \sim a6$, & ex ſingulis partibus reſidui litera E, partes in quibus non reperitur litera E, ſunt tantum hæ tres $2b4a \sim 4a5 \sim 2a5$, quæ per antitheſim conſtituunt hanc æquationem.

Maintenant ayant oſté de deux parties de l'equation $b4a2 \sim a6$, *& de chaque partie du reſte la lettre E, il ne reſte que ces trois parties* $+2b4a \sim 4a5 \sim 2a5$, *ſans l'E, leſquelles par antitheſe de celles qui ſont marquées par moins en la partie contraire, font cette equation.*

antit. | $2b4a \;\; 2|2 \;\; 6a5,$

hypob. concl. | $2b4 \;\; 2|2 \;\; 6a4,$

parab. | $b4 \;\; 2|2 \;\; 3a4.$

Ex hac conclusione sequitur, conorum rectorum sub æqualibus superficiebus conicis contentorum maximum esse eum, in quo quadrato quadratum mediæ proportionalis, inter semidiametrum basis & lateris coni, est triplum quadrato-quadrati semidiametri basis: quòd habeat perpendicularem A D omnium maximam.

Il s'ensuit de cette conclusion, que des cones droits contenus sous egales superficies coniques, le plus grand est celuy, qui a le biquarré de la moyenne proportionnelle entre le semidiametre de sa base, & son costé, triple du biquarré du semidiametre de sa base: à cause qu'en iceluy la perpendiculaire A D est plus grande qu'aux autres.

Vide scholium 8 quæstionis 19 capitis Algebræ.

Voyez le scholie de la 8 question du 19 chapitre de l'Algebre.

COROLL.

Sequitur etiam triangulorum rectangulorum, habentium eandem mediam proportionalem inter hypothenusam & perpendiculum, maximum esse illud quod habet suum perpendiculum potestate quadrato-quadratica, subtriplum illius mediæ proportionalis.

Il s'ensuit aussi que des triangles rectangles, qui ont vne mesme moyenne proportionnelle entre l'hypothenuse & la perpendiculaire, le plus grand est celuy, qui a sa perpendiculaire en puissance biquarrée sous-triple de ladite moyenne proportionnelle.

Ad eandem methodum pertinet etiam inuentio tangentium ad data puncta in lineis quibuscumque curuis.

Par la mesme methode on trouuera aussi les tangentes de toutes sortes de lignes courbes, en des points donnez en icelles.

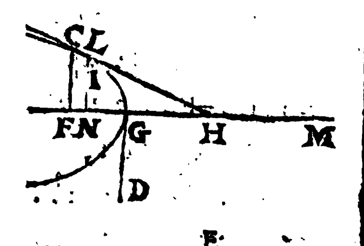
Exempl. 1.

Hypoth.

cg *est parabol.*

fg *est diamet.*

c *est* • D. *in* cg.



clh *tangen: parabol.* ∤*n* • c,

fgh *est* —,

Req. est h, *intersectio*..fgm *&*..ch.

Præpar.

cf *est ordinata. D.. positio. a*

•l ∤*n* ch *est arbitr.*

... 1	lin = if,
9 a. 1	ln 3|2 in,
19. 1	△cfh *siml.* △lnh. β i *est intersectio*..lin *&* cig.
10p1.ap	fg π ng 2|2 □.cf π □ in,
8. 5	□.cf π □.in 3|2 □.cf π □.ln,
β. 4 6	□.cf π □.ln 2|2 □.fh π □.nh,
concl. 13. 5	fg π ng 3|2 □.fh π □.nh. γ

Analys.

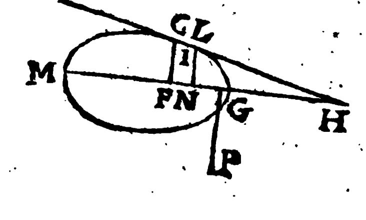
α.	b 2|2 fg *est* D.
suppos.	a 2|2 fh,
suppos.	e 2|2 fn *est zero.* δ.
19. a. 1	ng *est* b~e, nh *est* a~e,
γ δ	fg π ng 2|2 □.fh π □.nh,
	b b~e a2 a2~2ae+e2,
16. 6	ba2~2bae+be2 2|2 ba2~ea2,
.ntis	be2+ea2 2|2 2bae,
parab.	be+a2 2|2 2ba,
δ	a2 2|2 2ba,
concl hypob.	a ꟷ fh 2|2 2b.

Vide distinctionem conicarum sectionum in 20 definitione gnomonicæ.

Voyez la distinction des sections coniques en la 20 definition de la gnomonique.

Hypoth.

mcg *est ellips*,
mfg *est diamet*.
c *est* •D. *in* mcg,
clh *tang: ellips in* c,
mgh *est* —,



Req. est h, *intersectio*..mgh *&* ch.

Præpar.

2. 1 | cf *est ordinata. D.. positio.* α
• l *in* ch *est arbitr.*
1. 1 | lin = cf,
. 2 1 | ln 3|2 in,
9. 1 | △cfh *sml.* △lnh, β
p1 ap | ▭mfg π ▭mng 2|2 □.cf π □.in,
1 | □.cf π □.in 3|2 □.cf π □.ln,
4. 6 | □.cf π □.ln 2|2 □.fh π □.nh,
ncl. 1 | ▭mfg π ▭mng 3|2 □.fh π □.nh.

Analys.

| b 2|2 fg, *&* d 2|2 mf. *snt D*; γ
pos. | a 2|2 fh,
pos. | e 2|2 fn, *est zero.* δ
a. 1 | mn *est* d+e, ng *est* b~e, nh *est* a~e,

5.6	▭mfg π ▭mng 2|2 □.fh π □.nh,
	bd π { ~ed ~ e2 / −+ bd −+ be } 2|2 a2 π a2 ~ 2ac −+ e2,
6.5	bda2 ~ 2aebd −+ e2bd 2|2 { ~eda2 ~ e2a2, / −+ bda2 −+ bea2,
.a.2	~2aebd −+ e2bd 2|2 ~eda2 ~ e2a2 −+ bea2,
hypob.	~2abd −+ ebd 2|2 ~da2 ~ ea2 −+ ba2,
5	~2abd 2|2 ~da2 −+ ba2,
hypob.	~2bd 2|2 −+ ba ~ da,
ntis.	da ~ ba 2|2 2bd,
oncl. parab.	a ∐ fh 2|2 $\frac{2bd}{d \sim b}$.

Iisdem positis, in hyperbola reperietur A, vel FH, esse æqualem $\frac{2bd}{b -+ d}$.

Suiuant les mesmes hypothefes, on trouuera qu'en l'hyperbole A, ou FH, est egale à $\frac{2bd}{b -+ d}$.

Rectam autem ductam ab inuento puncto H ad datum punctum C, tangere lineam curuam CIG in C, non dubium est, nec vnquam fallit hæc methodus, vt asserit eius inuentor, qui est doctissimus Fermat consiliarius in parlamento Tolosano excellens geometra, nec vlli secundus in arte Analytica: qui optimè etiam restituit omnia loca plana Apollonij Pergæi, quæ in hac vrbe vidimus manuscripta, in

Que la ligne droite menée du poinct trouué H, au poinct donné C, touche la ligne courbe CIG en C, il n'y a point de doute, & cette methode ne manque iamais: ce que son inuenteur asseure, qui est Monsieur Fermat, Conseiller au Parlement de Toulouse, excellent Geometre, & qui ne cede à aucun en l'art Analytique: lequel a aussi tres-bien restitué tous les lieux plans d'Apollonius Pergeus, que nous les auons veu en cette ville manu-

ınibus plurimorum, quibus ɔnexa est etiam ab eodem au- re ad locos planos & solidos goge.

Rectam autem perpendicula- m tangenti in puncto conta- ıs, esse quoque perpendicula- n lineæ curuæ, manifestius quàm indigeat demonstrari.

His exemplis tactionum co- carum sectionum subjiciemus quentes propositiones.

scriptes entre les mains de plusieurs, en suite desquels se trouve aussi du mesme autheur, vne Isagoge, aux lieux plans & solides.

Que la ligne droite perpendiculaire à la touchante au poinct d'attouchement, est aussi perpendiculaire à la ligne courbe, il est si manifeste, qu'il n'a besoin d'estre demonstré.

A ces exemples d'attouchemens coniques, nous adiousterons les propositions suiuantes.

PROPOS. XXXVII.

Describere conicas sectiones beneficio alicuius fili vel funis.

Descrire les sections coniques par le moyen d'vn filet ou corde.

Exempl. 1. de Ellipse, *de l'Ellipse ou ouale.*

Si A & B sint duo claui perpendiculares plano CEFG, circa quos plicatur filum vel funia circularis ABC, in triangulum stilo vel digito extensus, linea curua CEFG, quam stilus C, circunductus circa puncta, vel duos A & B, extendens funem describit, erit Ellipsis, habens duos focos in punctis A & B.

Si A & B sont deux cheuilles perpendiculaires au plan CEFG, enuironnées par le filet ou corde circulaire ABC, estendu en triangle par vn crayon ou le doigt, la ligne courbe CEFG, que descrit le crayon C, en tournant à l'entour de A & B, tirant tousiours la corde à soy, sera vne Ellipse, ayant ses foyers ou poincts brusslans en A & B.

Coroll. 1.

a. 1 |eg, ac + bc, ad + bd, ac + be, &c. *sunt* 2|2 &c.

Coroll. 2.

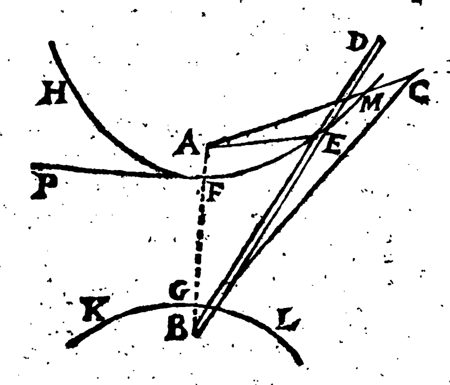
<ade 2|2 <bdc : <acd 2|2 <bcg, &c.

Coroll. 3.

Similes Ellipses sunt, quæ eandem proportionem habent maioris diametri EG, ad AB interuallum focorum.

Les Ellipses semblables sont celles qui ont mesme proportion du plus grand diametre EG, à AB l'interualle des foyers.

Exempl. 2. de Hyperbola, *de l'Hyperbole.*



Si BC sit radius vel baculus inflexibilis, mobilis circa punctum fixum B, & AC filum vel funis flexibilis, ligatus ex vna sui extremitate cum puncto fixo A, & ex altera extremitate cum C, puncto extremo baculi BC: & initio facto ab extremitate C, ducatur funis AC iuxta bacu-

Si BC est vne verge ou baston qui ne plie point, mobile à l'entour du poinct fixe B, & AC vn filet ou corde, attaché par l'vne de ses extremitez au poinct fixe A, & par l'autre extremité, au bout du baston BC: & que commençant à l'extremité C, qu'on mene la corde au long du baston CB, en sorte qu'vne

lum CB, ita vt pars funis & baculi conueniant inter se : linea curua EFH, quam percurret angulus AEB erit Hyperbola, habens suos focos in A & B.

partie de la corde & du baston conuiennent ensemble : la ligne courbe EFH que parcourra l'angle AEB sera une Hyperbole, ayant ses foyers ou poincts bruslans en A & B.

Coroll. 1.

19 & 21 | eb 2|2 ca+fg.

Coroll. 2.

Si baculus ex B ad A, & funis ex A ad B transferātur, describetur opposita Hyperbola KGL.

Si on transporte le baston de B en A, & la corde de A en B, on descrira l'Hyperbole opposee KGL.

Coroll. 3.

Si solus funis augeatur cæteris manentibus, quo magis augebitur, eo magis hyperbola accedet ad lineam rectam, ita vt, si funis sit æqualis baculo, linea descripta sit recta.

Si toute autre chose demeurant on augmente la corde, l'hyperbole deuiendra d'autant plus approchante à une ligne droite, en sorte que si la corde est egale au baston, la ligne qu'on descrira sera tout à fait droite.

Coroll. 4.

Si funis & baculus æqualiter augeantur cæteris manentibus, hyperbola descripta erit semper eadem : transibitque semper per eadem puncta E, F, H, extendeturque eo longius, quo maior erit augmentatio.

Si sans autre changement on augmente egalement la corde & le baston, l'yperbole qu'on descrira sera tousiours la mesme : & passera tousiours par les mesmes poincts E, F, H & s'estendra d'autant plus, que l'augmentation de la corde, & du baston sera grande.

Coroll. 5.

Linea tangens hyperbolam in puncto E, diuidit bifariam angulum AEB.

La ligne droite touchante l'hyperbole au poinct E, diuise en deux parties egales l'angle AEB.

Coroll. 6.

Similes hyperbolæ sunt, quæ eandem habent proportionem diametri FG ad AB interuallum focorum.

Les hyperboles semblables sont celles, qui ont mesme proportion du diametre FG à AB, internalle des foyers ou poincts bruslans.

Coroll. 7.

Ex corollariis 5 huius & secundo præcedentis exempli sequitur, radios inclinatos ad vnum focorum, reflexione facta in superficie concaua ellipsis vel hyperbolæ, vt in speculis, dirigi ad alterum focorum. Vt in ellipsi, radij AD & AC reflectuntur ad alterum focum B: in hyperbola, si focus B, & puncta D & E, sint in directum posita, recta DE reflectetur ad alterum focum A.

Des corollaires cinquiesme de cet exemple, & second du precedent, s'ensuit, que les rayons inclinez à l'vn des foyers, reflechissant en la superficie concaue de l'ellipse, ou de l'hyperbole, comme aux miroirs, se dirigent & inclinent à l'autre foyer. Comme en l'ellipse, les rayons AD & AC se reflechissent à l'autre foyer B: en l'hyperbole, si le foyer B, & les poincts D & E sont en vne ligne droite, la ligne droite DE reflechira à l'autre foyer A.

Exempl. 3. de parabola ; *de la parabole.*

Si OZL, vel IDG sit perpendicularis EBH, & funis vel filum CZO, vel CDI, ex vna extremitate sit alligatus puncto immobili C, & ex altera extremitate puncto O, vel I, normæ mobilis super recta EBH, ducaturque manu iuxta perpendiculum OL, initio facto à puncto

Si OZL, ou IDG est perpendiculaire à EBH, & la corde ou filet CZO ou CDI, par l'vne de ses extremitez, soit attachée au poinct immobile C, & par l'autre extremité au poinct O, ou I, de l'esquierre mobile sur la droite EBH; & qu'auec la main, commençant au poinct O, soit appliquée la corde au long de l'esquier-

O, verſus L, minuendo interuallum B O, prout poſtulauerit diminutio longitudinis partis CZ vel C D funis, linea deſcripta ab angulo O Z C, vel I D C erit parabola, habens ſuum focum in puncto C.

re tirant vers L, & diminuant l'internalle BO, afin que la corde puiſſe fournir aux deux coſtez OZ & ZC, & auſſi à ID & DC: la ligne deſcrite par l'angle OZC, ou IDC de la corde, ſera une parabole, ayant ſon foyer au poinct C.

Coroll. 1.

bac, idc, ozc, &c. ſnt 2|2 de.

Coroll. 2.

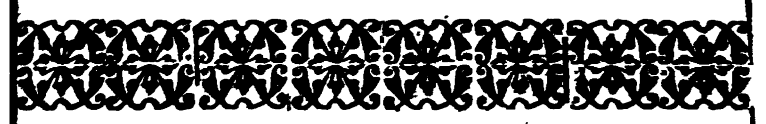
<cda 2|2 <cdz.

Coroll. 3.

Ex hoc ſecundo corollario ſequitur, omnes radios parallelos, quales ſunt OZ & I D, à ſuperficie concaua ſpeculi parabolici reflecti ad idem punctum C.

De ce ſecond corollaire s'enſuit, que tous les rayons parallels, comme ſont OZ & ID, en la ſuperficie concaue du parabole reflechiſſent au meſme poinct C.





ISAGOGE DE L'ALGEBRE.

Ce que nous auons dit de l'Algebre en ce liure iusques icy, est son vray complement, & ce qu'il luy manquoit pour sa parfaite intelligence : Mais à cause qu'en icelle, de mesme qu'aux autres sciences, on trouue plus de difficulté en son Isagoge & entrée, qu'au reste de la science. Nous repeterons icy succinctement les principes de son Isagoge, qui se diuise en cinq parties, qui sont la logistique, des quantitez simples, contenant l'addition, la soustraction, la multiplication, & la diuision:

La logistique des quantitez composees:

Les reductions des equations:

Les extractions des racines des puissances affectées :

Les questions necessaires pour l'intelligence de la pratique de ces quatre premieres parties, & de l'inuention des equations.

De la logistique des grandeurs simples.

De l'addition.

L'addition des mesmes lettres se faict comme aux nombres absolus, & de diuerses lettres, en interposant le signe de plus,

b	5a	5a2	a	5a
b	3a	3a2	b	3b
2b	8a	8a2	a+b	5a+3b.

De la soustraction.

ustraction des mesmes lettres se faict comme aux nombres
, & des differentes lettres, en interposant le signe de

8b	8a2	a	b	5a
3b	5a2	b	d	3b
5b	3a2	a~b	b~d	5a~3b.

De la multiplication.

ultiplication des mesmes lettres se fait en adjoustant les
is: mais si les lettres sont differentes, on les met de suite
rs exposans, sans considerer laquelle on met la premiere :
es lettres ont des nombres preposez, on les multipliera
l'autre, comme aux nombres absolus.

a3	b2	7a2	a	6a3
a2	b	4a3	b	3b2
a5	b3	28a5	ab	18a3b2.

De la diuision.

uision des lettres semblables, se fait en ostant l'exposant
de l'exposant du diuidende : Mais si les lettres sont diffe-
i diuision se fera en mettant le diuiseur sous le diuidende,
nera vne fraction pour le requis.: Que s'il y a des nom-
posez aux lettres, leur diuision se fera comme aux nom-
iers.

$\frac{a5}{a2}$ [a3 $\frac{b3}{b2}$ [b $\frac{28a5}{4a3}$ [7a2 $\frac{7ab2}{ab}$ [7b $\frac{a2}{b2}$ { $\frac{a3}{b2}$

SCHOL.

L'Algebre ſpecieuſe ſe nomme ainſi des lettres de l'alphabet, qui n'ont aucune ſignification particuliere, ny en la quantité diſcrete, qui ſont les nombres, ny en la continuë, ſinon celle qu'on leur attribuë. Par exemple, ſi on attribuë à la lettre B 12 pour ſa valeur, le raiſonnement qu'on fera auec icelle lettre B, ſans conſiderer le nombre 12, conuiendra auſſi à tout autre nombre, comme à 15, 20, &c. & par ainſi la lettre B, ſignifiera l'eſpece des nombres, & non les indiuidus & particuliers: ce qu'il faut auſſi entendre en la quantité continuë, pouuant ſignifier vne ligne, vne ſuperficie, ou autre quãtité telle qu'on voudra, par le moyen deſquelles lettres, on inuente des theoremes vniuerſels, tant en la quantité continuë que diſcrete. Or la logiſtique ſpecieuſe conſiſte plus en l'explication par lettres, les operations qui ſe doiuent faire en la quantité diſcrete ou continuë, pour auoir le requis en nombres ou lignes, qu'en calcul. Et n'eſt pas beſoin de conſiderer en la quantité diſcrete, la generation des nombres ny la difference des genres: mais en la continuë, on doit ſçauoir comment elles s'engendrent, & la diuerſité de leurs genres. Partant, nous dirons que le poinct par ſon mouuement engendre la ligne: la ligne par ſon mouuement en largeur, la ſuperficie: la ſuperficie, ſe mouuant vers la dimenſion qu'elle luy manque, engendre le ſolide: & n'y a point de quantité reelle, qui aye plus de dimenſions que le ſolide, qui en a trois, à ſçauoir longueur, largeur, & profondeur.

Vne ligne droite, ſe mouuant d'vne extremité d'vne ligne droite à l'autre, demeurant touſiours à angles droits, engendre le rectangle, le nombre duquel ſe trouue en multipliant l'vn par l'autre les nombres de ces deux lignes qui l'engendrent. Vn rectangle ſe mouuant d'vne extremité d'vne ligne droite à l'autre, demeurant touſiours à angles droits à icelle, engendre le parallelipipede rectangle, dont le nombre ſe trouue auſſi en multipliant

tinuëment l'vn par l'autre les nombres des trois lignes qu
 engendré, à sçauoir les deux lignes qui ont engendré le re
gle, & la ligne selon laquelle le rectangle a fait son mouue
nt. Et parce que la diuision, ou pour mieux dire, l'applicatio
truit ce que la multiplication ou le mouuement a engendré
plication d'vne superficie, par exemple de 60 pieds, à vne li
 de 3 pieds, donnera pour l'autre costé du rectangle vne lign
10 pieds, qui s'appelle quotient ou parabole. Pareillement v
ide de 60 pieds estant appliqué à vne ligne de deux pieds, don
a vne superficie de 30 pieds: & le mesme solide estant appli
é à vne superficie de 6 pieds, donnera vne ligne de 10 pieds. E
uant cet ordre, la seconde quantité qui est la superficie, estan
ltipliée par la premiere, qui est la ligne, engendre la troisiesme
i est le solide: la troisiesme multipliée par la premiere, engen
la quatriesme, qui est la premiere d'apres les reelles ou physi
es: la troisiesme par la seconde, engendre la cinquiesme quan
, & la quatriesme par la seconde, la sixiesme: & ainsi tousiour
ddition des exposans donne la denomination ou exposan
la quantité engendrée.

Et parce que toutes les parties d'vne ligne sont lignes, on n
ut augmenter ny diminuer vne ligne, qu'en luy adjoustant o
ant quelque ligne: ce qu'il faut aussi entendre aux superficie
solides, tellement que l'addition & soustraction, en la quantit
ntinuë, ne se peuuent faire, qu'en celles qui sont de mesm
nre.

Ce que la multiplication engendre est tousiours heterogene
les qui l'ont engendré, & par consequent en l'application, l
iiseur est tousiours heterogene au diuidende, à sçauoir infe
ur, à tout le moins d'vn degré.

En l'addition, a + b, par exemple, signifie qu'il faut adjous
nombre que denote A, auec le nombre que denote B: ou la l
e A auec la ligne E.

Pareillement a - b signifie, qu'il faut soustraire le nombre B
mbre A: ou la ligne B de la ligne A.

a 2 + b 2, signifie aussi qu'il faut adjouster le quarré de A auec
arré de B, en nombre ou en superficie, selon que sera la quan

: signifiée par icelle, discrete ou continuë.

a b, en nombres, signifie qu'il faut multiplier le nombre A par nôbre B: mais en lignes, ab, signifie, qu'il faut trouuer vne ligne, ont le quarré soit egal au rectangle contenu sous les lignes A & : & par consequent en la quantité continuë il n'y a point d'o- eration à faire pour a2, b2, ou d3, à cause que les lignes données , B & D sont les requises; les deux premieres A & B signifiant urs quarrez, & la troisiesme D, son cube.

De la logistique des quantitez composées.

De l'addition.

Si les signes d'affection, (qui sont ceux de plus & de moins) ont semblables, l'addition se fera à l'ordinaire, & la somme de addition aura mesme ligne que les quantitez qu'on aura adjou : mais si les signes d'affection ne sont semblables, l'addition se ra par la soustraction, en donnant au reste le signe de la plus rande quantité.

Exemple des signes semblables.

5a + 4	5a2 ~ 4	a ~ 3b	a2 + bd
4a + 3	4a2 ~ 3	a ~ b	a2 + d2
9a + 7	9a2 ~ 7	2a ~ 4b	2a2 + bd + d2.

Exemples des signes dissemblables.

6a2 + 8a	a3 ~ a2b	a2 + 2ab
2a2 ~ 10a	2a3 + ab2	a2 ~ ab
8a2 ~ 2a	3a3 ~ a2b + ab2	2a2 + ab.

Les quantitez qui n'ont point de signe d'affection prepos entendent auoir le signe de plus.

De la soustraction.

Ayant changé les signes d'affection des grandeurs à soustraire en leurs contraires, ou imaginez estre changez, en faisant l'addition, comme en la precedente, on aura le reste de la soustraction.

Exemple des semblables.

$7a2 + 2ab$	$7a2 \sim 2ab$	$3a \sim 7b$	En ces quantitez à
$5a2 + 8ab$	$5a2 \sim 8ab$	$a \sim b$	soustraire on imagine les signes contraires.
$2a2 \sim 6ab$	$2a2 + 6ab$	$2a \sim 6b.$	*Icy sont les residus*

Exemple des signes dissemblables.

$8a2 + 6ab$	$+ 8a2 \sim 3ab$	$2a3 \sim a2b$
$2a2 \sim 10ab$	$\sim 5a2 + 7ab$	$a3 + ab2.$

En changeant en leur contraire les signes d'affection des quantitez à soustraire, on escrira ces exemples comme s'ensuit, puis faisant les additions, on aura les restes des soustractions.

$+ 8a2 + 6ab$	$+ 8a2 \sim 3ab$	$+ 2a3 \sim a2b$
$\sim 2a2 + 10ab$	$+ 5a2 \sim 7ab$	$\sim a3 \sim ab2$
$+ 6a2 + 16ab$	$+ 13a2 \sim 10ab$	$+ a3 \sim 2a2b \sim ab2.$

De la multiplication.

Il faut faire la multiplication comme aux quantitez simples, & donner au produit le signe de plus, si les signes d'affection sont semblables, & le signe de moins, s'ils sont dissemblables.

$+6a2 + 8a \sim 6$ $\qquad$ $a \sim b$

$+7a2 \sim 3$ $\qquad$ $a \sim b$

$+42a4 + 56a3 \sim 42a2$ $\qquad$ $a2 \sim ab$

$\sim 18a2 \sim 24a + 18$ $\qquad$ $\sim ab + b2$

$42a4 + 56a3 \sim 60a2 \sim 24a + 18.$ $\qquad$ $a2 \sim 2ab + b2.$

De la diuision.

Les preceptes de la diuision, quant aux signes d'affection, ne different pas de ceux de la multiplication : & pour ce qui est des exposans, s'il faut soustraire ceux du diuiseur de ceux du diuidende, comme on peut voir en l'exemple suiuant.

$\sim 18a2$

$+42a4 + 56a3 \sim 60a2 \sim 24a + 18$ [$7a2 \sim 3.$

$+6a2 \quad + 8a \quad \sim 6$

$+6a2 + 8a \sim 6$

La diuision des quantitez qui ont des exposans, n'a guere d'vsage en l'Algebre, sinon pour faire descendre plus bas la puissance de l'equation, comme nous auons enseigné en la 35 proposition du supplement de l'Algebre.

Des reductions des equations.

Ayant trouué l'equation, il la faut reduire en sorte que l'homogene de comparaison, qui est l'aggregé des quantitez cognuës, face vne partie de l'equation marquée par le signe de plus; que s'il y a diuersité de signes, celles qui ont les signes de plus, doiuent exceder celles qui ont le signe de moins : & la puissance auec ses degrez parodiques doit faire l'autre partie de l'equation. Laquelle reduction se fera par l'isomerie, l'hypobibasme, antithese, & parabolisme.

D

De l'Isomerie.

L'isomerie est la reduction des fractions en mesme denomina-
on,& se fait en multipliant chaque numerateur, & aussi les en-
rs, s'il y en a, par les denominateurs differents des autres fra-
ons, ou bien en prenant quelque nombre à discretion qui se
isse diuiser par tous les denominateurs, comme nous auons dit
fractions de l'Arithmetique, pag. 308.

$$\frac{12}{3} + \frac{6}{2}\ 2|2\ \frac{24}{6}.\ \textit{ergo}\ 24 + 18\ 2|2\ 42.$$

n cet exemple, les denominateurs differents sont 3 & 2, par les-
ls multipliant chaque numerateur, excepté le numerateur
pre, qui est au dessus, vient 24 + 18, egaux à 42.

$$a + \frac{7}{12}\ 2|2\ 4 + \frac{5a}{8},\ \textit{ergo}\ 24a + 14\ 2|2\ 96 + 15a.$$

n cet exemple, on a pris 24 pour commun denominateur, par
iel multipliant les entiers A & 24, il en est venu 24 a, & 96:
à cause que le denominateur 12 est contenu en 24 deux fois,
8 trois fois, on a multiplié 7 par 2, & 5a par 3: ce que faisant
trouué

$$24a + 14\ 2|2\ 96 + 15a.$$

isomerie se pratique encore d'vne autre façon, en changeant
leur de la racine de la puissance, comme nous auons enseigné
pplement de l'Algebre, propos. 10.

$$\frac{+18}{a}\ 22\ \frac{12a \sim 58}{2} + 3.\ \textit{ergo}\ 8a + 36\ 2|2 \begin{cases} 12a2 \sim 58a, \\ + 6a. \end{cases}$$

et exemple, en multipliant chaque numerateur & l'entier 3,
s denominateurs des autres, on a trouué

$$8a + 36\ 2|2\ 12a2 \sim 58a + 6a.$$

De l'hypobibasme.

L'hypobibasme est vn egal abbaissement de la puissance & de ses degrez parodiques, & se fait en soustrayant le moindre degré parodique de la puissance & de tous ses degrez parodiques, qui se doiuent trouuer en toutes les parties de l'equation.

3a3 + abd 2|2 2ad2 ~ fa2, *ergo* 3a + bd 2|2 d2 ~ fa.

En cet exemple, ostant le moindre degré parodique A de toutes les parties de l'equation, on a trouué

3a2 + bd 2|2 2d2 ~ fa.

De *l'antithese.*

L'antithese est la transposition des quantitez de l'equation de l'vne des parties à l'autre, leur donnant le signe d'affection contraire, en obseruant seulement, qu'aux quantitez données, les affirmées excedent celles qui sont niées.

3a2 + bd 2|2 2d2 ~ fa, *ergo* 3a2 + fa 2|2 2d2 ~ bd.

En cet exemple, supposant que 2d2 excede bd, on a transposé + bd & ~ fa, aux parties contraires, ce que faisant on a trouué

3a2 + fa 2|2 2d2 ~ bd.

Du parabolisme.

Le parabolisme est l'application ou diuision de toutes les parties de l'equation par vne quantité donnée ou cognuë.

3a2 + fa 2|2 2d2 ~ bd, *ergo* a2 + $\frac{fa}{3}$ 2|2 $\frac{2d2 \sim bd}{3}$

cet exemple, pour rendre la puissance 3a2 pure, on a diui-
:es parties de l'equation par le nombre 3 qu'a la puissance,
; faisant on a trouué

$$a2 + \frac{fa}{3} \;2|2\; \frac{2d2 \sim bd}{3}$$

thode d'extraire la racine quarrée des equations quadratiques affectées.

a puissance n'a le signe de moins, adjoustez à l'homogene nparaison (qui est le nombre donné de l'equation) le quarré noitié du nombre des racines, & de la somme tirez la racine ée, puis à la racine que vous trouuerez, adjoustez ou ostez moitié des racines, suiuant la signification contraire du re des racines, & la somme ou le reste sera le nombre requis acine. Mais si la puissance a le signe de moins, le quarré de la : du nombre des racines excedera le nombre de l'equation, consequent au lieu d'oster ce quarré, il faudra soustraire de rré le nombre de l'equation, & la racine du reste estant ad- : auec ladite moitié du nombre des racines donnera le plus nombre requis ; & soustrayant la mesme racine de ladite , restera le plus petit nombre requis de cette equation, qui : tousiours deux nombres pour le requis, s'il n'arriue que le : de la moitié du nombre des racines soit egal au nombre de tion, car en ce cas il n'y aura qu'vn nombre pour le requis, ;a le nombre donné de l'equation.

Exemple 1.	*36 est la somme,*
6a 2|2 27,	*6 est la racine de 36,*
la moitié de 6,	*~3 est ladite moitié,*
est le quarré de 3,	*9 la somme, est la ra-*
7 le nombre donné.	*cine requise.*

Exemple 2.

a2 + 5a 2|2 6,
+ $\frac{5}{2}$ eſt la moitié de 5,
$\frac{25}{4}$ eſt le quarré de $\frac{5}{2}$,
$\frac{24}{4}$ eſt le nombre donné
reduit en quarts,
$\frac{49}{4}$ eſt la ſomme,
$\frac{7}{2}$ eſt la racine de $\frac{49}{4}$,
+ $\frac{5}{2}$ eſt ladite moitié,
$\frac{12}{2}$ ou 6 eſt la racine requiſe.

Exemple 3.

a4 ~ 6a2 2|2 27,
~3 eſt la moitié de 6,
+9 eſt le quarré de ~3,
27 eſt le nombre donné,
36 eſt la ſomme,
+6 eſt la racine de 36,
~3 eſt ladite moitié,
+9 eſt 2|2 a2,
3 eſt la racine de 9,
3 2|2 a eſt le requis.

Exemple 4.

a6 ~ 6a3 2|2 994000,
~3 eſt la moitié de 6,
+9 eſt le quarré de ~3,
994000 eſt le nombre dõné,
994009 eſt la ſomme,
997 eſt la racine de 994009
~3 eſt ladite moitié,
1000 eſt la ſomme 2|2 a3,
10 2|2 a eſt le requis.

Exemple 5.

8a ~ a2 2|2 12,
+4 eſt la moitié de 8,
16 eſt le quarré de 4;
12 eſt le nombre donné,
+4 eſt le reſte,
2 eſt la racine du reſte,
+4 eſt ladite moitié,
la ſomme 6 eſt le plus grand
nombre requis.
le reſte 2 eſt le plus petit
nombre requis.

Exemple 6.

2ba~a2 2|2 fg,
+b *est la moitié de* 2b,
b2 *est le quarré de* b,
fg *est le nombre donné,*
b2~fg *est le reste,*

γ..b2~fg *est la racine du reste,*
+b *est ladite moitié,*
b + γ..b2~fg *est le plus grand nombre requis.*
b ~ γ..b2~fg *est le plus petit nombre requis.*

Voyez les demonstrations de ces extractions au 9. chapitre de nostre Algebre.

QVESTIONS D'ALGEBRE.

Nous auons dit aux annotations de nostre Algebre, page 312 que l'art de trouuer les equations s'acquiert plus par vsage & exercice, que par preceptes, & neantmoins que c'est vne chose qui merite d'estre obserué, qu'il y a trois principales methodes de faire les equations.

En la premiere desquelles, on trouue vne ou plusieurs quantitez incognuës, egales à vne quantité donnée ou cognuë, comme en la premiere, seconde, & autres questions de cette Isagoge.

En la seconde, ayant trouué quatre quantitez proportionelles il y a egalité entre le rectangle des extremes & des moyennes comme on peut voir en la 6 question, & autres.

En la troisiesme, on trouue des quantitez incognuës egales à vne mesme, ou à des quantitez egales, & par consequent sont aussi egales entr'elles, comme on peut voir en la 8 question, & autres.

Question 1.

Trouuer vn nombre dont le tiers & le quart adioustez ensemble facent 35.

a est le nombre requis par supposition. α

$\frac{a}{3}$ *est son tiers:* $\frac{a}{4}$ *est son quart.*

Æquation.

α. hyp.	$\frac{a}{3} + \frac{a}{4}$ 2|2 35,	parab.	a 2|2 60,
isomer.	4a + 3a 2|2 420,	concl.	60 2|2 a *est le requis.*
eualua.	7a 2|2 420,		

Question 2.

Trouuer vn nombre dont le tiers excede le quart de 9.

suppos	a 2|2 *au nombre req.*	isomer.	4a ~ 3a 2|2 108,
	Æquation.	eualu.	a 2|2 108,
hyp.	$\frac{a}{3}$ ~ $\frac{a}{4}$ 2|2 9,	concl.	108 2|2 a *est le req.*

Question 3.

Trouuer deux nombres, dont la somme soit 11, & la difference 5, A est le moindre nombre requis par supposition.

ergo	a + 5 *est le plus grand,*		
19 a. 1	a *auec* a + 5 *fait* 2a + 5,		
hyp.	2a + 5 2|2 11,		
antit.	2a 2|2 6,	concl.	3 2|2 a *est le plus petit,*
7. a. 1	a 2|2 3,	ergo	8 2|2 a + 5 *est le plus grand,*

Question 4.

Trouuer deux nombres en la raison de deux à trois, qui adjoustez ensemble facent 100.

ppof.	2a *est le moindre nombre requis*,
go	3a *est le plus grand nombre requis.*
yp.	5a 2|2 100,
a.1	a 2|2 20,
concl.	40 2|2 2a *est le moindre nombre requis.*
concl.	60 2|2 3a *est le plus grand nombre requis.*

Question 5.

Trouuer deux nombres en la raison de deux à trois, ont le plus grand excede le plus petit de 6.

ppof.	2a *est le moindre nombre req.*
go	3a *est le plus grand nombre requis*,
yp.	a 2|2 6,
concl.	12 2|2 2a *est le moindre nombre requis*,
concl.	18 2|2 3a *est le plus grand nombre requis.*

Question 6.

Trouuer le moyen proportionel musique entre 1(& 15, c'est à dire, qu'il y aye mesme proportion de 10 à 5, que de la difference de 10 au moyen proportionel la difference du mesme moyen à 15.

ppof.	a *est le requis*,	antir.	300 2|2 25a,
yp.	10 π 15 2|2 a~10 π 15~a	parab.	12 2|2 a,
6	150~10a 2|2 15a~150,	concl.	12 2|2 a *est le requi*

Question 7.

Sçauoir combien il faut de carolus, & de pieces (trois blancs, pour faire 20 sols en 20 pieces.

Pour trouuer la solution de cette question, on doit sçauoir que 20 sols valent 240 deniers, & que le requis de cette question est de mettre 20 en deux parties telles, que la premiere estant multipliée par 10, & la seconde par 15, les deux produits adjoustez ensemble facent 240 : partant l'equation se fera comme s'ensuit.

suppos.	a *est le nombre des carolus,*
ergo	20~a *est le nombre des pieces de trois blancs,*
	10a *sont les deniers des carolus,*
	300~15a *sont les deniers des pieces de trois blancs,*
hyp.	10a+300~15a 2|2 240,
antit.	60 2|2 5a,
parab.	12 2|2 a,
1 concl.	12 *est le nombre des carolus,*
2 concl.	8 *est le nombre des pieces de trois blancs.*

Question 8.

Vn homme donne au premier pauure qu'il rencontre la sixiesme partie de ses doubles, & encore 4 doubles de plus : au second, il donne la sixiesme partie de ce qu'il luy reste, & encore 8 : au troisiesme, il donne la sixiesme partie du dernier reste, & encor 12 : & ainsi continuant à donner tousiours la sixiesme partie du reste, en augmentant de 4 il donne tous ses doubles, & se trouue que tous les pauures ont eu egalement ; sçauoir combien il auoit de doubles, & à combien de pauures il a donné l'aumosne.

hyp.	a *est le nombre des doubles.*

$\frac{a}{6} + 4$ *eſt le nombre des doubles que reçoit le pre*
mier pauure,

$\frac{5a}{6} \sim 4$ *eſt le reſte des doubles,*

$\frac{5a}{36} \sim \frac{4}{6} + 8$ *eſt le nombre des doubles que reçoit l*
ſecond pauure,

$\frac{a}{6} + 4 \quad 2|2 \quad \frac{5a}{36} \sim \frac{4}{6} + 8$,

$\frac{a}{6} \quad 2|2 \quad \frac{5a}{36} \sim \frac{4}{6} + 4$,

36 *eſt le commun denominateur,*

$6a \quad 2|2 \quad 5a \sim 24 + 144$,

$a \quad 2|2 \quad 120$,

$120 \quad 2|2 \quad a$ *eſt le nombre des doubles, & par*
conſequent le nombre des pauures eſtoit 5.

Queſtion 9.

ıoir à quelle heure d'apres midy les heures paſ-
ıx heures futures iuſques à minuict, ſont en pro-
ı de 3 à 4.

a *eſt le nombre des heures paſſees,*

$12 \sim a$ *eſt le nombre des heures futures,*

$a \,\pi\, 12 \sim a \quad 2|2 \quad 3 \,\pi\, 4$,

$4a \quad 2|2 \quad 36 \sim 3a$,

$7a \quad 2|2 \quad 36$,

$a \quad 2|2 \quad 5\frac{1}{7}$,

$5\frac{1}{7}$ *ſont les heures paſſees depuis midy.*

Question 19.

Vn lion de bronze iette de l'eau par les yeux, par la gueule, & par le pied droict : iettant l'eau par l'œil droict, remplit le bassin de la fontaine en deux iours; par l'œil gauche, en trois iours; par le pied, en 4 iours; & par la gueule en 6 iours; sçauoir en combien d'heures il remplira le bassin, iettant l'eau par les yeux, par la gueule, & par le pied tout ensemble.

Pour trouuer l'equation de cette question, il faut supposer vn nombre à discretion pour le contenu du bassin de la fontaine, par exemple vn muid, puis on trouuera l'equation, faisant les regles de trois comme s'ensuit.

A *est le nombre des heures requis*,

Pour l'œil droict on dira, si

48*h*. 1, *muid* a R, $\frac{a}{48}$ *muids*.

Pour l'œil gauche on dira, si

72 *h*. 1, *muid*, a R, $\frac{a}{72}$ *muids*,

Pour le pied on dira, si

96 *h*. 1, *muid*, a R, $\frac{a}{96}$ *muids*,

Pour la gueule on dira, si

144 *h*. 1, *muid*, a R, $\frac{a}{144}$ *muids*,

Partant, $\frac{a}{48} + \frac{a}{72} + \frac{a}{96} + \frac{a}{144}$ 2|2 1, *muid*.

288 *est le denominateur commun*.

isomer.	$6a + 4a + 3a + 2a$ 2|2 288.
eualu.	$15a$ 2|2 288,
parab.	a 2|2 $19\frac{1}{5}$,
concl.	$19\frac{1}{5}$ *est le nombre des heures requises.*

Question 11.

ıe muraille ayant la longueur double de sa hau- & sa hauteur quintuple de son espesseur, contient pieds cubes, sçauoir combien elle a en longueur, :ur, & espesseur.

a *est l'espesseur,*		
5a *est la hauteur,*	hyp.	$50a^3$ 2|2 1350,
10a *est la longueur,*	parab.	a^3 2|2 27,
a, 5a, 10a *multipliez l'un par l'autre font* $50a^3$,	concl. f. 46, 1	a 2|2 3.

Question 12.

pidon se plaignant à sa mere de ce que les Muses uoient pris ses pommes; Clio, disoit-il, m'en a ;, Euterpe $\frac{1}{12}$, Thalia $\frac{1}{8}$, Melpomene $\frac{1}{20}$, Erato $\frac{1}{7}$, omene $\frac{1}{4}$, Polyhymnie 30, Vranie 165, & Callio- plus meschante de toutes, 300: & ne luy resta que ımes, sçauoir combien il en auoit.

a *est le nombre des pommes qu'auoit Cupidon,*

$a \sim \frac{a}{5} \sim \frac{a}{12} \sim \frac{a}{8} \sim \frac{a}{20} \sim \frac{a}{7} \sim \frac{a}{4} \sim 30 \sim 165 \sim 300$ 2|2 5,

$a \sim \frac{a}{5} \sim \frac{a}{12} \sim \frac{a}{8} \sim \frac{a}{20} \sim \frac{a}{7} \sim \frac{a}{4}$ 2|2 500,

840 *est le denominateur commun.*

840a ~ 168a ~ 70a ~ 105a ~ 42a ~ 120a ~ 210a 2|2 420000,

125a 2|2 420000,

a 2|2 3360.

Questions des secondes racines.

Question 1.

Sept aulnes de velours cramoisy, & trois aulnes de velours noir, se vendent 58 escus : & au mesme prix, 2 aulnes de velours cramoisy, & 4 de velours noir valent 26 escus : sçauoir combien vaut l'aulne de velours cramoisy.

Cette question est la 11 du 23 chap. de l'Algebre de Pelletier, & la premiere de l'11 chap. de nostre Algebre.

suppos.	a *est le prix d'une aulne de velours cramoisy,*
suppos.	e *est le prix d'une aulne de velours noir,*
hyp.	7a+3e 2|2 58,
antit.	3e 2|2 58~7a,
1.concl. parab.	e 2|2 $\frac{58\sim 7a}{3}$ α
α. hyp	2a+$\frac{232\sim 28a}{3}$ 2|2 26
isomer.	6a+232~28a 2|2 78,
antit.	232 2|2 78+22a,
antit.	154 2|2 22a,
concl. parab.	7 2|2 a.

Partant l'aulne de velours cramoisy vaut 7 escus, & par consequent l'aulne de velours noir vaudra 3 escus.

Question 2.

Trente personnes, hommes, femmes, enfans, ont despensé 30 sols, ou 360 deniers, en sorte neantmoins que chaque homme paye 5 sols, ou 60 deniers, chaque femme 10 deniers, & chaque enfant trois deniers : la demande est, combien il y auoit d'hommes, de femmes & d'enfans ?

Cette question est la 4 de l'11 chap. de nostre Algebre.

a *est le nombre des hommes*,

e *est le nombre des femmes*,

u, ц 30~a~e *est le nombre des enfans*. α

60a, + 10e, + 90~3a~3e 2|2 360,

57a + 7e 2|2 270,

7e 2|2 270~57a,

e 2|2 $38\frac{4}{7}$ ~ $\frac{57a}{7}$. β

30~a~e, ц ~ $38\frac{4}{7}$ + $\frac{57a}{7}$ 2|2 u,

210~7a~270 + 57a 2|2 7u,

50a~60 2|2 7u,

7a + $\frac{1}{7}$a ~ $8\frac{4}{7}$ 2|2 u. γ

a	a
e	$38\frac{4}{7}$ ~ 8a ~ $\frac{1}{7}$a. δ
u	7a + $\frac{1}{7}$a ~ $8\frac{4}{7}$. ε

question n'est pas determinée, à cause qu'ayant employ
es conditions, reste encore la lettre A incognuë.

nanifeste des valeurs de E & V, qui sont en δ & ε, qu'il
ir plus d'vn homme, & moins que 5: & parce que la natu
question ne permet pas qu'il y aye fraction, la valeur d
2, 3, ou 4: que si pas vn de ces trois nombres n'est bo
nombre des hommes, la question sera impossible: si plu
ces trois nombres peut estre le nombre des hommes, l
aura plusieurs solutions: mais on trouuera que la lettr
it valoir que 4, & par consequent il y auoit 4 hommes
s, & 20 enfans.

Question 3.

rois Graces ayant chacune pareil nombre d

pommes, donnent aux 9 Muſes chacune autant l'vne que l'autre, leſquelles eſtant partagées également entre les Muſes, il ſe trouua que tant les Graces que les Muſes auoient autant de pommes les vnes que les autres : Mais ſi chaque Muſe euſt receu deux pommes moins, le nombre des pommes de chaque Grace euſt eſté double du nombre des pommes de chaque Muſe, ſçauoir combien de pommes auoit au commencement chaque Grace?

ſuppoſ.	a *eſt le nombre des pommes de chaque Grace,*		
ſuppoſ.	3e *eſt le nombre des pomes que done chaque Grace.*		
1 hyp.	$a \sim 3e$ 2|2 e. α		
antit.	a 2|2 $4e$,	antit.	$\frac{a \sim 3a + 10}{4}$ 2|2 $\frac{2a}{4}$,
concl parab.	$\frac{a}{4}$ 2|2 e. β		
αβ 1.a.f	$\frac{a \sim 3a}{4}$ 2|2 $\frac{a}{4}$,	antit.	10 2|2 $\frac{5}{4} \sim a$,
		iſomer.	40 2|2 a,
2. hyp.	$\frac{a \sim 3a + 6}{4}$ 2|2 $\frac{2a}{4} \sim 4$. γ	2 concl.	40 2|2 a *eſt le req.*

Partant chaque Grace auoit au commencement 40 pommes, & chacune donnant la valeur de trois E, ou de $\frac{3}{4}$ de l'A, qui ſont 30 pommes, les Muſes receurent 90 pommes, qui font 10 pour chacune des 9 Muſes, & par ainſi tant les Graces que les Muſes auoiẽt chacune 10 pommes. Mais ſi les Muſes euſſent receu chacune deux pommes moins, les Graces n'euſſent donné que chacun 24 pommes, qui font 72, à ſçauoir 8 pour chaque Muſe, & fuſt reſté 16 pommes à chaque Grace, qui eſt double de 8, comme demande la queſtion.

D'icy appert auſſi la raiſon, pourquoy en l'equation 2, pour

diminué la portion de chaque Muse de 2 pommes, on a enté celle de chaque Grace de 6 pommes.

)uestions des equations qui montent au second degré parodique.

Question 1.

eux Capitaines departent chacun 1200 escus à vn in nombre de soldats qu'ils ont : l'vn a moins de ıldats que l'autre : il se trouue que ceux qui sont oindre nombre, reçoiuent chacun 5 escus plus que ıtres, combien sont-ils de soldats de chaque en- e ?

te question est la 10 du 25 chap. de l'Algebre de Pelletier.

a *est le moindre nombre de soldats*,

a + 40 *est le plus grand nombre de soldats*,

$$\frac{1200}{a} \; 2|2 \; \frac{1200}{a+40} + 5$$

1200a + 48000 2|2 1200a + 5a2 + 200a,

48000 2|2 5a2 + 200a,

9600 2|2 a2 + 40a,

+ 20 *est la moitié de* 40,

+ 400 *est le quarré de* 20,

9600 *est le nombre donné.*

10000 *est la somme.*

100 *est la racine quarrée*,

20 *est ladite moitié*,

80 *est le reste.*

Partant le moindre nombre de soldats pour lequel a esté faite la supposition sera 80, & par consequent le plus grand nombre sera 120.

Question 2.

Deux compagnies ont chacun pareil nombre d'escus à despartir: en l'vn il y a 4 hommes plus qu'en l'autre: partage faisant, il vient à chacun de la moindre compagnie 8 escus plus qu'à ceux de la plus grande: & tous les escus de chaque compagnie sont 172 plus que les hommes des deux compagnies: quel est le nombre de l'vne & de l'autre compagnie, & quel est le nombre des escus?

Cette question est la 11 du 25 chap. de l'Algebre de Pelletier.

suppos. | a *est le nombre de la moindre compagnie,*

ergo. | $a + 4$ *est celuy de la plus grande,*

hyp. | $2a + 176$ *est le nombre des escus de chaque compagnie,*

hyp. | $\frac{2a+176}{a}$ 2|2 $\frac{2a+176}{a+4} + 8$,

isomer. | $2a2 + 176a$ $+ 8a + 704$ } 2|2 $2a2 + 176a + 8a2 + 32a$,

antit. | $8a + 704$ 2|2 $8a2 + 32a$,

antit. | 704 2|2 $8a2 + 24a$,

parab. | 88 2|2 $a2 + 3a$,

| $+3 — 2$ *est la moitié de 3,*

| $+9 — 4$ *est le quarré de* $\frac{3}{2}$,

| $352 — 4$ *est le nombre donné reduit en quarts,*

361 — 4 *est la somme,*
19 — 2 *est la racine quarrée,*
3 — 2 *est ladite moitié,*
16 — 2 *est le reste,*
8 *est le mesme reste reduit en entier.*

tant le moindre nombre de soldats sera 8, le plus grand 12, somme des escus de chaque compagnie 192.

Question 3.

a deux nombres, lesquels soustraits de la somme des quarrez laissent 48: & adjoustez au produict ar multiplication l'vn par l'autre font 31: qui sont eux nombres?

te question est la 5 du 30 chap. de l'Algebre de Pelletier, & du 12 chap. de nostre Algebre.

a *est la somme des deux nombres requis,*
F *est l'vnité, par-laquelle il faut multiplier la somme des racines pour la rendre homogene à leur produict,*
31 ~ af *est le produict des deux nombres requis,*
62 ~ 2af *est le double du produict.*
48 -+ af *est la somme des quarrez des deux nombres requis,*
110 -+ af 2|2 a2,
110 2|2 a2 ~ af,
~1 — 2 *est la moitié de 1 valeur de F,*

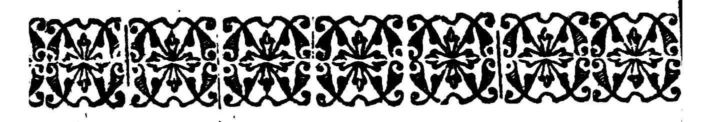
+1 — 4 *est son quarré*,
440 — 4 *est le quarré du nombre donné reduict en quarts*,
441 — 4 *est la somme*,
+21 — 2 *est la racine quarrée*,
~1 — 2 *est ladite moitié*,
20 — 2, ꟾꟾ 10 *est la somme*.

Ayant ainsi trouué 10 pour la somme des deux nombres requis, pour auoir chacun d'iceux, on proposera vn autre probleme, ainsi.

Trouuer deux nombres qui adjoustez ensemble facent 10, & multipliez l'vn par l'autre 21.

suppos. | a *est l'vn des nombres requis*,
ergo | 10 ~ a *est l'autre nombre requis*,
hyp. | 10a ~ a2. 2|2 21,
+5 *est la moitié de* 10,
+25 *est le quarré de* 5,
+21 *est le nombre donné*,
4 *est le reste*,
2 *est la racine du reste*,
5 *est ladite moitié*,
7 *est la somme, egal au plus grand nombre requis*.
3 *est le reste, egal au plus petit nombre requis*.





DE LA
ERSPECTIVE,

enant la methode de mettre en perſpectiue toutes rtes d'objets par le moyen du Compas de propor-n, ſans nous ſeruir du tiers poinct, ny de celuy l'œil, ny tirer autres lignes que celles qui doi-nt demeurer en la perſpectiue.

CHAP. I.

Perſpectiue ſe peut diſtinguer en trois parties, ſans com-endre ce qui appartient aux couleurs, & ombres.
remiere deſquelles eſt, la deſcription de l'ichnographie, ſubdiuiſe en deux parties, à ſçauoir en la deſcription du ometral, & des poincts de l'ichnographie, qui correſpon-ceux de l'objet, qui ſont au deſſus perpendiculairement.
eſcription du plan geometral ſe faict, comme nous auons ié au chap. 6. du premier liure de la Geometrie practique.
eſcription des poincts qui ſont au deſſus du plan geome-fait en les prenant à diſcretion, l'objet n'eſtant donné; ou ruant en l'object qu'on veut mettre en perſpectiue; ou uant par voye geometrique, comme aux cinq corps regu-'où s'enſuit qu'il faut eſtre bon geometre pour bien de-plan de l'ichnographie, & ſçauoir les quantitez des per-laires qui tombent des poincts de l'object ſur le plan d-graphie.

La seconde partie est la reduction de l'ichnographie en perspectiue: Et la troisiesme, l'orthographie, qui se fait sur la perspectiue de l'ichnographie. Ces deux parties sont aisées à faire par les preceptes qu'on a de la perspectiue, si le plan du tableau est perpendiculaire au plan de l'ichnographie. Mais si le tableau n'est perpendiculaire au plan de l'ichnographie, les regles generales qu'on donne de la Perspectiue n'y pourront pas suffire, & faudra estre bon Geometre pour bien descrire vne Perspectiue en tout plan proposé. Que si on est bon Geometre, proposant l'inuention des poincts de la Perspectiue en forme de probleme, ainsi.

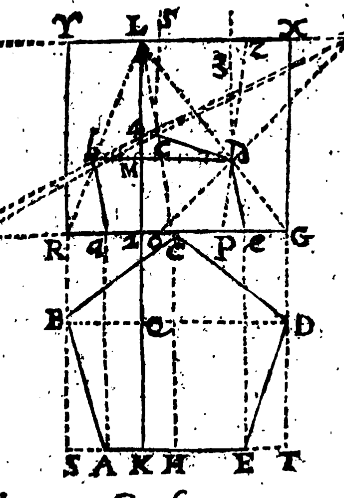
Estant donnez les hauteurs des poincts de l'object & de l'œil, auec l'inclination & declination du vitre ou tableau constitué, entre l'œil & l'object, à certaine distance cognuë de l'vn & de l'autre; trouuer les poincts du tableau par où passeront les rayons visuels des poincts de l'object venant à l'œil.

On pourra inuenter des regles pour bien descrire en tous plans la perspectiue de l'object proposé, & aussi pour faire des perspectiues qui ne ressembleront nullement à leur object, si celuy qui la regarde, ne se met au lieu où on a mis l'œil pour la description d'icelle perspectiue; lequel poinct de l'œil pour faire tels effects, on le met ordinairement à costé de la perspectiue, proche du plan du tableau.

Reduire en perspectiue le plan donné de l'ichnographie. CHAP. II.

Nous auons donné, en la premiere proposition de nostre Perspectiue, vne methode nouuelle de mettre en perspectiue le plan de l'ichnographie separée de son plan geometral aussi prompt & facile à pratiquer que l'ordinaire, qui fait voir la perspectiue au rebours du plan geometral, laquelle methode est beaucoup plus commode, principalement pour ceux qui sçauent vn peu pourtraire; parce qu'estant du costé que doit estre veuë la perspectiue, on cognoist & corrige-on mieux ses deffauts. Mais à cause que peu de personnes ont entendu icelle methode, pour n'auoir don-

tre exemple que celuy d'vn poinct, qui ne se peut renuerser enseignerons icy la mesme chose, prenant pour exemple vi gone, qui la fera mieux comprendre.



Hypoth.

ABCDE *est ich nogr*

fg *est bas.. vitr.*

═ st,

l *est* • *principal.*

ln ═ fg,

n *est* è 3,

le requis est la per spectiue abcde

Constr.

fbr, Aa, Ch, Ee, gdt *snt* ⊥; st ⊔ fg,

rl, Cl, gl *snt* —,

rf 2|2 fb,

fn *est* — : b *est intersectio..* rl *&* fn.

intersectio. b *est perspectiu..* • B,

a *&* e *snt perspectiu;.* A *&* E,

Ci 2|2 Ch,

in *est* — : c *est intersectio..* Cl *&* in.

intersectio. c *est perspectiu..* • C,

go 2|2 dt,

on *est* — : d *est intersectio..* gl *&* on.

4concl. | *intersectio. c est perspectiu..* • E,
1.p.1 | ab, bc, cd, de, & ea *snt* —,
symp. | *Req. est* abcde.

L'operation de cette methode ne differe pas de celle des autres qui renuerse la figure, qu'en vne chose qui est, qu'en celle qui renuerse la figure, on transporte la perpendiculaire RB, de R vers F, & en celle cy au lieu de RB, on prend la perpendiculaire SB, pour la mettre de R vers F. Que si on imagine que le plan geometral A B C D E, soit sur la ligne de terre F G, vers la ligne de veuë LN, comme en cet exemple, a e soit AE, & les poincts B & D vers LN, la demonstration se fera comme celle de la seconde methode de celle de la premiere proposition de nostre Perspectiue.

Axiomes & notes sur la Perspectiue.

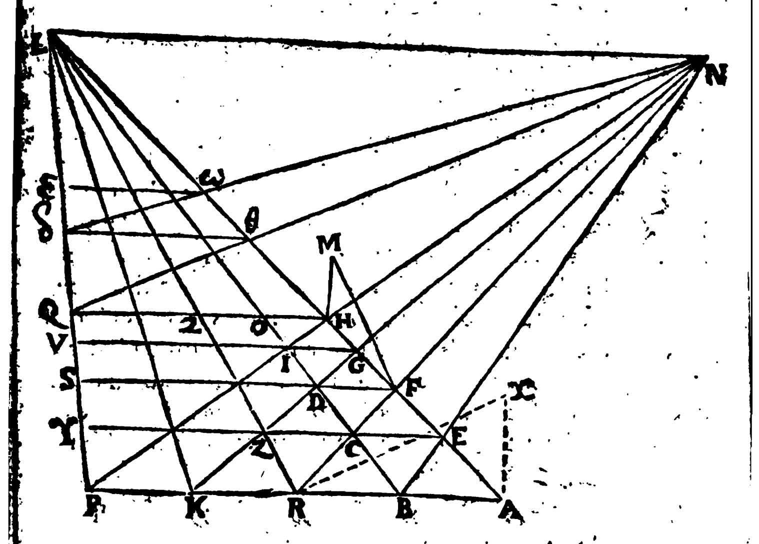
CHAP. III.

A cause que la parfaite intelligence des axiomes & maximes sert grandement à la practique de la perspectiue, nous adjousterons à ce que nous auons dit en nostre Perspectiue, les axiomes & notes suiuantes.

1. Les perspectiues des lignes droites egales en l'object, & paralleles au plan du vitre ou tableau, sont aussi egales en la perspectiue. D'où s'ensuit, que les perspectiues, par exemple, des quarrez egaux constituez en vn mesme plan de l'object parallel au tableau, quoy qu'esloignez inegalement de nous, sont aussi quarrez egaux en la perspectiue: comme il est euident de la 2 & 4 du 6 des Elements.

2. Les perspectiues des lignes droictes paralleles entr'elles & non au tableau, en la perspectiue font leurs concours en vn mesme poinct. D'où s'ensuit, qu'ayant trouué les perspectiues de deux d'icelles, pour auoir la perspectiue des autres, il suffit trouuer en chacune d'icelles la perspectiue d'vn poinct, & tirer des lignes droites de ces poincts trouuez, au concours des perspectiues des deux premieres qu'on aura trouué.

3. Les perſpectiues des lignes de l'obiect, perpendiculaires au plan du tableau, font leurs concours au poinct de l'œil de la perſpectiue : comme en la figure ſuiuante, qui eſt celle de la 4 propoſ. de noſtre Perſpectiue, les lignes de l'ichnographie perpendiculaire au tableau, qui tombent ſur la baſe du tiure, ou ligne de terre



AP, en A, B, R, K, P, ont leurs perſpectiues aux lignes AL, BL, RL, KL, PL, tirées au poinct de l'œil L : & la ligne de terre AP, diuiſée en pluſieurs parties egales, peut ſeruir d'eſchelle pour auoir les grandeurs des lignes perpendiculaires au plan du tableau. Par exemple, la vraye grandeur de la ligne de perſpectiue CD, en l'objet, eſt RK : & l'eſloignement depuis la ligne de terre AP iuſques au poinct C, eſt BR ; & iuſques au poinct D, eſt BK. Pour la meſme raiſon, la diſtance du tableau iuſques au poinct H, eſt egale à la ligne AP ; celle du poinct θ, au double de AP : & celle du poinct ω, au triple de AP : comme il eſt euident de la demonſtration que nous auons donnée en ladite 4 propoſ.

4. Les perſpectiues des lignes droites de l'ichnographie paralleles au tableau, ſont egales aux ſegments de la ligne de terre, com

pris entre leurs perpendiculaires : par exemple, la grandeur de la ligne FD, en l'object, est AB : d'où s'ensuit, que les lignes CE, DF, IG, &c. comprises entre BL & AL, sont egales en l'object, veu qu'elles sont egales à la mesme ligne AB.

15. Les perspectiues des lignes droites de l'ichnographie paralleles à la ligne de terre, estant diuisées en autant de parties egales, qu'elles ont de toises ou autres mesures en l'objet, sont les eschelles des autres lignes qui seront en leurs plans parallels au tableau. Par exemple, si en l'object OH vaut 6 pieds, & que HM, esleuée perpendiculairement sur icelle, soit aussi de 6 pieds, la perspectiue HM devra estre egale à OH.

De ce que nous venons de dire en ces cinq notes, il est manifeste que APω est la perspectiue d'vn rectangle, qui a AP pour largeur, par exemple, de 6 toises, & Aω de 18 toises pour longueur; & que AP est l'eschelle des lignes de l'object, & des distances de ses poincts iusques au tableau; & que les lignes de la perspectiue TE, SF, VG, &c. peuuent seruir d'eschelle pour donner leurs mesures aux lignes droites, qui sont aux plans parallels au plan du tableau sur icelles lignes : & par consequent, la perspectiue du rectangle qu'on descrit en la base d'vn object, distingué en plusieurs carreaux, comme vn chassy, estāt trouuée, telle qu'est APω, & les quantitez des lignes & angles droits necessaires pour le descrire geometriquement estans données, on pourra aussi descrire sa perspectiue, par le moyen des eschelles que l'on prendra aux lignes paralleles TE, SF, &c.

Icy seroit le lieu de monstrer la methode qu'a inuenté Monsieur Desargues, pour mettre en perspectiue vn object, sans prendre le tiers poinct hors du tableau, ny se seruir de la methode ordinaire pour faire l'orthographie sur la perspectiue de l'ichnographie : mais à cause que son liure se trouue, & qu'il n'a pas voulu donner la demonstration, pour s'accommoder à la capacité des peintres, & autres, qui n'entendent pas les demonstrations mathematiques, nous donnerons icy la methode de reduire en perspectiue le plan de l'ichnographie, auec demonstration, sans prendre le tiers poinct hors du tableau : & aussi le moyen de nous seruir du Compas de proportion, pour faciliter l'operation, tant en

réduction de l'ichnographie en perspectiue, qu'à faire l'or-
aphie par vne voye plus briefue & iuste que l'ordinaire.
monstrerons aussi à faire la perspectiue d'vn object donné,
moyen du Compas de proportion, sans marquer en aucun
principal poinct, ny le tiers poinct. Que si auec le Compas
oportion on a aussi vne esquierre, on pourra faire la perspe-
sans tirer autres lignes que celles qui doiuent demeurer en
spectiue; le tout comme s'ensuit.

l'vsage du Compas de proportion en la Perspectiue.

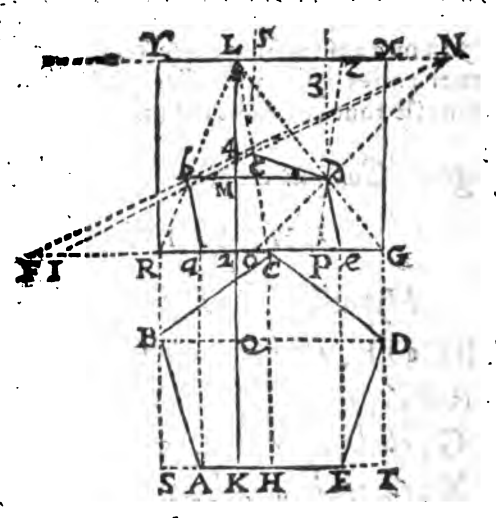
CHAP. IV.

Hypoth.

ABCDE, *est l'ichnographie*,
GRYZ, *est le tableau* ⊥ *à l'horizon*,
RG, *est la ligne de terre* = AE,
GX, *est egale à la hauteur de l'œil*,
LXN, *est la ligne de veuë*,
L, *est le poinct principal*,
N, *est le tiers poinct*,
abcde, *est la perspectiue de* ABCDE,
trouuée par le 2 chap. precedent.
TGX *est* ⊥ RG,
GO *est* 2|2 TD,
GL & ON *sont* ═,
l'intersection d, *est la perspectiue du poinct D.*

ut maintenant donner la methode de trouuer le mesm
d, sans mettre le tiers poinct N hors du tableau GRYX, l

listance de l'œil au tableau demeurant tousiours egale à la ligne NL, suiuant la definition du tiers poinct, que nous supposerons estre, par exemple, de 30 toises; TD, ou son egale GO, de 14 toises; & GX, hauteur de l'œil, de 22 toises: & se fera la construction ainsi,



lz *in* lx *est arbitr.*

ta. 6 nl π lz 2|2 og π gp. α

1. p. 1 p d z *est* —,

symp. *interfectio.*. gl & pz *est le poinct req.* &.

Demonstr.

c. 4. 6 ln π go 2|2 ld π dg. γ

& const. nl π lz 2|2 og π gp,

16. 5 nl π og 2|2 lz π gp. β

c. 4. 6 nl π og 2|2 ld π dg,

3. 11. 5 lz π gp 2|2 ld π dg.

concl.
γ. 11. 5 ld π dg: ln π go: lz π gp *sunt rad.* 2|2 *&c.*

Coroll. 1.

l2k ⊥ rg,

dm = rg. γ

ln π og 2|2 ld π dg,

ld π dg 2|2 lm π m2,

ln π og 2|2 lm π m2,

ln + og π og 2|2 l2 π 2m.

Coroll. 2.

l2 π 2g 2|2 lm π md.

SCHOL. I.

e si NL, distance de l'œil au tableau : GX, hauteur de l'œil ; perpendiculaire DT, ou son egale GO, sont donnez en nom- par exemple, NL, de 40 toises ; GX, de 20 toises ; & DT, ou gale GO, de 15 toises. En l'analogie α, la quatriesme propor- lle GP, se pourra trouuer facilement, par le moyen de deux lles diuisées en parties egales, pourueu que chaque partie de soit multiple de chaque partie de l'autre : par exemple, si on x eschelles, & que chaque partie de la premiere soit quintu- chaque partie de la seconde, on se pourra seruir de celle qui parties plus grandes, à faire le plan geometral ABCD, & à donner aux lignes 2l & LN leurs justes mesures : & de l'au- chelle, l'on se seruira à donner aux lignes LZ & GP, la mes- oportion qu'il y a de LN à OG : ce qui se fera en donnant à e LZ autant de parties de la petite eschelle, qu'il y en a en la LN de celles de la grande eschelle : à la ligne GP, autant de s de la petite eschelle, qu'il y en a en la ligne OG, de celles grande eschelle : & ce faisant, si chaque partie de la grande lle est quintuple, par exemple, de chaque partie de la plus eschelle, la ligne LN sera quintuple de la ligne LZ, & la li- OG de la ligne GP : & par consequent par la 15 du 5 des Ele- s, LN sera à LZ, comme OG à GP, & en permutant LN sera

à OG, comme LZ à GP, ce qu'il falloit faire. Cette methode est celle dont se sert Monsieur Desargues pour trouuer les poincts de la perspectiue de l'ichnographie.

SCHOL. II.

Estans données par nombres les dimensions, on pourra trouuer aussi par le moyen du Compas de proportion la perspectiue du poinct D, & autres, sans nous seruir du tiers poinct.

Par exemple, au pentagone ABCDE soient données

AE *de 40 toises,*	BQ ⊥ LK *de 54 t.*
HC ⊥ RG *de 62 t.*	HK ⊥ LK *de 10 t.*
DT *ou* SB ⊥ RG *de 38. t.*	LN ⊥ *au tableau de 50 t.*
DQ ⊥ LK *de 72 t.*	GX *ou* 2L ⊥ *horiz. de 30 t.*

Les quantitez de ces lignes estant ainsi données, & les lignes droites RL, CL, &c. menées au principal poinct L, pour auoir par le moyen du Compas de proportion la perspectiue: par exemple, du poinct D, qui est d, soit trouué en la ligne des parties egales du compas le nõbre de la ligne LN, à sçauoir la distance de nostre œil iusques au tableau, qui est icy 50: & à ce nombre soit adjousté, ou plustost mis au bout, le nombre de la perpendiculaire DT ou GO, & la somme sera 88, en l'ouuerture de laquelle on mettra le mesme nombre de DT, ou de son egale GO, à sçauoir 38: puis le compas de proportion demeurant en cette ouuerture, si on trouue sur la mesme ligne des parties egales du compas, le nombre 30 de la hauteur de l'œil, à sçauoir la quantité de GX, ou de son egale 2L, l'ouuerture de ce nombre 30 estant rapportée sur la perpendiculaire 2L, mettant l'vne des pointes du compas commun sur le poinct 2, l'autre pointe donnera le poinct M, par lequel si on mene MD parallele à la ligne de terre RG, elle coupera la ligne GL au poinct requis d.

La demonstration est manifeste du 2 corollaire precedent.

Les perspectiues des autres points se pourront trouuer par la mesme methode.

SCHOL. III.

mesme poinct d, & autres, se pourront aussi trouuer par le
n du Compas de proportion, sans nous seruir ny du tiers
t N, ny de celuy de l'œil L, operant comme s'ensuit pour
ier le poinct d.

t trouué le nombre 30 de la hauteur de l'œil, en la ligne des
es egales du Compas de proportion, puis ayant mis en l'ou-
re du poinct où il se terminera, de trauers le nombre de la
ndiculaire DQ, qui est 72, le compas demeurant en cette
ture, si on rapporte la ligne LM, trouuée par le precedent
e, de long sur ladite ligne des parties egales, l'ouuerture du
t où elle se terminera sera egale à la ligne Md; & par conse-
t, si on met l'vne des pointes du compas commun sur le
t M, l'autre pointe tombera sur le poinct requis d. La de-
tration est manifeste du 2 corollaire precedent.

perspectiues des autres points se pourront trouuer par la
e methode, sans nous seruir des lignes RL, CL, GL, &c, me-
u poinct de l'œil L. Tellement qu'en cette methode, si on a
squierre pour tirer les paralleles DM, C4, &c. on fera la per-
ue requise de l'ichnographie ABCDE, sans tirer autres li-
que celles qui doiuent demeurer en la perspectiue, & la ligne
menée à angles droits du poinct de l'œil L, à la ligne de
RG.

SCHOL. IV.

mesme 2 corollaire precedent, & de la premiere note du 3
tre de cette perspectiue, s'ensuit, que pour trouuer par le
n du Compas de proportion, les hauteurs que doiuent auoir
ints de l'objet sur les points de la perspectiue de leur ichno-
ie, comme icy, sur les points a, b, c, d, e, de la perspectiue
: qu'il faut operer comme nous venons de faire en ce 2
e, pour trouuer Md, qui est la quantité de la perpendi-
e DQ: & par consequent si la hauteur du poinct D en l'ob-
de 72 toises, de mesme que la longueur de la ligne DQ, en
pectiue cette hauteur sera egale à la ligne Md, qu'il la fau-
ettre en la ligne de perpendiculaire à l'horizon, à sçauoir au

poinct 3, faisant d3 egale dM, qu'on a trouué par le Compas de proportion pour la perspectiue d'vne ligne de 72 toises. Suiuant la mesme regle, pour faire l'orthographie du poinct C de l'objet ABCDE, de 45 toises de hauteur; par exemple, on prendra ces 45 toises sur la ligne des parties egales du Compas de proportion, pour les mettre de trauers en l'ouuerture du 30 poinct de la mesme ligne des parties egales, à cause que nous auons supposé la hauteur de l'œil estre de 30 toises, & le compas demeurant en cette ouuerture, si on rapporte la ligne L4, trouuée par le precedent scholie, de long sur ladite ligne des parties egales, l'ouuerture du poinct auquel elle se terminera, sera egale à la hauteur requise, qu'il faudra mettre sur la ligne C5, perpendiculaire à l'horizon. Et ainsi operant, sans changer l'ouuerture du Compas de proportion, on trouuera les hauteurs de tous les autres points, qui doiuent auoir la hauteur de 45 toises, encore qu'elles soient en d'autres points, plus ou moins esloignez de la ligne de terre RG, que le poinct C : & l'inegalité des hauteurs qu'on trouuera par le Compas de proportion pour icelles, viendra de ce qu'elles sont esloignées inegalement de la ligne de terre RG, comme icy, si le poinct d ou b, doit auoir autant d'eleuation que le poinct C, à sçauoir 45 toises, on trouuera dauantage pour la hauteur du poinct d que du poinct C, encore que l'operation aye esté faite auec la mesme ouuerture du Compas de proportion, la plus grande distance LM, donnant plus que la plus petite L4.

Il y a desia 3 ou 4 ans que le reuerend Pere Besson, Religieux de l'Ordre des Chartreux, a inuenté cette methode de faire l'orthographie sur la perspectiue de l'ichnographie, par le moyen du Compas de proportion : mais ie ne sçay aucun qui aye donné l'vsage entier du mesme compas que nous enseignons icy pour descrire la perspectiue, tant de l'ichnographie, que de l'orthographie. Et ne pense pas qu'aucun autre instrument puisse estre gueres plus iuste & prompt à faire des perspectiues, que le Compas de proportion, si on s'en sert comme nous l'auons enseigné icy. Il est vray que la methode que nous auons donnée en la troisiesme proposition de la perspectiue de nostre Cours Mathematique, est plus prompte : mais le Compas de pro-

n est vn instrument plus commun, & n'y en a gueres qui
'instrument que nous auons descrit en ladite proposition,
que la plus part de ceux qui le voudroient auoir, ne l'en-
it pas assez bien pour monstrer à l'ouurier comment on le
ire : & ceux qui l'entendent bien, n'en ont pas affaire,
tiquant pas souuent la perspectiue.

iuerses distances & positions de l'œil & du tableau.

CHAP. V.

r ce qui est des positions & distances que doiuent auoi
e tableau, & l'object, afin que la perspectiue soit bien fait
urer, ie diray, qu'encore que les situations de l'œil, & du ta
soient ordinairement determinées par la commodité di
eantmoins si l'angle sous lequel vont le tableau est veu ex
o degrez, que la distance du tableau à l'œil sera trop petite
la perspectiue trompe mieux, le poinct de l'œil estant vi
oigné, qu'en estant plus pres, à cause que l'on ne iuge pa
de la distance qu'il y a de nous iusques au tableau. D'o
ussi qu'elle paroist plus belle quand on la regarde d'vn œil
trauers d'vn tuyau.

is auons aussi dit aux 22 & 23 axiomes de nostre Optique
object paroist d'autant plus pres de nous, que la multitud
yons que nostre œil reçoit de chaque poinct d'iceluy es
e : & qu'estant veu de deux yeux, qu'il paroist aussi d'autan
res de nous, que les deux axes de nos deux yeux s'inclinen
tage l'vn vers l'autre, pour faire leur concours en chaqu
de l'objet. D'où s'ensuit, que la moindre distãce du tablea
et est la meilleure, à cause que les especes qui nous le fon
ennent du tableau, & non de l'objet: & que ceux qui ont l
ubtile, cognoissent & iugent bien par ladite multitude de
s, & encore mieux par l'inclination des axes de leurs deu
chaque poinct de l'object, que ces especes viennent du ta
& non de quelque object esloigné derriere le tableau : es
que de diuers points du tableau elles arriuent à nos yeu

auec les mesmes inclinations qu'elles auuroient si elles venoiẽt de l'obiect que represente le tableau. Tellement que l'obiect estant beaucoup esloigné du tableau, si la viuacité des especes qui viennent du tableau, qui n'est pas si esloigné n'est affoibly par le colory, la perspectiue ne pourra pas si bien faire son effect.

Pour faire voir en perspectiue tout le dedans & le dessus d'vne court, ou d'autres lieux enuironnez de maisons & murailles, il faut imaginer que le tableau ou vitre soit au dessus de ces maisons paralleles à l'horizon, & faire la perspectiue en la maniere que ces maisons, & tout ce qui sera en ladite court, paroistront au trauers de ce vitre, à celuy qui sera au dessus vers le milieu de ladite court: puis la perspectiue estant faite, posant ce tableau, comme les autres, contre vne muraille, on verra tout ce qui sera peint en iceluy d'vne autre maniere qu'à l'ordinaire.

Nous auons enseigné en la 7 proposition de nostre Perspectiue vne methode de faire l'orthographie sur le plan geometral: mais si au lieu d'esleuer des perpendiculaires sur les angles du plan geometral, on marque sur vne autre feuille de papier blanc, vn profil qui monstre de combien il faut esleuer chaque perpendiculaire, l'operation se fera beaucoup plus promptement, si sur ce papier, qui a le profil, on tire vne ligne droite vers le bord gauche, parallele aux perpendiculaires de ce profil: & qu'on tire aussi en l'autre papier, qui a le plan geometral, vers le mesme costé gauche, vne ligne droite, afin que le papier du plan estant mis sur le papier du profil, & les deux lignes droites aussi l'vne sur l'autre, on puisse abbaisser & hausser le papier du plan sur le papier du profil, sans que lesdites deux lignes droites se separent l'vne de l'autre. Cela estant ainsi preparé, si on met le bord superieur du papier du plan, sur le sommet de la ligne du profil, lesdites deux lignes demeurant tousiours l'vne sur l'autre, & qu'on appuye auec la pointe du compas sur tous les points du plan geometral sur lesquels on veut esleuer des perpendiculaires de mesme longueur, on trouuera marqué sur le papier qu'on aura mis dessous les mesmes points, qui seront les sommets des perpendiculaires requises. Puis ayant abbaissé ce papier, qui a le plan, de la quantité qu'on veut donner à chaque perpendiculaire, & selon que

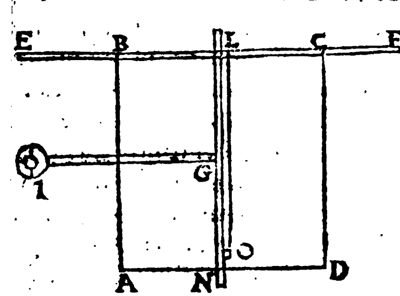
monstre

ré le profil, si on appuye derechef la pointe du compas sur
smes points, on aura au mesme papier du profil, les points
:urs des mesmes perpendiculaires, pourueu que lesdites li
:irées aux costez gauches se trouuent l'vne sur l'autre lors
les marques & ainsi continuant à marquer toutes les lignes
ıes & internes du profil, on aura sur ledit papier blanc, qu'on
ıis dessous, toutes les perpendiculaires paralleles entr'elles
elles, & des lignes qui les doiuent conioindre, si on marque
encre ce qui se peut voir, on aura la perspectiue esleuée sur
n geometrique. Que s'il y a du talu, l'operation se fera de
e, pourueu que dans le plan geometrique les talus y soient
narquez; & qu'ayant marqué les points inferieurs, qui sont
lu talu, on marque les superieurs de ceux qui n'ont point
u.

diuerses methodes de prendre la perspectiue d'vn obiect que l'on voit deuant soy.

CHAP. VI.

donne diuerses methodes pour prendre la perspectiue d'vn
: qu'on peut voir deuant soy: les vns se seruent d'vn vitre,
uel ils descriuent cet objet, selon qu'il paroist en le regar-
u trauers de ce vitre, mettant l'œil en vn poinct fixe; puis
nscriuent sur du papier la perspectiue descrite sur le vitre.
tres estiment qu'on pourroit mettre vn objet en perspecti-
c ses couleurs, par le moyen de ses especes, qui se peignent
: fueille de papier blanc, que l'on met bien estendu au fond
ırge d'vn vaisseau, fait en forme d'entonnoir, & au tuyau
é par où les especes y entrent, vne lunette conuexe; mais
ties droites de la perspectiue representeront les parties
:s de l'objet; & ne pense pas qu'on en puisse inuenter au-
trument plus commode & iuste pour tel vsage, que celuy
oit fait comme s'ensuit.



ABCD, est vne planche quarrée, de telle grandeur qu'on voudra, par exemple, de deux pieds en chaque costé: EF est vne regle droite mobile sur le costé BC du quarré BD, ayant en longueur le double de BC.

LN, est vne autre regle attachée au milieu de EF, qui est en L, à angles droits, en sorte que les deux regles EF & LO facent vne double esquierre, mobile sur le costé BC du quarré.

IGLN, est vne autre double esquierre, ayant sa base LN mobile, sur le costé LO de la premiere esquierre: & deux petits trous, qui seruent de pinules, l'vn en G, & l'autre I, esloigné de G, de l'interualle BC.

Outre ces deux esquierres doubles, il faut encore vne esquierre simple, laquelle estant attachée au quarré en l'angle A, elle soustienne vne pinule fixe, vis à vis du lieu où est maintenant le poinct I, esloigné du plan du quarré, d'enuiron de la quantité de BC, qui seruira pour y mettre l'œil, & donner la visée au trauers de l'autre pinule I, aux poincts de l'objet.

Cet instrument estant ainsi composé, pour venir à la pratique il le faudra mettre perpendiculairement à l'horizon vis à vis de l'objet duquel on desire prendre le plan, auec vne fueille de papier blanc en son plan ABCD sous les esquierres doubles: puis mettant l'œil en sa pinule, & remuant de la main la premiere esquierre double de droit à gauche, ou de gauche à droit, & la seconde esquierre double, de haut en bas, ou de bas en haut, iusques à ce que l'œil demeurant en sa pinule, on voye au trauers de la pinule I, le poinct de l'objet qu'on veut mettre en perspectiue: & lors en l'angle G on marquera vn poinct dans le papier, qui sera la perspectiue du poinct de l'obiet qu'on aura veu: & ainsi procedant, on pourra marquer sur ce papier tous les points de l'objet, qui se pourront voir du lieu de nostre œil, & tirant des lignes des vns aux autres de ces points, comme on les voit en l'objet, on aura la perspectiue requise.

ombres nous remarquerons seulement les cinq notes sui-

corps lumineux, le corps opaque, & celuy qui reçoit l'om-
nt en vne ligne droite.

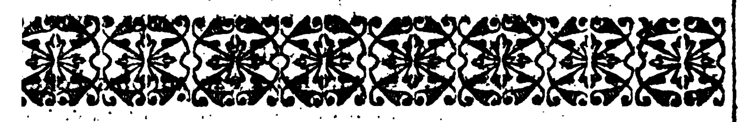
le corps lumineux est égal au corps opaque, l'ombre sera
sme grosseur que le corps opaque : mais si le corps lumi-
st plus petit que l'opaque, l'ombre s'estendra d'autant plus
eur, qu'elle s'esloignera plus du corps opaque : & au con-
si le corps lumineux est plus grand que l'opaque, l'ombre
autant moins d'estenduë en largeur, qu'elle s'esloignera
u corps opaque : comme on peut voir en l'ombre que fait
il par l'interposition de quelque corps.

oute ombre qui tombe sur vn plan, a d'autant plus d'esten-
longueur, qu'elle tombe plus obliquement; & ressemble
'autant moins au cops opaque qui la cause. Mais si elle
perpendiculairement, & qu'elle ne soit trop esloignée du
opaque, elle pourra representer assez bien le corps opaque
cause : comme on peut experimenter aux ombres que
s instruments d'harmiles, & aussi en la sphere exposée
eil.

n l'ombre du Soleil, de mesme qu'aux ombres des autres
lumineux, il y a vn espace en l'extremité de l'ombre qui
pe de l'ombre & de la lumiere; lequel espace, nommé pres-
bre, est contenu sous le mesme angle que le corps lumi-
par exemple, si l'ombre que fait le Soleil par l'interposition
oule, tombe sur vn plan, l'angle d'enuiron de 30 minutes,
quel le Soleil est contenu, se trouuera proche du bord d'i-
oule, & l'espace dudit plan, contenu entre les deux lignes
angle continuées, sera illuminé inegalement du Soleil, à
ue la partie du Soleil qui l'illumine, est d'autant plus gran-
la partie illuminée est proche de celle qui est illuminée de
Soleil.

s ombres que font les corps perpendiculaires sur vn plan,
lent d'autant plus loin, que le corps lumineux est esleué
plan : D'où vient que les ombres de midy du Soleil, sont
tes que celles du matin & du soir.

5. Les presqu'ombres ont d'autant plus d'estenduës qu'elles nt esloignées des corps opaques qui les causent, & ont aussi urs extremitez d'autant plus difficiles à discerner de la parfaite miere qui est au dehors, & de l'ombre parfaite qui est au dedans. 'où s'ensuit aussi qu'en vn quadrât l'extremité du stile ne mõstre s si bien l'heure, que toute l'ombre du stile parallel à l'axe du onde; à cause que l'extremité de l'ombre se doit prendre vers milieu de la presqu'ombre, qui correspond au centre du Soleil, qu'il est difficile de cognoistre ce milieu.



BRIEF TRAITE'

DE LA THEORIE DES PLANETES,

distinguée selon l'hypothese de la terre immobile & mobile.

EN la premiere partie de cette Theorie, nous donnerons par les hypotheses de Ptolomée, & de la terre immobile, les raisons des phenomenes, & des mouuemens des planetes, conformes à ceux des tables Rodolphines.

En la seconde partie, nous expliquerons les hypotheses, que donne Kepler en son epitome astronomique, qui sont celles sur lesquelles ont esté calculées lesdites tables Rodolphines, dans les hypotheses duquel se voyent plus manifestement les raisons des phenomenes, & de la varieté des mouuemens des planetes, tant en longitude qu'en latitude.

De ces deux theories, l'intelligence de la seconde est plus necessaire à la premiere, que celle de la premiere à la seconde: neantmoins à cause que la pluspart de ceux qui commencent à apprendre l'astronomie croyent que la terre est immobile, & qu'il seroit

ifficile de leur persuader, que les vrayes raisons des phenomenes & du mouuement des planetes, dependent du mouuement de la terre, nous auons donné le premier lieu à la theorie qui suppose que la terre est immobile.

Systeme du monde, selon l'hypothese de la terre immobile.

Les anciens voyant que toutes les estoilles par leurs mouuemens de l'Orient à l'Occident, descriuoient des cercles paralleles entr'eux, & à l'equateur, sans s'approcher ny esloigner de la terre, en laquelle ils ne voyoient aucun mouuement, ils creurent que la terre estoit immobile au milieu monde: que toutes les estoiles fixes estoient attachées à vn mesme ciel, qu'ils appellerent firmament, qui les emportoit d'egale vitesse par son mouuement journalier d'Orient à l'Occident sur les poles du monde. Ayant ainsi estably vn ciel pour toutes les estoiles fixes, ils creurẽt aussi qu'vne chacune des sept planetes auoit son ciel propre, ne pouuant auoir vn commun à plusieurs: & qu'elles n'auoiẽt pas autre mouuemẽt que celuy qu'elles receuoient de leur ciel; & par ainsi ils ne constituerent que 8 cieux. Puis voyant que les retardemens ou separations des planetes des vnes des autres, & des estoiles fixes, ne se faisoient pas dans les cercles qu'elles descriuoient par leurs mouuemens journaliers, mais qu'elles se separoient de ces cercles vers les poles du monde, sur lesquels se faisoit ce mouuement journalier, ils furent contraints d'establir de deux choses l'vne, ou que les points sur lesquels les cieux des planetes faisoient leurs mouuemens n'estoient pas tousiours les mesmes, & qu'ils changeoient de place enuiron de 47 degrez, en la circonference d'vn cercle egal au cercle polaire descrit à l'entour du pole du Zodiaque: ou que le mouuement journalier n'estoit propre qu'au firmament aux estoiles duquel ils n'auoient pas encore obserué ce changement de poles, & que les cieux des sept planetes auoient leur mouuemens propres d'Occident à l'Orient sur les poles du Zodiaque; & suiuirent cette derniere opinion, qui estoit la plus vraye-semblable.

Du depuis ayant recognu le mouuement de l'Occident à l'O

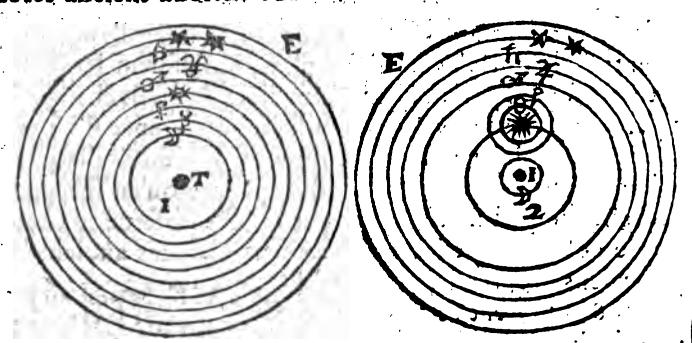
ient, & beaucoup d'autres irregularitez aux estoiles fixes & au Soleil, ils adjousterent premierement le neufiesme ciel, puis vn dixiesme, & aussi vn vnziesme, comme nous auons dit au 3 chap. de la Sphere. Mais les modernes ont recognu par les mouuemens des cometes qui s'engendrent en la region celeste au dessus de la Lune, qu'il n'y a point de ciel solide entre cy & le firmament, ny l'element de feu, que les anciens mettoient en la superficie concaue du ciel de la Lune, pource qu'il causeroit refraction, & feroit paroistre les estoiles & planetes hors leurs vrays lieux. Et ont aussi recognu par le moyen du thelescope, que Mercure & Venus font leurs reuolutions à l'entour du Soleil; & qu'il y a quatre petites planetes qui tournent à l'entour de Iupiter.

Que Saturne est accompagné de deux petits compagnons, qui le font quelque fois paroistre en ouale.

Qu'en la Lune il y a des montagnes & des vallées de mesme qu'en la terre, & plus grandes à proportion: que sa partie plus claire est d'vne matiere semblable à la terre, & les macules à l'eau.

Que Venus, de mesme que la Lune, change de face, & qu'elle n'a point d'autre clarté que celle qu'elle reçoit du Soleil, & qu'il est vray-semblable que les autres planetes soient de mesme, sans lumiere propre, mais non les estoiles fixes.

Que la voye lactée n'est autre chose qu'vn amas de plusieurs petites estoiles; & qu'il y a beaucoup plus d'estoiles que les 1022 que les anciens auoient obserué.



A raison de toutes ces nouueautez, maintenant on n'attri-

dint aucun ciel solide aux planetes: mais pour pouuoir cal leurs mouuemens, on considere seulement les cercles qu'el scriuent par les mouuemens de leurs centres.

ces deux systemes, le premier represente le monde, selo mée: & le second, selon les modernes, qui tiennent qu e est immobile, enuironnée de l'athmosphere, qui est l'ai tour du globe terrestre, rempli d'exhalesons & vapeurs ontent enuiron iusques à 26 lieuës au dessus de la terre: pui s au firmament s'appelle æther, qui est vn air pur, sans au exhalesons ny vapeurs, dans lequel les planetes & comete eurs mouuemens.

Theorie du Soleil, selon Ptolomée.

remier phenomene du Soleil est, qu'il acheue son mouue d'Occident à l'Orient d'inegale vitesse en vn an, & qu'il de enuiron huict iours dauantage à parcourir vne moitié di que, que l'autre moitié opposée.

second, qu'il paroist quelque peu plus petit en la moiti parcourt plus lentement, qu'en l'opposée où il va plu

roisiesme, que l'endroit du Zodiaque où il paroist aller plu ent, n'est pas tousiours le mesme, & qu'il change de plac ent f.f.f.

omée pour sauuer ces phenomenes, & calculer le mouue du Soleil, luy a attribué deux cercles au plan de l'eclipti premier desquels est le deferent BCMN, eccentrique à l , dont l'auge ou apogée C, est maintenant enuiron au sixi Cancer, lequel se mouuant f.f.f. d'egale vitesse, au respe centre B, emporte le Soleil G en sa circonference, luy fa ire en 365 iours, 5 heures, & enuiron 49 minutes, vn cercl estant continué iusques au premier mobile, s'appelle eccl

econd cercle est le deferent de l'angle ASB, lequel au pla cliptique emporte le centre B de l'eccentrique CMN regu ent f.f.f. à l'entour de la terre A, acheuant sa reuolutio

Theorie de la Lune.

Le premier phenomene de la Lune est, qu'elle acheue son mouuement de l'Occident à l'Orient en 27 iours, 7 heures, & enuiron 43': & par consequent, son moyen mouuement iournalier, c'est à dire, ce qu'elle feroit par iour si elle alloit d'egale vitesse, est de 13 deg. 10', 35" : & parce que le moyen mouuement diurne du Soleil est de 59', 8", le moyen mouuement diurne de la Lune excede celuy du Soleil de 12 deg. 11', 27", & le mois synodique, qui est le temps que la Lune met à retourner au Soleil, contient 29 iours, 12 heures, & enuiron 44'.

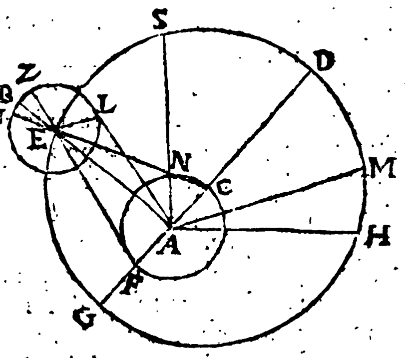
Le second phenomene est, qu'elle se meut d'inegale vitesse, en changeant son mouuement de rapide en lent, & de lent en rapide, enuiron de 14 iours en 14 iours: & que de mesme que le Soleil, elle paroist d'autant plus grande, que son mouuement est rapide.

Le troisiesme phenomene est, que s'il y a nouuelle ou pleine Lune au septiesme iour de son mouuement rapide ou lent, la difference d'entre le moyen & vray mouuement, ne pourra exceder 5 degrez : mais si à ce 7 iour il y a premier ou dernier quartier, cet excez sera de 7 degr. 40', & s'appelle le mouuement de la Lune rapide, quand elle fait par iour plus que son mouuement mediocre, qui est de 13 deg. 10', 35", comme nous venons de dire : & lent quand au contraire elle fait par iour moins que son mouuement mediocre.

Le 4 phenomene est, que les mouuemens plus rapides & lents de la Lune n'arriuent pas tousiours aux mesmes signes du Zodiaque, mais qu'ils s'aduancent s.s.s. & retournent aux mesmes endroits où ils ont esté auparauant enuiron en huict ans & dix mois.

Le 5 phenomene est, que le cercle, que la Lune descrit par son mouuement propre de l'Occident à l'Orient, n'est pas l'eccliptique, ains ce cercle couppant l'eccliptique en deux poincts opposez, qui s'appellent la teste & queuë du Dragon, il se separe d'icelle enuiron de cinq degrez vers Septentrion, & autant vers Midy : & que ces points d'intersections, ou ☊ & ☋ du Dragon ne

ias fixes au Zodiaque, ains qu'ils s'aduancent par iour c. f. f.
iron de trois minutes.



olomée pour rendre
i de tous ces pheno-
s, & trouuer le vray
e la Lune au Zodia-
our tout temps pro-
, luy a attribué trois
s, dont le premier est
MS, nommé le defe-
e l'epicycle, lequel est
iurs incliné au plan
cliptique d'vn angle
q degrez, & le coup-
vne ligne droite, qui
le la teste à la queuë par le centre de la terre A, l'office du
st d'emporter en 27 iours, 7 heures, 43', le centre E de l'epi-
.f.f. regulierement, au respect du centre de la terre A, lequel
ement s'appelle, le moyen mouuement de la Lune, & est le
c aussi l'apparent du centre E de l'epicycle.

second cercle, appellé le deferent de l'auge, est ACFN
: duquel est de faire trouuer le centre de l'epicycle E en
D, en toutes les moyennes conionctions & oppositions: &
igée G, au premier & dernier quartier. Ce qu'il fait en se
ant c. f. f. regulierement au respect du centre de la terre A,
e vitesse, que son moyen mouuement diurne soit excedé
uy du deferent, du double du moyen mouuement diurne
eil: car cela estant, il y aura tousiours autant c. f. f. de la
u moyen mouuement du Soleil iusques à l'auge de la Lu-
e de la mesme ligne du Soleil f. f. f. iusques au centre de l'e-
: de la Lune: & iamais le centre de l'epicycle ne pourra ar-
ladite ligne du Soleil, ou à son opposée, que l'auge de la
n'y arriue en mesme temps à la mesme ligne du moyen
ement du Soleil.

ice du troisiesme cercle ELZB, qui est l'epicycle, est d'em
c. f. f. le centre L de la Lune en sa circonference BZL, qu'on

doit imaginer au plan du deferent CDEH, lequel mouuement de l'epicycle est tousiours regulier au respect de la moyenne auge Z, qui correspond au poinct F, qui est l'opposé du centre de l'eccentrique C : & ce mouuement de l'epicycle est la seule cause de l'inegalité du mouuement de la Lune, laquelle est tousiours rapide estant en la moitié inferieure de son epicycle, & lent estant en l'autre moitié plus esloignée de la terre. Et pour satisfaire au 4 phenomene, Ptolomée a supposé que le mouuement BZL de l'epicycle c. s. s. est quelque peu plus lent que celuy du deferent HDEG s.s.s. afin que les mouuemens plus lents de la Lune, qui arriuent lors qu'elle est en l'apogée B de son epicycle, changent quelque peu de place au Zodiaque s.s.s. & qu'ayant fait la reuolution du Zodiaque s.s.s. qu'ils soient de retour au bout de huict ans & dix mois, aux mesmes lieux où ils se faisoient auparauant. Or le deferent de l'epicycle HDEG, auec son epicycle BZL, a esté si bien proportionné par Ptolomée, que la Lune L estant en l'attouchement de son epicycle, si le centre E de son epicycle se trouue en l'apogée D, l'angle LAE, qui est la difference de son vray & moyen mouuement, n'excede cinq degrez : mais si le centre de l'epicycle se trouue au perigée G, ledit angle LAE est de 7 degrez 40′. d'où appert la raison du 3 phenomene.

La raison du cinquiesme phenomene est manifeste du mouuement diurne de la teste du dragon d'enuiron de 3′, 10″, 38‴, par iour, acheuant sa reuolution en 18 ans, 228 iours, & 3 heures.

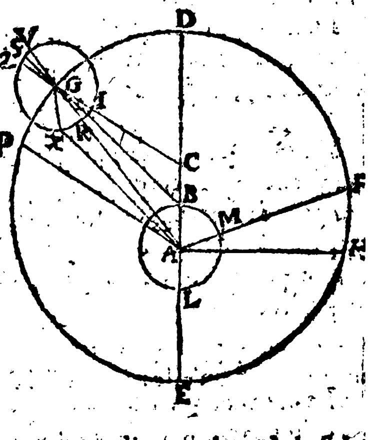
COROLL.

Du mouuement de la ☊ & ☋ c.s.s. s'ensuit, que le pole du deferent de l'epicycle de la Lune descrit vn petit cercle c.s. s. alentour du pole de l'ecclyptique, qui en est esloigné de cinq degrez d'iceluy cercle. Et par consequent la plus grande declinaison de la Lune peut estre de cinq degrez plus grande ou plus petite que celle du Soleil.

Theorie des trois planetes superieures.

Le premier phenomene de ces trois planetes superieures est, qu'elles paroissent d'autant plus grandes qu'elles sont esloignées du Soleil.

econd, que leurs mouuemens d'Occident à l'Orient se di-
ent à mesure que le Soleil s'esloigne d'icelles, en sorte que
ochans de l'opposition du Soleil, elles deuiennent retrogra-
ais quelque temps apres leur opposition, directes, augmen-
eurs mouuemés iusques à leurs conionctions auec le Soleil,
lesquelles conionctions, elles commencent à les diminuer:
nent que leurs mouuemens tant directs que retrogrades,
t d'inegale vitesse, & vont plus viste au milieu, tant au direct
retrograde, que vers le commencement ou la fin.
troisiesme, qu'elles demeurent plus long temps en la latitu-
tentrionale qu'en la meridionale.
quatriesme, que les poincts de l'ecliptique, par où elles pas
llant du Septentrion au Midy, & du Midy au Septentrion
ngent au premier mobile s.s.s. & au firmament c.s.s. &
es ne passent pas tousiours l'ecliptique, comme la Lune
teste ou queuë de leurs dragons, qui sont les intersections
ont leurs deferens en couppant l'ecliptique: Que Mars or
ément passe l'ecliptique plus loin de la teste ou queuë d
n que Iupiter, & Iupiter plus loin que Saturne.
cinquiesme, que leurs plus grandes latitudes arriuent tous
lors qu'elles sont opposées au Soleil.



ur satisfaire à tous ces
omenes, Ptolomée attri-
ois cercles à chacune de
ois planetes, dont le pre-
est BGEF, nommé le de-
de l'epicycle, lequel est
iours incliné au plan de
ptique (en ♄ d'vn angle
egr. 30': en ♃, vn degré
n ♂, vn degré) & le
e tousiours par vne li-
droite, qui passe de la
à la queuë par le centre
terre A. L'office de ce
est d'emporter, comme nous auons dit au 3 chap. de la sphe

re,(en ♄ enuiron en 30 ans : en ♃, en 12 ans : & en ♂, en 2 ans) l'epicycle G,ſ.ſ.ſ regulierement, non au reſpect de la terre A, ny du propre centre B, mais au reſpect du poinct C, qui s'appelle centre de l'equant, lequel eſt eſloigné du centre de l'eccentrique B, autant que le centre B, eſt eſloigné du centre de la terre A. Ce moyen mouuement du centre de l'epicycle eſt repreſenté en la figure par l'angle H A P.

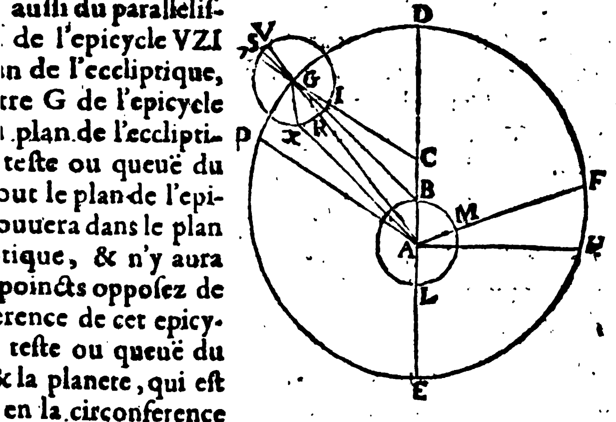
. Le ſecond cercle, nommé le deferent de l'auge, eſt A B L M, qu'on doit imaginer du coſté de Septentrion parallele à l'eccliptique, ayant ſon centre en l'axe de l'eccliptique tiré du centre de la terre A au pole arctique du Zodiaque. L'office de ce cercle eſt d'emporter ſ.ſ.ſ. le centre B du deferent de l'epicycle, & auſſi l'auge D, (qui a le meſme mouuement que le centre B, comme il appert de la 7 propoſ. du 3 des Elem.) regulierement au reſpect du Zodiaque ou de la terre A, en ♄, en 17126 : en ♃, en 27468 : en ♂, en 1949 ans.

L'office du troiſieſme cercle GZXI, qui eſt l'epicycle, eſt d'emporter ſ.ſ.ſ. le centre X de la planete en ſa circonference VZXI, qu'on doit imaginer eſtre touſiours parallele au plan de l'eccliptique, lequel mouuement de l'epicycle eſt touſiours regulier au reſpect de la moyenne auge Z, qui correſpond au centre de l'equant C. Or Ptolomée pour ſatisfaire au ſecond phenomene a proportionné le mouuement de l'epicycle auec celuy de ſon deferent en ſorte, qu'vne chacune de ces trois planetes, en leurs moyennes conionctions auec le Soleil, ſe trouue en ſa moyenne auge Z : & au perigée I, en toutes leurs moyénes oppoſitions auec le Soleil. D'où vient qu'en leurs conionctions auec le Soleil, eſtans vers l'auge V de leur epicycle, loin de la terre A, elles paroiſſent plus petites, & ſont lors directes & rapides, à cauſe que tant le deferent que l'epicycle les font aller ſ.ſ.ſ. : mais vers les oppoſitions du Soleil, eſtans vers le perigée R, pres de la terre A, elles paroiſſent plus grandes, & ſont retrogrades, à cauſe que le mouuement que la planete reçoit de ſon epicycle c.ſ.ſ. excede le mouuement qu'elle reçoit ſ.ſ.ſ. du deferent de ſon epicycle.

Les raiſons du 3 & 4 phenomenes ſont manifeſtes du mouuement & ſituation du ſecond cercle BML. Car puiſque ce cercle

s vers Septentrion, parallele à l'ecclipitique, ayant le deferent de l'epicycle en sa circonference, il est mani-te 7 propos. du 3 des Elem. que l'auge D sera tousiours le Septentrionale, & que la partie Septentrionale du l'epicycle est plus grande que la Meridionale.

aussi du parallelis- de l'epicycle VZI in de l'ecclipitique, tre G de l'epicycle plan de l'ecclipti- teste ou queuë du out le plan de l'epi- ouuera dans le plan tique, & n'y aura poincts opposez de rence de cet epicy- teste ou queuë du & la planete, qui est en la circonference



icycle, si elle n'est en l'vn de ces deux poincts, elle passera que autant esloigné de la teste ou queuë du dragon, sera esloignée du plus proche de ces deux poincts.

e que l'epicycle de Mars occupe vn plus grand nombre au Zodiaque, que celuy de Iupiter, & celuy de Iupiter rand nombre que celuy de Saturne, Mars en ces passages esloigner dauantage de la teste ou queuë de son dragon ter, & Iupiter plus que Saturne. La raison du cinquiesme me se trouuera cy apres au traicté des latitudes.

noterons icy, que Ptolomée par ses obseruations auoit ue les plans des epicycles de trois planetes superieures tousiours presque paralleles à l'ecclipitique, mais qu'il pas recognu qu'ils fussent entierement paralleles, & que llige de l'hypothese de la terre mobile : d'où s'ensuit aussi les epicycles, tant des planetes superieures qu'inferieu- egaux au deferent de la terre, ou du Soleil, qui est le mes- r consequent sont aussi egaux entr'eux : & qu'ils ne peut

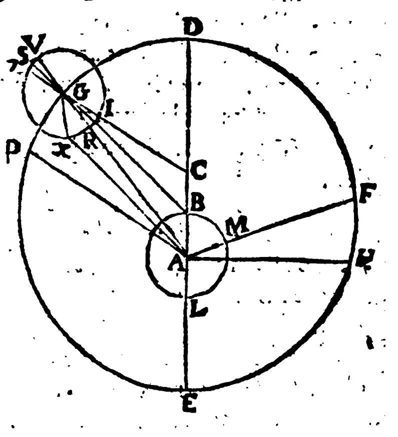
e,(en ♄ enuiron en 30 ans : en ♃,en 12 ans : & en ♂,en 2 ans)
'epicycle G,s.s.s. regulierement,non au respect de la terre A,ny d
propre centre B,mais au respect du poinct C, qui s'appelle cent
le l'equant, lequel est esloigné du centre de l'eccentrique B,au
ant que le centre B,est esloigné du centre de la terre A. Ce moye
mouuement du centre de l'epicycle est representé en la figure pa
'angle H A P.

. Le second cercle,nommé le deferent de l'auge,est A B L M,qu'o
loit imaginer du costé de Septentrion parallele à l'eccliptique
ayant son centre en l'axe de l'eccliptique tiré du centre de la ter
A au pole arctique du Zodiaque. L'office de ce cercle est d'en
porter s.s.s. le centre B du deferent de l'epicycle, & aussi l'auge D
qui a le mesme mouuement que le centre B, comme il appert d
a 7 propos. du 3 des Elem.) regulierement au respect du Zodi
que ou de la terre A, en ♄, en 17126 : en ♃, en 27468 : en ♂, e
9[illegible]9 ans.

L'office du troisiesme cercle GZXI,qui est l'epicycle, est d'em
porter s.s.s. le centre X de la planete en sa circonference VZX
qu'on doit imaginer estre tousiours parallele au plan de l'eccli
ptique,lequel mouuement de l'epicycle est tousiours regulier a
respect de la moyenne auge Z, qui correspond au centre de l'e
quant C. Or Ptolomée pour satisfaire au second phenomene a
proportionné le mouuement de l'epicycle auec celuy de son defe
ent en sorte, qu'vne chacune de ces trois planetes, en leur
moyennes conionctions auec le Soleil,se trouue en sa moyen
uge Z : & au perigée I, en toutes leurs moyénes oppositions aue
e Soleil. D'où vient qu'en leurs conionctions auec le Soleil
stans vers l'auge V de leur epicycle,loin de la terre A, elles pa
oissent plus petites, & sont lors directes & rapides, à cause que
ant le deferent que l'epicycle les font aller s.s.s. : mais vers les
ppositions du Soleil,estans vers le perigée R, pres de la terre A
lles paroissent plus grandes, & sont retrogrades, à cause que le
mouuement que la planete reçoit de son epicycle c.s.s. excede le
mouuement qu'elle reçoit s.s.s. du deferent de son epicycle.

Les raisons du 3 & 4 phenomenes sont manifestes du mouue
ment & situation du second cercle BML. Car puisque ce cercl

touſiours vers Septentrion, parallele à l'eccliptique, ayant le
ntre B du deferent de l'epicycle en ſa circonference, il eſt mani-
ſte de ladite 7 propoſ. du 3 des Elem. que l'auge D ſera touſiours
la latitude Septentrionale, & que la partie Septentrionale du
ferent de l'epicycle eſt plus grande que la Meridionale.



Il appert auſſi du paralleliſ-
e du plan de l'epicycle VZI
ec le plan de l'eccliptique,
e le centre G de l'epicycle
iuant au plan de l'eccliptique
e en la teſte ou queuë du
agon, tout le plan de l'epi-
cle ſe trouuera dans le plan
l'eccliptique, & n'y aura
e deux poincts oppoſez de
circonference de cet epicy-
e en la teſte ou queuë du
dragon: & la planete, qui eſt
ouſiours en la circonference
de ſon epicycle, ſi elle n'eſt en l'vn de ces deux poincts, elle paſſera
l'eccliptique autant eſloigné de la teſte ou queuë du dragon,
qu'elle en ſera eſloignée du plus proche de ces deux poincts.

Et parce que l'epicycle de Mars occupe vn plus grand nombre
de degrez au Zodiaque, que celuy de Iupiter, & celuy de Iupiter
vn plus grand nombre que celuy de Saturne, Mars en ces paſſages
ſe pourra eſloigner dauantage de la teſte ou queuë de ſon dragon
que Iupiter, & Iupiter plus que Saturne. La raiſon du cinquieſme
phenomene ſe trouuera cy apres au traicté des latitudes.

Nous noterons icy, que Ptolomée par ſes obſeruations auoit
trouué, que les plans des epicycles de trois planetes ſuperieures
eſtoient touſiours preſque paralleles à l'eccliptique, mais qu'il
n'auoit pas recognu qu'ils fuſſent entierement paralleles, & que
cela ſe collige de l'hypotheſe de la terre mobile: d'où s'enſuit auſſi
que tous les epicycles, tant des planetes ſuperieures qu'inferieu-
res, ſont egaux au deferent de la terre, ou du Soleil, qui eſt le meſ-
me, & par conſequent ſont auſſi egaux entr'eux: & qu'ils ne peu-

uent donner les mesmes latitudes qu'en l'hypothese de la terre mobile, s'ils ne sont parfaictement paralleles à l'ecclipτique : Tiercement, que ce que Ptolomée appelle en la theorie de ☿, & de ♀, le deferent de l'epicycle doit estre l'epicycle : & au contraire, ce qu'il appelle epicycle, le deferent. Quartement, il s'ensuit que les poincts à l'entour desquels vn chacun de ces cinq epicycles tourne, ou par lesquels ils sont attachez à leurs deferents, ne sont pas leurs centres, & que leurs centres sont esloignez desdits poincts d'attachements de la quantité de l'eccentricité du Soleil, qui est de 1800, à raison de 100000 pour le semidiametre du deferent du Soleil.

Theorie de Mercure & Venus.

Le premier phenomene de ces deux planetes est, que Mercure ne s'esloigne du Soleil au plus qu'enuiron 29 degrez, & Venus de 48 degrez : & que les mouuemens tant directs que retrogrades, sont d'autant plus lents qu'ils sont esloignez du Soleil.

Le second, que les passages par lesquels ces deux planetes passent l'ecclipτique, allant du Midy au Septentrion, & du Septentrion au Midy, ne sont pas aux signes opposez du Zodiaque : qu'en Mercure, l'interualle d'entre ces deux passages contient s.s.s. au plus enuiron trois signes, & se peut faire aussi qu'il ne contienne rien. En Venus l'interualle de ces passages contient s.s.s. au plus enuiron sept signes, & au moins enuiron vn signe. Et qu'en Mercure, la teste du dragon acheue sa reuolution au Zodiaque s.s.s. enuiron en 15203 ans, & en Venus en 27009.

Le troisiesme, que leurs plus grandes latitudes arriuent lors qu'elles sont retrogrades.

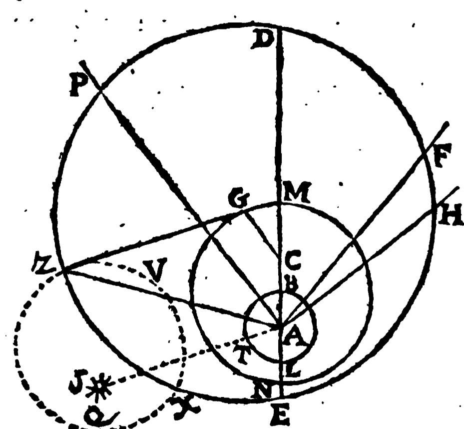
Le quatriesme, qu'en Venus les plus grandes latitudes Septentrionales sont plus grandes que les Meridionales : & au contraire, en Mercure les Meridionales sont plus grandes que les Septentrionales.

Ptolomée, qui croyoit que Mercure & Venus faisoient leurs mouuemens sous le Soleil, pour sauuer ces phenomenes, leur a attribué chacun trois cercles, à sçauoir le deferent de l'epicycle, le deferent de l'auge, & l'epicycle. Et donne au deferent de l'epicycle

cycle deux mouuemens, l'vn en longitude, & l'autre en lati
qu'il appelle de deuiation : & à chaque epicycle, outre celu
à l'entour son centre f.f.f. deux autres mouuemens, l'vn desqu
appelle d'inclination, & l'autre de reflexion. Mais à caus
cette multitude de mouuemens n'est gueres commode, ny
le calcul, ny pour rendre raison des phenomenes, nous ren
rons ceux qui sont desireux de les sçauoir à la theorie des pla
de Purbachius, & à ce que nous auons dit en la 9 & 10 propo
premier liure de nostre Theorie des Planetes, & mettrons ic
autre theorie plus simple & commode pour la methode ge
de calculer par les tables Rodolphines, en changeant, comme
venons de dire à la fin de la theorie precedente, les deferen
Ptolomée leur a donné en epicycles, & les epicycles, qu'il l
donné, en deferens. Partant ce changement estant faict, nou
rons que Mercure & Venus ont chacun trois cercles, dont le
mier est le deferent de l'epicycle BMGN, lequel est tousiour
cliné au plan de l'ecliptique, (en Mercure d'vn angle de 6
54', & en Venus de 3 degr. 22') & le couppe tousiours pa
ligne droite, qui passe de la teste du dragon à la queuë, par le
tre de la terre A. L'office de ce cercle est d'emporter le cen
de l'epicycle f.f.f. regulierement, au respect du centre de l'eq
C, qui est esloigné du centre du deferent B, autant que le c
B est esloigné du centre de la terre A : par ce mouuement le
tre de l'epicycle de Mercure acheue sa reuolution enuiro
trois mois, & Venus en sept mois & demy : mais d'vne con
ction superieure auec le Soleil à la prochaine conionction s
rieure, ou de l'inferieure à l'inferieure, en Mercure il y a 115 i
& en Venus enuiron 19 mois.

Le second cercle est le deferent de l'auge ABTL, lequel
porte f.f.f. le centre B, du deferent de l'epicycle regulieremen
Zodiaque, & par consequent aussi l'auge D, qui ne peut auoi
tre mouuement que celuy du centre C ; & s'acheue ce mo
ment en Mercure enuiron en 12375 ans, & en Venus en
ans.

L'office du troisiesme cercle GDPEF, qui est l'epicycle, est d
porter f.f.f. le centre de la planete Z, en sa circonference FI



qu'on doit imaginer estre tousiours parallele au plan de l'eccliptique, lequel mouuemét de l'epicycle se faict en sorte, que la ligne GZ, tirée du centre G, à la planete Z, soit tousiours parallele à la ligne du moyen mouuement du Soleil, que nous supposons en ceste figure estre AS. Supposant aussi que H soit l'Aries de l'equinoxe du Printemps, & AP parallele à CG, mené du centre de l'equant C, au centre de l'epicycle G, le moyen mouuement du centre de l'epicycle G sera representé par l'angle HAP, & le moyen mouuement de la planete Z, par l'angle HAS, qui est aussi le moyen mouuement du Soleil. Tellement que si au quadrilatere ACGZ, on trouue l'angle CAZ, restera l'angle SAZ, qui est la difference d'entre le vray mouuement de la planete Z, qui est l'angle HAZ, & le moyen mouuement du Soleil, qui est l'angle HAS.

Du parallelisme & egalité des lignes GZ & AS, est manifeste la raison du premier phenomene, & qu'il est necessaire aussi qu'vne chacune de ces deux planetes tournant à l'entour du Soleil S, descriue vn cercle, comme est QZX, egal à son deferent NMG, & eccentrique au Soleil S, de mesme que MNG est eccentrique à la terre A. Il est manifeste aussi que le mouuement direct est plus lent de V en Z, que de Z en X; & le mouuement retrograde est aussi plus lent de Q en X, que de X en V.

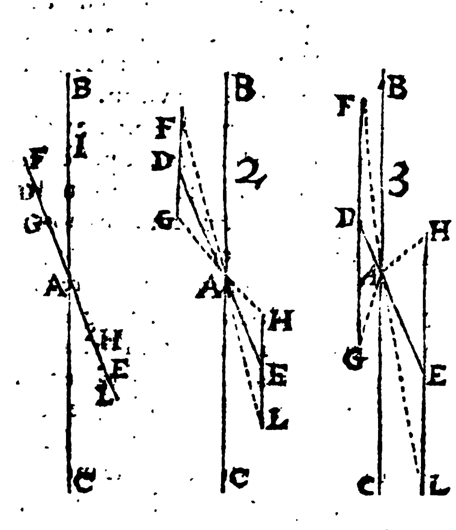
Pour l'intelligence du second phenomene on doit remarquer trois choses: La premiere, que toute la circonference EFDP de l'epicycle arriue au plan de l'eccliptique en mesme temps que son centre G: La seconde, qu'en vne reuolution du deferent, le centre G de l'epicycle se trouue deux fois au plan de l'eccliptique, à sça-

uoir vne fois estant arriué à la teste du Dragon, & vne autr
arriuant à la queuë : La troisiesme, qu'à cause que le defer
l'epicycle de Mercure fait sa reuolution enuiron en trois m
centre G de son epicycle, & aussi toute la circonference,
consequent Mercure se trouue huict fois en vn an au plan de
cliptique : mais en Venus en laquelle le centre G fait sa re
tion en 7½ mois, le centre G de l'epicycle, & aussi Venus, ne se
ue au plan de l'ecliptique qu'enuiron trois fois en vn an.

Partant, si on suppose que Mercure s'esloigne du Soleil au
de 25 degrez, & Venus de 45 degrez, & que Mercure aye passé
cliptique allant du Midy au Septentrion en la teste de son
gon, esloigné du Soleil de 25 degrez vers l'Occident, vn mo
demy apres il repassera vers Midy par la queuë de son dra
esloigné du Soleil vers l'Orient encore enuiron de 25 degre
parce que durant vn mois & demy le Soleil a fait 45 degre
Mercure 50 degrez, puis qu'il se trouue 25 degrez à l'orien
Soleil, la distance de la teste du dragon à la queuë sera de
signes 5 degrez. Mais si le premier passage se fait en la queu
dragon, 25 degrez à l'orient du Soleil, & la seconde en la test
pareille distance de 25 degrez à l'occident du Soleil, le mou
ment du Soleil s.s.s. sera encore 45 degrez, & de Mercure
50 degrez : tellement que le second passage se trouueroit cin
grez plus occidental que le premier, suiuant la supposition d
degrez, mais suiuant la verité il se pourra faire au mesme lieu
le premier. Pareillement si Venus passe en la teste du drago
degrez à l'occident du Soleil, enuiron quatre mois apres elle
passera par la queuë vers Midy, esloignée du Soleil 45 degrez
l'Orient : durant lequel temps le Soleil aura fait enuiron qu
signes, & Venus trois signes, qui sont depuis 45 deg. de l'occi
du Soleil à 45 degrez vers l'orient ; & ainsi se trouueront 7 si
de la teste du dragon iusques en la queuë. Que si au contrai
premier passage se fait en la queuë du dragon, 45 degrez à l'or
du Soleil, & le second en la teste à 45 degrez à l'occident du
eil, le mouuement que le Soleil fera durant ce temps, sera en
enuiron quatre signes s.s.s., & celuy de Venus c.s.s. trois sig
tellement que le second passage se trouuera enuiron vn signe

oriental que le premier. Les raisons des 4 & 5 phenomenes se pourront voir au traicté suiuant des latitudes.

Des latitudes des Planetes.



A est le centre de la terre.

BAC est le plan de l'ecliptique.

DAE est le plan du deferent de l'epicycle.

L'angle d'inclination DAB du plan de l'epicycle au plan du deferent: en la Lune il est de 5 degrez: en ♄, 2 degrez 32′: en ♃, 1 deg. 20′: en ♂, 1 deg. 50′: en ♀, de 3 deg. 22′: en ☿, de 6 deg. 54′.

FDG, & aussi HEL, est le plan de l'epicycle, en la Lune au plan du deferent, & aux autres planetes parallele au plan de l'ecliptique BC.

La distance depuis le poinct D iusques au poinct de la circonference où se trouue la planete, en la Lune ne change point sa quantité: Aux autres planetes cette distance s'augmente ou diminuë de la mesme quantité que la distance de la terre au Soleil; & par consequent vers la fin de Iuin, que le Soleil est en son apogée, elle est plus grande du double de l'eccentricité du Soleil, que vers la fin de Decembre que le Soleil est en son perigée.

En la Lune la plus grande distance du centre de la terre au centre de l'epicycle, demeure en la latitude septentrionale enuiron 4 ans & 5 mois: aux trois planetes superieures cette plus grande distance se trouue tousiours vers Septentrion, & aux deux inferieures vers Midy.

De ces hypotheses est manifeste que les plus grandes latitudes des trois planetes superieures arriuent vers Midy, quand elles sont

au bas de leurs epicycles vers H : lesquelles sont d'autant plus grandes, que la distance AE est petite, & EH grande : Mais aux planetes superieures AE est tousiours plus petite que AD, à cause que leurs auges sont tousiours vers Septentrion ; d'où s'ensuit que leur plus grande latitude meridionale, qui est l'angle CAH, est tousiours plus grande que leur plus grande latitude septentrionale, qui est l'angle BAG.

En Mercure sa plus grande latitude arriue vers Midy, à cause qu'il a vne grande eccentricité, qui rend AE beaucoup plus grande que AD, qui est vers Septentrion ; d'où vient que sa plus grande latitude meridionale, qui est l'angle BAH, ou son egal AHE, est plus grande que sa plus grande latitude septentrionale, qui est l'angle CAG, ou son egal AGD.

En Venus, qui a aussi son apogée vers Midy, pour les mesmes raisons que Mercure, sa plus grande latitude meridionale, qui est l'angle BAH deuroit estre plus grande que sa plus grande latitude septétrionale, qui est l'angle CAG : mais il arriue le contraire, à cause que pour n'auoir guere d'eccentricité, AE n'est guere plus grande que AD, & EH est plus grande que DG, de la quantité que le Soleil estant au 10 du Lion, est plus loin de la terre qu'estant au 10 d'Aquarius. Car l'apogée de Venus est au 10 d'Aquarius, & le perigée au 10 du Lion ; & par consequent, afin que AE soit bien grande, & AD bien petite, il est necessaire que E, centre de l'epicycle, soit au 10 d'Aquarius, & lors L, qui est l'apogée de l'epicycle, paroistra aussi au 10 d'Aquarius, & le perigée H au 10 du Lion.

Que si Venus est alors en H, elle sera au 10 du Lion, & le Soleil aussi, veu que la ligne EH ne differe iamais au Zodiaque de la ligne du moyen mouuement du Soleil, lequel estant au 10 du Lion, n'est gueres loin de son apogée, qui est au 6 de Cancer : & par consequent EH sera beaucoup plus grande que DG, qui est la distance de la terre au Soleil, quand il est au 10 d'Aquarius pres de son perigée, qui est au 6 de Capricorne. D'où vient que la plus grande latitude septentrionale CAG, est plus grande que la plus grande latitude meridionale BAH.

Voyez les lieux où sont maintenant les apogées & limites septentrionales des planetes, en la page 684 du 5 tome.

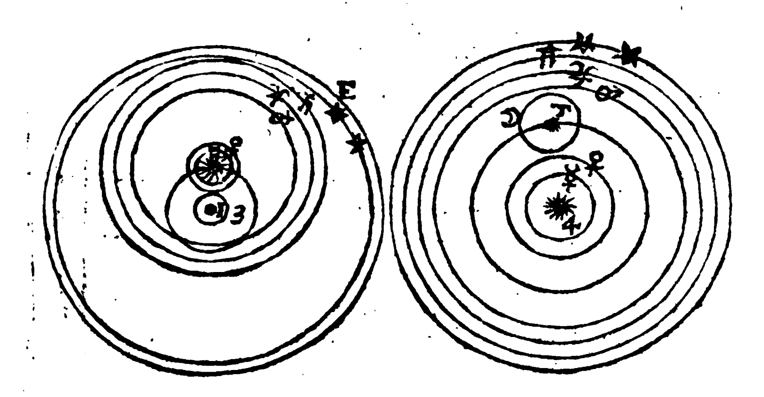
En la page 495 du mesme liure, nous auons dit que les conion-
ions des planetes qui ont leurs mouuemens incommensurables
 se peuuent iamais faire deux fois au mesme poinct du Zodia-
ue: mais à cause que la raison que nous auons donnée en ce
u là est vn peu obscure, nous dirons icy, que les conionctions
s planetes qui ont leurs mouuemens commensurables retour-
nt necessairement aux mesmes poincts du Zodiaque, & le
oindre temps de leur retour est le plus petit nombre qui se peut
uiser par tous les nombres des temps de leurs periodes. Et que
 conionctions des incommensurables ne peuuent iamais re-
urner aux poincts des conionctions precedentes, à cause que si
es retournoient aux mesmes poincts, il y auroit mesme pro-
rtion du mouuement du plus lent au mouuement du plus ra-
le, que du nombre des reuolutions du plus lent au nombre des
olutions du plus rapide; & par consequent, par la 6 du 10 des
em. les mouuemens des planetes seroient commensurables,
ntre l'hypothese.

eorie des planetes, selon l'hypothese de la terre mobile.

En cette hypothese de la terre mobile, il faut imaginer le firma-
nt immobile, contenant en son espesseur les estoiles fixes aussi
mobiles, & le Soleil en son centre n'ayant autre mouuement
 celuy qu'il fait C.S.C. à l'entour de son centre sur les poles du
diaque, enuiron en 27 iours, emportant par les rayons de sa
iere à l'entour de soy, les autres planetes & la terre, d'autant
s viste qu'elles sont pres de luy: à sçauoir Mercure, qui est le
s proche, enuiron en trois mois, Venus en sept mois & demy,
rre en vn an, Mars en deux ans, Iupiter en douze ans, & Sa-
ne, qui est le plus esloigné, en trente ans, disposez à l'entour
uy selon l'ordre qu'on voit en la seconde figure suiuante, mar-
e par 4, qui est celle de l'hypothese de Copernic, & la premie-
narquée par 3, est celle de l'hypothese de Tychobrahé. La
ne qui est vne planete appartenante à la terre, ne tourne pas
ntour du Soleil, mais seulement à l'entour de la terre, de mes-
que les quatre compagnons de Iupiter tournent à l'entour de

iupiter, acheuant sa reuolution en 27 iours, 7 heures, 43', comme en l'autre hypothese.

Voyez les raisons de cet ordre des planetes, au premier chapitre du second liure de la Theorie des planetes du 5 tome.



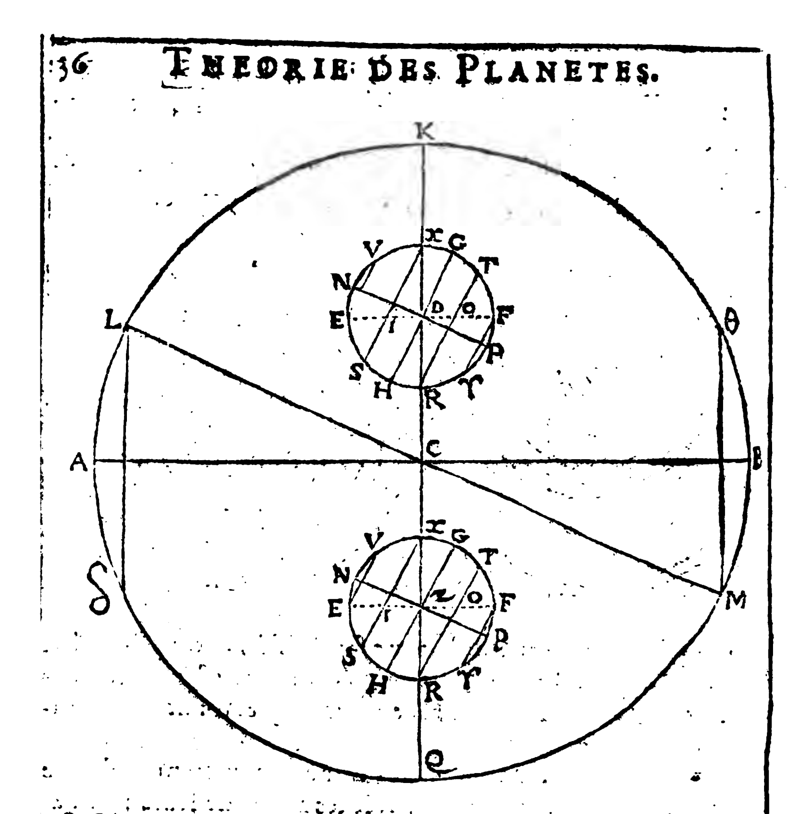
Le cercle que le centre de la terre fait ſ ſ.ſ. à l'entour du Solei en vn an, s'appelle l'eccliptique, au plan duquel est perpendiculaire l'axe du corps du Soleil, à l'entour duquel il fait sa reuolution enuiron en 27 iours.

Les plans des deferens des autres planetes couppent le plan de l'eccliptique par le centre du Soleil, & les angles de leurs inclinations à l'eccliptique, sont ceux-cy.

♄	♃	♂	♀	☿
2 deg. 32'.	1 deg. 20'.	1 deg. 50'. 30''.	3 deg. 22'.	6 deg. 54'.

Le plan du deferent de la Lune couppe le plan de l'eccliptique par le centre de la terre, faisant son angle d'inclination d'enuiron de cinq degrez.

En cette figure AKBQ est le colure des solstices, qui represente le firmament immobile, ayant tousiours en son centre le Soleil C. ACB est l'axe du Zodiaque, ayant son pole arctique en A, l'antarctique en B.



LCM est l'axe du monde, ayant son pole arctique en L, & l'antarctique en M.

KCQ est le plan de l'ecliptique perpendiculaire au plan du colure des solstices AKBQ, ayant le solstice de Cancer en K, & de Capricorne en Q.

DRNXP est le globe terrestre constitué au solstice d'hyuer.

ZRNXP est le mesme globe terrestre constitué au solstice d'esté, eu esgard à l'apparence du Soleil.

NP est l'axe de la terre, parallele à l'axe du monde LM, & perpendiculaire à l'equateur HG, ayant son pole arctique en N, & l'antarctique en P.

SX est le tropique de Cancer, & RT celuy de Capricorne.

EV est le cercle polaire arctique, FY l'antarctique.

EF est le cercle qui termine la partie illuminée de la terre, lequel est tousiours parallele à l'axe de l'ecclíptique AB.

Voyez les definitions & explications des autres termes de la theorie des planetes, qui sont au commencement du second liure de la theorie des planetes, que nous auons mis au 5 tome du Cours Mathematique.

Des mouuemens de la terre.

La terre a trois mouuemens differens, à sçauoir le diurne, l'annuel, & celuy de la precession des equinoxes.

Le mouuement diurne de la terre, est celuy par lequel elle fait sa reuolution f.f.f. à l'entour de son axe NP, (qui demeure tousiours parallele à l'axe du monde LM) retournant au parallelisme du meridien, d'où elle est party au bout de 24 heures, ou peu moins.

Le mouuement annuel de la terre, est celuy par lequel son centre D, fait sa reuolution f.f.f. à l'entour du Soleil C, ou axe du Zodiaque AB, retournant au bout d'vn an au mesme solstice K, d'où elle estoit partie.

Le mouuement de la precession des equinoxes, est celuy par lequel le pole arctique L, fait sa reuolution enuiron en 25816 ans c. f. f. en la circonference du cercle L2, à l'entour du pole arctique A du Zodiaque.

En cette hypothese de la terre mobile les librations du 9 & 10 ciel, de la theorie de la terre immobile, sont attribuées aux librations des deux poles sur lesquels se fait le mouuement iournalier : mais à cause que ces deux mouuemens sont de peu d'effect, & qu'on n'est pas encore bien asseuré de la verité de ces deux mouuemens, nous n'adjousterons rien icy à ce que nous auons dit au 5 tome, page 579.

COROLL. I.

Du mouuement annuel de la terre s'ensuit, que le mouuement iournalier, qui commence le Soleil estant au meridien de quelque ville, finira en vn cercle parallele audit meridien, qui ne sera pas le meridien de la mesme ville, mais sera plus occidental enuiron

'vn degré: Tellement que depuis le midy d'vne ville iusques
u midy suiuant de la mesme ville, la terre aura fait enuiron vn
egré, outre sa reuolution entiere.

COROLL. II.

Du mouuement de la precession des equinoxes s'ensuit, que
année tropique est plus courte que la siderée. Car si quelque
toile fixe se trouue au commencement de l'année au colure des
olstices AKB, à la fin de l'année cette estoile sera à l'orient dudit
olure; & par consequent la terre D arriuera plustost au colure
es solstices qu'au meridien, qui passera à la fin de l'année par la-
ite estoile fixe.

Des mouuemens propres des planetes.

La terre par son mouuement diurne satisfait entierement au
ouuement du premier mobile de la theorie precedente: & par
mouuement que fait son axe NP, pour demeurer tousiours pa-
llele à l'axe du monde LM, (qui est mobile c.s.s., comme nous
enons de dire, à l'entour du pole A) elle satisfait aussi à la pre-
ession des equinoxes, ou mouuement du firmament. Mais par
n mouuement annuel elle ne peut satisfaire au mouuement du
oleil, si on ne donne à son mouuement annuel les mesmes irre-
ularitez, qu'a le mouuement du Soleil en la theorie precedente.
Le mouuement de la Lune à l'entour de la terre, en cette theo-
e, a aussi les mesmes irregularitez, qu'il auoit en la theorie pre-
dente.

Les autres cinq planetes ☿, ♀, ♂, ♃, ♄, ont aussi les mes-
es irregularitez en cette theorie qu'en la precedente, excepté
u'en celle-cy, elles n'ont pas besoin d'epicycles, le mouuement
nnuel de la terre leur causant les mesmes phenomenes, que les
picycles en la theorie precedente. Partant en cette hypothese de
terre mobile, il faudroit repeter les theories precedentes, hors-
is les epicycles des planetes qui tournent à l'entour du Soleil.
lais preferans celles de Kepler, qui est le plus sçauant des astro-
omes modernes, & qui ne se contente pas de toutes sortes d'hy-
othefes qui sauuent les apparences, mais veut qu'elles soient les

plus simples,& conuenables aux raisons physiques, nous diron que les planetes & la terre par leurs mouuemens propres f.f.f. l'entour du Soleil, & la Lune à l'entour de la terre, descriuen d'inegale vitesse des ellipses ou ouales, qui ont le Soleil en l'v de leurs foyers ou poincts bruslans, lequel les emporte par se rayons à l'entour de son centre f.f.f. d'inegale vitesse, selon qu'elle deuiennent plus pres ou loin de luy. Et pour mieux entendre l raison de cette irregularité, nous noterons icy trois choses.

La premiere, qu'en chaque planete il y a deux points oppose diametralement, l'vn desquels par vne vertu aymantine regard tousiours la partie septentrionale ou arctique du monde, & l'autre poinct opposé, la meridionale ou antarctique.

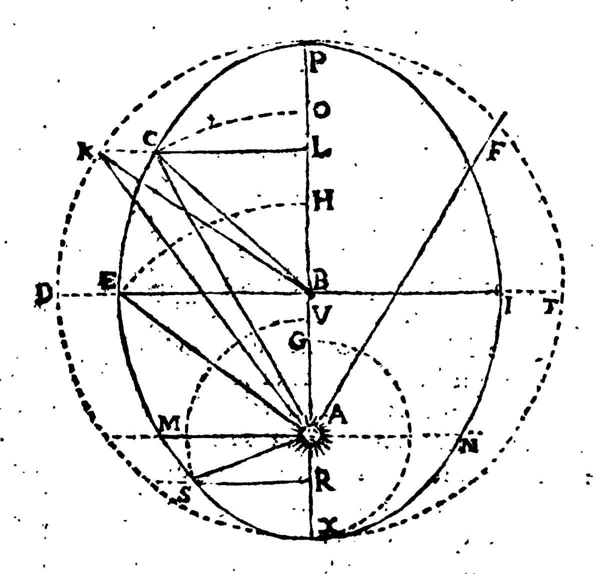
La seconde, que l'vn de ces deux points a plus d'amitié auec le Soleil que son opposé; tellement que le Soleil attire la planete à soy, quand la partie qu'il ayme est deuers luy, ou plus pres que l'autre : & la repousse & esloigne de soy, quand la partie opposée qu'il hait, est plus pres de luy que celle qu'il aime.

La troisiesme, que la ligne droite qui conjoint ces points opposez, en chaque planete n'est iamais parallele à l'axe du Zodiaque.

De la premiere & troisiesme de ces trois notes, s'ensuit qu'enuiron en la moitié du mouuement ou reuolution que chaque planete fait à l'entour du Soleil, l'vn desdits points est plus pres du Soleil, & en l'autre moitié de la reuolution, l'autre poinct opposé en est plus proche du Soleil : Ce qu'estant ainsi s'ensuit de la seconde note, qu'vne planete en faisant l'vne des moitiez de sa reuolution est plus pres du Soleil qu'en faisant l'autre moitié. D'où vient que les lignes que descriuent les planetes par les mouuemens de leurs centres à l'entour du Soleil sont elliptiques, & qu'elles ont des aphelies, causez par les points qui fuyent le Soleil, & des perihelies causez par leurs points opposez, qui sont attirez du Soleil.

En cette figure B P E X I P est l'ellipse que descrit le centre de la planete à l'entour du Soleil, qui est tousiours au poinct bruslant A.

En toutes les planetes, excepté en la Lune, le poinct P plus



esloigné du Soleil, s'appelle aphelie, & son opposé X perihelie. Mais en la Lune qui a la terre en A, au lieu du Soleil, le poinct P s'appelle apogée, & son opposé X le perigée.

Le poinct B est le centre de l'ellipse, & AB l'eccentricité de la planete.

AE ou AI s'appelle la moyenne longitude, à cause qu'en toute ellipse elle est egale au semidiametre XB, ou BP, qui est la moyenne, en proportion arithmetique, entre la moindre distance AX, & la plus grande AP.

La moyenne longitude se prend aussi pour le 90 degré du Zodiaque depuis l'auge f.s.s. ou e.s.s. : & par consequent, elle est en la ligne MAN perpendiculaire à la ligne de l'auge PAX.

Voyez les definitions & explications des autres, au 2 chap. du 2 liure de nostre Theorie des planetes.

Or pour satisfaire aux apparences, & calculer les mouuemens irreguliers que font les planetes en descriuant leurs lignes elliptiques à l'entour du Soleil; Kepler suppose qu'en toutes les pla

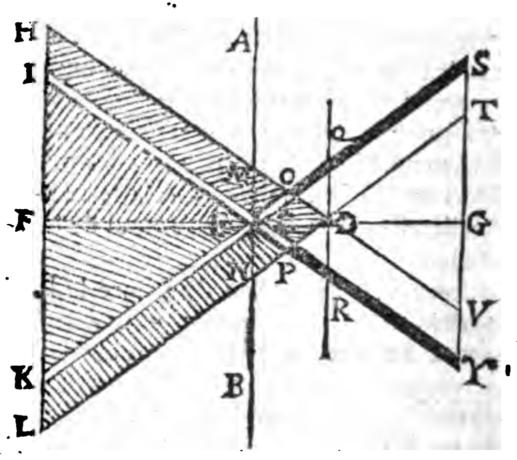
netes, & aussi en la terre, la portion de l'ellipse comprise entre la ligne de l'auge AP, ou autre ligne telle qu'on voudra, & la ligne menée du centre du Soleil A, au centre de la planete, s'augmente regulierement. Par exemple, si la portion de l'ellipse PACP, est egale à la portion CASEC, & qu'vne planete aille f.f.f. de P en C en six mois, par exemple, elle mettra aussi six mois à aller de C en S. D'où s'ensuit, que le mouuement de chaque planete est d'autant plus lent, qu'elle est proche de son aphelie. Car l'angle PAC est la mesure du mouuement qu'elle fait au Zodiaque, durant qu'elle va de P en C; & l'angle CAS de celuy qu'elle fait durant qu'elle va de C en S; mais les superficies PAC, & CAS estans egales, il est manifeste que l'angle CAS est plus grand que l'angle PAC. Ce mouuement dans les tables Rodolphines s'appelle, *motus medius ab æquinoctio*, qui est à dire, moyen mouuement depuis l'equinoxe, à cause que ce mouuement dans les tables prend son commencement de l'equinoxe du Printemps, qui est, au mouuement du Soleil, le poinct que nous auons appellé en la sphere, le commencement d'Aries du 10 & 11 sphere, sur lequel se fais le balancement du 10 ciel: & le moyen mouuement de chacune des autres planetes commence au poinct de leur eccentrique, (ou plan elliptique continué iusques au premier mobile) qui correspond audit poinct de l'equinoxe, c'est à dire, qui est esloigné de son prochain nœud, autant que ledit poinct de l'equinoxe.

Outre ce mouuement, chaque planete a le mouuement de son auge & de son nœud, qui ne different point des mouuemens que nous leur auons attribué en la theorie de la terre immobile, encore qu'en icelle elles se meuuent à l'entour de la terre, & icy à l'entour du Soleil.

En suite de cecy, voyez le 7 chap. du 2 liure de la Theorie du 9 tome, qui contient les raisons que nous auons donné pour sauuer les apparences en l'hypothese de la terre mobile: & aussi ce que nous auons respondu aux obiections qu'on fait ordinairement contre l'hypothese de la terre mobile.

A la fin du premier phenomene, c'est vn erreur d'impression d'auoir mis de l'Occident à l'Orient, au lieu de l'Orient à l'Occident.

Nous noterons aussi pour l'intelligence de la consequence qui est à la fin du 4 phenomene, qu'il y a tousiours enuiron six mois du leuer cosmique des estoiles fixes, en quelque latitude qu'elles soient, iusques à leur leuer acronyque; & aussi du coucher cosmique, iusques à leur coucher acronyque. Mais des estoiles qui se leuent le mesme iour cosmiquement, le coucher acronyque, de celles qui ont latitude meridionale, arriue d'autant plus tard, qu'elles ont moins de latitude, & le coucher heliaque precede tousiours le coucher acronyque: l'acronyque, la mediation du ciel; & la mediation du ciel, le leuer cosmique; & le leuer cosmique, le leuer heliaque. Et au contraire, le coucher acronyque arriue d'autant plustost que la latitude septentrionale de l'estoile est petite: en laquelle latitude, si elle est si grande que le coucher heliaque n'aye aucune durée; le leuer cosmique precedera le leuer heliaque; le leuer heliaque, la mediation du ciel; la mediation du ciel, le coucher heliaque; le coucher heliaque, le coucher acronyque; & par ainsi, le coucher heliaque precede tousiours le coucher acronyque; & le leuer cosmique, le leuer heliaque; le tout comme on peut voir en la figure suiuante.



HOV est la ligne du coucher heliaque.
IPY est la ligne du coucher acronyque.

FEG est la ligne de la mediation du ciel.

KOS est la ligne du leuer cosmique.

LPT est la ligne du leuer heliaque.

AEB est l'ecliptique f.f.f., à sçauoir A vers l'Occident, B vers l'Orient, HFL vers Midy, SGY vers Septentrion.

Le triangle noircy HDL represente l'hemisphere, qui contient les estoiles qui demeurent quelque temps couchées heliaquement.

Or à cause que la lumiere s'approche & se retire des estoiles fixes, selon le mouuement du Soleil, il faut supposer que chaque estoile aille de la ligne HD à la ligne LD parallelement à l'ecliptique AB, & d'vn mouuement egal à celuy du Soleil, & aussi de la ligne ES à la ligne EY.

Ce qu'estant ainsi, il sera manifeste que les estoiles demeurent d'autant moins couchées heliaquement, qu'elles sont pres du pole esleué, qui est vers G. Il appert aussi que l'estoile septentrionale C, qui est plus meridionale que D, le Soleil estant en O, se leue cosmiquement, & se couche heliaquement le mesme iour.

L'estoile D se leue premierement cosmiquement, le Soleil estant en Q; puis le mesme iour se leue & couche heliaquement, & apres se couche acronyquement, suiuant l'ordre Q, D, R.

L'estoile G, plus septentrionale que D, se leue premierement cosmiquemẽt, puis heliaquement, apres se couche heliaquement, & en fin acronyquement, suiuant l'ordre S, T, V, Y. Et des estoiles septentrionales il n'y a que celles qui sont depuis F iusques à D, qui demeurent quelque temps cachées dans les rayons du Soleil à nous qui sommes en l'hemisphere septentrional.

PROBLEME.

Estant donnée l'eccentricité d'vne planete, descrire l'ellipse qu'elle descrit par son mouuement propre.

Au cercle BPDXT de la page 140, soit donnée l'eccentricité AB, pour auoir le moindre semidiametre BE, on descrira du centre A, & interualle BP, l'arc HE, qui couppera BD, perpẽdiculaire à XP en E; puis il sera aisé de paracheuer l'ellipse requise PEXIP.

Voyez au 3 liure de la Theorie du 5 tome, les methodes que nous auons données pour trouuer les eccentricitez, les lieux des apogées, les proportions des mouuemens, & grandeurs des epicycles & de leurs deferens.

Calculer les mouuemens des planetes en longitude par le moyen des tables astronomiques.

Pour faire ce calcul, il n'est pas besoin de considerer si les tables dont on se veut seruir, sont construites pour l'hypothese de la terre mobile ou immobile; mais il suffit de sçauoir:

1. En quels cercles se font leurs mouuemens.
2. De quels poincts ils prennent leurs commencemens.
3. Les quantitez des ans, mois, & iours.
4. De quel moment ils prennent leurs commencemens.

Par exemple, on dira, pour ce qui est des tables Rodolphines:

1. Que les mouuemens propres des planetes se font en leurs deferens: (excepté la Lune, dont le mouuement qu'elle fait en son deferent, se trouue dans les tables reduit en l'ecliptique;) à sçauoir celuy du Soleil en l'ecliptique; celuy de Saturne en son deferent, lequel en l'hypothese de la terre immobile, est le deferent de son epicycle; & que les mouuemens de tous les auges & des nœuds se font en l'ecliptique, commençant au poinct de l'equinoxe.

2. Qu'vn chacun des mouuemens propres prend son commencement au poinct de son deferent, esloigné de son prochain nœud autant que le poinct de l'equinoxe du Printemps.

3. Que les ans sont Iulians, à sçauoir communs & bissextils: & les iours egaux, & non vsuels & inegaux.

4. Que les années commencent au midy du premier iour de Ianuier; qu'en l'année bissextile, on commence à conter vn iour dauantage apres la fin de Fevrier. Et que les epoches des ans *ante Christum*, prennent leurs commencemens de la fin des centaines vers les commencemens, qui est au temps aduenir: & des ans *post Christum*, en suite des fins des centaines. Tellement que la fin du premier iour de la centiesme année, des ans *ante Christum*, precede

l'epoche

epoche des ans de I. Christ de 100 ans moins vn iour: & l
n du premier iour de la centiesme année des ans *post Christum*
st precedé par l'epoche des ans de I. Christ, de 99 ans & d'v
our.

Nous noterons icy, que les tables du supplement des Rich
iennes du sieur Duret commencent l'année au midy de Decem
re de l'année precedente, aux ans qui suiuent 1500: mais en 150
& aux ans qui la precedent, l'année commence au midy de Ian
uier, comme aux tables Rodolphines de Kepler.

Ces choses premises, nous repeterons icy les deux premier
exemples du calcul du Soleil & de la Lune, que nous auons fai
à la fin de la Theorie du 5 tome: Dont le premier propose à trou
uer le vray lieu du Soleil, pour l'heure de midy du 28 de May d
l'année 585 deuant l'epoche de nostre Seigneur; & se fait l'opé
ration comme s'ensuit.

1. Soustrayez 585 de l'epoche antecedent, qui est 600, & restera
15 ans.

2. Ostez 1 de 585, & restera 584.

3. Diuisez 584 par 4, & ne restera rien. D'où s'ensuit par la re
gle donnée en la page 457 du 5 tome, que l'année proposée es
bissextile.

	longitud. ☀	longitud. apog.
epoch. 600 an.	2|2. 9 s. 4 deg. 17′. 54″.	28 deg. 4′. 28″. ♉
15 an.	2|2. 11 s. 29 deg. 22′. 27″.	0. 15. 25″
Auril	2|2. 3 s. 28 deg. 16′. 39″.	0. 0. 20″
bissext. 28 iour	2|2. 9 s. 27 deg. 35′. 53″.	0. 0. 0
la somme est	1 s. 29 deg. 32′. 53″.	28 20′. 13″. ♉
		ou 1 s. 28 deg. 20′. 13″.

4. Soustrayez 1 s. 28 deg. 20′, 13″, qui est la longitude l'auge d
1 s. 29 deg. 32′, 53″, qui est la longitude du Soleil, est rester 1 deg. 12′
40″, pour la moyenne anomalie du Soleil.

5. Cherchez l'anomalie 1 deg. 12′, 40″, en la table des equa
tions, & vous trouuerez en la page 667, 2′, 9″ d'equation pour l
nombre plus approchant, qui se trouue estre 1 deg. 1′, 5″.

6. A cause que l'anomalie 1 deg. 12′, 40″, est moindre que 18

egrez, soustrayez l'equation trouuée 2', 9", de 1 s. 29 deg. 32', 53", ui est la moyenne longitude trouuée du Soleil, & restera 1 s. 29 eg. 30', 44", pour la vraye longitude du Soleil; & par conse-uent le Soleil est au 29 deg. 44' du Taureau à midy du iour pro-osé de Rome, pour qui les tables sont construites.

Si la moyenne anomalie eust excedé 180 degrez, au lieu de l'ad-ition que nous auons fait en cet exemple, il eust fallu faire la oustraction.

Ce procedé, distingué en six articles, est general pour toutes es planetes, & n'y a rien à adjouster sinon la reduction à l'eccli-tique, en suite du 4 article, aux cinq planetes ♄, ♃, ♂, ♀, ☿, ui font leurs mouuemens en leurs deferents: laquelle reduction st de peu d'effect, & se peut tousiours negliger, sinon en Mars & 'enus, quand elles sont vers l'opposition du Soleil, & se trouue augmentation ou diminution qu'apporte la reduction és tables es latitudes des planetes.

Que si la Lune est en conjonction ou opposition auec le Soleil, on calcul estant fait comme nous venons de faire celuy du Soleil, onnera sa vraye longitude: mais si elle n'est en conionction ou pposition auec le Soleil, il faudra augmenter ou diminuer son iouuement qu'on aura trouué, de la quantité de l'equation qui : trouuera en la table intitulée, *æquatio luminis*.

Aux autres cinq planetes, la longitude qu'on trouuera, operant omme au Soleil, il la faut tousiours augmenter ou diminuer de quantité de sa prostapherese, que donne l'epicycle en l'hypo-iese de la terre immobile, & en Copernic de la quantité de la rostapherese ou parallaxe de l'orbe annuel.

EXEMPL. II.

Trouuer le vray lieu de la Lune pour le temps proposé en l'e-emple precedent.

	longitud. ☽	longitud. apog.	long. ☊ c. s. s.
00 an.	2|2 2 s. 28 deg. 18', 4",	11 s. 16 deg. 28', 50",	0 s. 6 deg. 5', 9",
15 an.	2|2 6 s. 0. 17', 23",	8 s. 10 deg. 18', 8",	9 s. 20 deg. 5. 17".
uril	2|2 4 s. 21 deg. 10', 2",	0 s. 13 deg. 22', 9",	0 s. 6 deg. 21. 16,
3 iours	2|2 0 s 8 deg. 56', 21",	0 s. 3 deg. 7', 10",	0 s. 1 deg. 28. 58".
somme est	1 s. 28 deg. 41' 50"	8 s. 13 deg. 16'. 17"	10 s. 4 deg. 0', 40"

Soustrayez 8 s. 13 deg. 16′, 17″, qui est la longitude l'auge de 1 s. 28 deg. 41′, 50″, qui est la longitude de la Lune, en adioustant 12 signes à celuy de qui il faut soustraire, à cause que la soustraction ne se peut faire autrement, & restera 5 s. 15 deg. 25′, 33″, lesquels estans reduits en degrez, font 165 deg. 25′, 33″, pour la moyenne anomalie de la Lune, qu'il faut chercher en la table des equations, qui est en la page 672, & on trouuera vis à vis du nombre plus prochain, qui est 165 degrez 38′, 49″, pour equation 1 deg. 18′, 28″, laquelle equation, à cause que l'anomalie est plus petite que 180 degrez, on soustraira de la moyenne longitude trouuée, qui est 1 s. 28 deg. 41′, 50″, & restera 1 s. 27 deg. 23′, 22″, pour la vraye longitude de la Lune, à cause qu'elle est en conionction auec le Soleil; & par ainsi la Lune sera au 27 degré 23′, 22″, du Taureau, à midy de Rome du 28 de May de l'année 585 deuant l'epoche I.C.

Ayant ainsi trouué la longitude de la Lune, pour auoir sa latitude, il faut considerer, si le mouuement de la teste du dragon dans la table est s.s.s. ou c.s.s.; car s'il est s.s.s., comme dans les tables Rodolphines, pour auoir l'argument de la latitude, qui est la distance de la teste du dragon iusques à la Lune s.s.s. il eust fallu soustraire le mouuement de la ☊, à sçauoir en cet exemple, 9 s. 27 deg. 55′, 31″, du mouuement de la ☊ correspondant à l'epoche de 600 ans, qui est 6 deg. 5′, 9″: mais parce qu'en nos tables nous auons mis le mouuement de la teste du dragon c.s.s., à cause qu'elle va ainsi, pour auoir l'argument de la latitude, on fera premierement l'addition comme nous auons fait, puis on soustraira de 12 s. les 10 s. 4 deg. 0′, 40″, que nous auons trouué pour le mouuement de la teste, & restera 1 s. 25 deg. 59′, 20″, pour la longitude de la ☊, laquelle longitude de la teste du dragon estant soustraite de la longitude de la Lune, qui est de 1 s. 27 deg. 23′, 22″, restera 1 deg. 24′, 6″, pour l'argument de la latitude de la Lune, lequel en la table de latitude, qui est en la page 673, donne enuiron 7′, 20″, pour la latitude septentrionale de la Lune.

Maintenant pour sçauoir si en cette conionction du Soleil & de la Lune il y a eu ecclipse ou non, & à quelle heure, de la plus grande longitude trouuée on ostera la moindre, comme en cet exemple, de celle du Soleil, qui est 1 s. 29. deg 30′, 44″, celle de la

une, qui est de 1 f. 27 deg. 23',22", & restera 2 deg.7',22", pour la
stance de la Lune iusques au Soleil f f.f.: puis pour sçauoir en
mbien de temps la Lune attrapera le Soleil, on dira,
Si la Lune à s'approcher du Soleil de 12 deg. 11', met 24 heures,
mbien de temps donneront 2 deg. 7', 22", & on trouuera enuiron 4 heures, & par consequent la vraye conionction du Soleil, de la Lune, se fera à 4 heures d'apres midy de Rome.
Pour sçauoir à l'heure de la conionction, combien la Lune sera
loignée de la ☊, on dira,
Si en 24 heures la Lune s'esloigne f.f.f. de la ☊ de son dragon 13 deg. 14', combien en 4 heures, & on trouuera enuiron de 2 g. 4', qu'il faut adiouster auec l'argument de latitude 11 deg. ., 6", & la somme sera 3 deg. 28', 6", pour la distance de la ☊ sques à la Lune, à l'heure de la conionction, & parce que cette stance est beaucoup plus petite que les termes des ecclipses du leil, il y a eu ecclipse du Soleil.
Les termes ou distances de la teste ou queuë du dragon iusques x luminaires, afin qu'il y ait ecclipse de Lune ou de Soleil, selon s tables Rodolphines sont les suiuantes.

Eclipses.	*De Lune.*		*De Soleil.*	
	☽ *in apog.*	*in perig.*	☽ *in apog.*	*in perig.*
✱ *in apogée*	10 deg. 46'.	12 deg 0'.	15 deg. 58'.	17 deg. 12'.
✱ *in perigée*	10 deg 40'.	11 deg. 54'.	16 deg. 4'.	17 deg. 19'.

Nous auons dit en la page 80 de nostre sphere, que le lieu du leil au Zodiaque se trouue à peu pres en prenant vn degré pour aque iour, qu'il y aura depuis le 22. du mois iusques au iour oposé suiuant la suite des mois: & celuy de la Lune en prenant degrez pour chaque iour, qu'il y aura depuis la conionction ou ouuelle Lune precedente iusques au iour proposé: & nous ions aussi mis vne table en la page 105 du mesme liure pour ouuer le lieu du Soleil plus precisément. Maintenant pour ouuer au Zodiaque à peu pres les lieux des autres cinq planetes ns tables, nous pourrions enseigner icy, en combien de temps

elles retournent en conjonction auec le Soleil : & combien chacune des trois planetes superieures fait de mouuement au Zodiaque, estant orientale, & allant de sa conjonction auec le Soleil, à l'aspect sextile ; du sextile, au quadrat ; du quadrat au trine ; & du trine, à l'opposition. Puis estant occidentale, combien elle met aussi allant de l'opposition à l'aspect trine ; du trine, au quadrat ; du quadrat, au sextile ; & du sextile, à la conjonction. On pourroit aussi donner des regles pour trouuer les lieux que les deux planetes inferieures Venus & Mercure occupent au Zodiaque, ayant remarqué, que Mercure demeure orientale enuiron 57 iours & demy, & enuiron autant occidentale : & durant 28 iours, qui est la moitié de ce temps, il s'esloigne du Soleil au plus de 29 degrez, & au moins enuiron 21 degrez. Que Venus est orientale enuiron 9 mois & 22 iours, & presque autant occidentale : & qu'en la moitié de ce temps, qui est 4 mois & 26 iours, elle s'esloigne du Soleil enuiron 46 degrez. Mais à cause que la cognoissance des lieux qu'occupent à peu pres ces cinq planetes au Zodiaque n'est d'aucun vsage, sinon pour les cognoistre & discerner des estoiles fixes, nous auons construict la table suiuante, laquelle à l'ouuerture du liure donnera à peu pres le lieu qu'vne chacune de ces cinq planetes occupe au Zodiaque : elle commence en l'an 1642, & finit en l'an 1654, de mesme que les ephemerides d'Origan, desquelles ie me suis seruy pour la faire.

	Occi. ♄	*Ori.*	*Occi.* ♃	*Ori.*
1642	11. nou. 18 ♓	14. mai. 23. ♓	31. oct. 8. ♓	2. mai. 11. ♓
	10. dec. 19. ♓	16. jun. 25. ♓	1. dec. 9. ♓	7. jun. 16. ♓
		16. jul. 25. ♓		10. jul. 18. ♓
1643	11. jan. 20. ♓	27. mai. 15. ♈	4. jan. 14. ♓	9. jun. 18. ♈
	24. nou. 1. ♈	30. jun. 8. ♈	7. dec. 14. ♈	16. jul. 23. ♈
	23. dec. 1. ♈	31. jul. 8. ♈		17. aug. 24. ♈
1644	24. jan. 3. ♈	9. jun. 19. ♈	7. jan. 16. ♈	17. jul. 24. ♉
	6. dec. 14. ♈	13. jul. 21. ♈	10. feb. 20. ♈	22. aug. 29. ♉
		13. aug. 12. ♈		23. sept. 30. ♉

	♄ Occi.	♄ Ori.	♃ Occi.	♃ Ori.
645	4. jan. 14. ♈	24. jun. 2. ♉	11. jan. 21. ♉	22. aug 29 ♊
	5. feb. 16. ♈	17. jul. 4. ♉	10. feb. 22. ♉	27. ſept. 4. ♋
	19. ſept. 27. ♈	27. aug. 4. ♉	17. mar. 16. ♉	28. oct. 5. ♋
646	18. jan. 28. ♈	8. jul. 16. ♉	14. feb 25. ♊	26. ſept. 3. ♌
	18. feb. 29. ♈	11. aug. 18. ♉	17 mar. 26. ♊	30. oct. 7. ♌
		11. ſept. 18. ♉	20. apr. 30. ♊	30 nou 8. ♌
647	2. jan. 9. ♉	23. jul. 30. ♉	19. mar. 28 ♋	28. oct. 4. ♍
	31. jan. 11. ♉	25. aug. 2. ♊	20. apr. 29 ♋	30. nou. 8. ♍
	4. mar. 13. ♉	25. ſept. 2. ♊	26. mai. 3. ♌	31. dec. 9 ♍
648	16. jan. 25. ♉	6. aug. 14. ♊	19. apr. 29. ♌	
	14. feb. 25. ♉	8. ſept. 16 ♊	21. mai 30. ♌	26. nou. 4. ♎
	17. mar. 27. ♉	9. oct. 16. ♊	26. jun. 4. ♍	29. dec. 8. ♎
649	29. jan. 9. ♊	21. aug. 28. ♊	20. mai. 7. ♍	30. jan. 6. ♎
	26. feb. 9. ♊	23. ſept. 11. ♋	21. jun. 30. ♍	
	1. apr. 11. ♊	23. oct. 30. ♊	27. jul. 4. ♎	26. dec. 4. ♎
650	12. feb. 23. ♊	5. ſept. 12. ♋	21. jun 30 ♎	28. jan. 8. ♏
	14. mar. 23. ♊	8. oct. 14. ♋	23. jul. 1. ♏	28. feb. 9. ♏
	15. apr. 25. ♊	7. nou. 15. ♋	28. aug. 5. ♎	
651	26. feb. 7. ♋	19. ſept. 27. ♋	23 jul. 1. ♐	25. jan. 5. ♐
	29. mar. 8. ♋	22. oct. 29. ♋	25. aug. 2. ♐	31. mar. 10. ♐
	30. apr. 10. ♋	21. nou. 29. ♋	29 ſept. 6. ♐	27. ſept. 6. ♐
652	12. mar. 22. ♋	3. oct. 11. ♌	26. aug. 3. ♑	31. mar. 11. ♑
	11. apr. 22. ♋	3. nou. 13. ♌	27. ſept. 4. ♑	3. mai. 12. ♑
	14. mai. 24. ♋	4. dec. 13 ♌	1. nou. 9. ♑	
653	26. mar. 6. ♌	18. oct. 24. ♌	30. ſept. 7. ♒	31. mar. 10. ♒
	26. apr. 5. ♌	18 nou. 26. ♌	29. oct. 8. ♒	6. mai. 15. ♒
	29. mai. 8. ♌	18. dec. 27. ♌	5. dec. 13. ♒	7. jun. 17. ♒
654	9. apr. 20. ♌	31. oct. 8. ♍	5. nou. 13. ♓	7. mai. 16. ♒
	10 mai. 20. ♌	2. dec. 19. ♍	6. dec. 14. ♓	12. jun. 21. ♒
	13. jun. 22. ♌			15. jul. 23. ♓

	♂ Occi.	♂ Ori.	♀ Occi.	♀ Ori.
1642		11. mar. 20. ♑	13. jul. 9. ♌	1. jan. 11. ♐
		4. jul 11. ♈	25. sept. 9. ♏	18. feb. 11. ♒
	27. dec. 5. ♉	5. sept. 12. ♉	8. dec. 3. ♒	
1643	14. feb. 25. ♉			30 apr. 24 ♓
	23. apr. 2. ♋			12. jul. 14. ♊
				25. sept. 14. ♍
1644		1. jun. 11. ♈	12 feb. 10. ♓	30. nou. 22. ♎
		9. sept. 17. ♊	25 apr. 9. ♊	
		28. dec. 4. ♋	8. jul. 30. ♌	
1645	8. feb. 20. ♊		25. sept. 22. ♎	12. feb. 17. ♑
	24 mar. 4. ♋		8. dec. 24. ♑	25. apr. 15. ♈
	29. mai. 8. ♌			
1646		10. aug. 17. ♊	20. feb. 18. ♈	30. apr. 10. ♉
		23 oct. 30. ♋		12. jul. 3. ♊
		6. dec. 14. ♌		8. dec. 30. ♏
1647	17. mar. 16. ♋		28. apr. 25. ♉	
	28. apr. 8. ♌		10. jul. 22. ♌	
	5. jul. 13. ♍		22. sept. 15. ♏	
1648				16. feb. 12. ♑
		24. sept. 30. ♌		25. apr. 28. ♓
		27. nou. 5. ♍	1. dec. 19. ♐	10. jul. 30. ♊
1649	19. apr. 29. ♌	7. jan. 17. ♍	12. feb 30. ♓	20. oct. 14. ♏
	3. jun. 12. ♍		25. apr. 20. ♊	31. dec. 10. ♐
	17. aug. 24. ♎			
1650			8. aug. 11. ♍	12. mar. 9. ♓
		29. oct. 6. ♍	24. oct. 3 ♍	
		28. dec. 7. ♎		
1651	26. mai. 4. ♎	10. feb. 21. ♎	6. jan. 28. ♒	20. mar. 23. ♒
	14 jul. 22. ♎			1. jun. 27. ♈
	11. oct. 18. ♐	30. nou. 8. ♎		12. aug. 21. ♋

	Occi. ♂	Ori.	Occi. ♀	Ori.
652.			12. feb. 11. ♓ 25. apr. 8. ♊ 8. jul. 1. ♍	28.nou.20. ♎
1653	11. jul. 19. ♏ 8. sept. 16. ♐ 20.dec. 29. ♒	30. jan. 11. ♏ 20.mar.30 ♏	20.sept.17. ♎ 1. dec. 16. ♑	12. feb. 17. ♑ 25. apr. 15. ♈
654			12. feb. 10. ♈	8. jul. 2. ♋ 20.sept.22. ♌ 1. dec. 21. ♏

	Occi. ☿	Ori.
1642	18. mar. 12. ♈ 11. jul. 9. ♌ 5. nou. 1. ♐	22. jun. 8. ♑ 14. mai. 28. ♈ 8. sept. 27. ♌
1643	29. feb. 20. ♓ 26. jun. 25. ♋ 20. oct. 16. ♏	1. jan. 18. ♐ 1. mai. 5. ♈ 23. aug. 11. ♌
1644	25. feb. 25. ♓ 17. jun. 20. ♋ 2. oct. 1. ♏	20. apr. 8. ♈ 1. aug. 11. ♋ 1. dec. 21. ♏
1645	1. feb. 1. ♓ 22. mai. 19. ♊ 17. sept. 18. ♋	26. mar. 8. ♓ 18. jun. 5. ♋ 14. nou. 5. ♏
1646	20. jan. 18. ♒ 12. mai. 12. ♊ 6. sept. 10. ♎	16. mar. 1. ♓ 9. jul. 30. ♊ 3. nou. 26. ♎
1647	1. jan. 29. ♑ 22. apr. 22 ♉ 5. aug. 1. ♍	27. feb. 15. ♒ 20. jun. 8. ♊ 1. oct. 11. ♍

	Occi. ☿	*Ori.*
1648	1. jan. 17. ♑	11. feb. 1. ♒
	10. apr. 10. ♉	5. jun. 26. ♉
	2. aug. 7. ♍	1. oct. 26. ♍
1649	20. mar. 18. ♈	1. jan. 22. ♐
	26. aug. 15. ♌	4. mai. 18. ♈
	31. oct. 28. ♏	1. sept. 20. ♌
1650	24. feb. 21. ♓	1. jan. 20. ♐
	17. jun. 15. ♋	20. apr. 3. ♈
	10. oct. 6. ♏	12. aug. 1. ♌
1651	10. feb. 8. ♓	6. apr. 19. ♓
	2. jun. 1. ♋	1. aug. 19. ♋
	29. sept. 30. ♎	25. nou. 15. ♏
1652	20. jan. 15. ♒	16. mar. 28. ♒
	12. mai. 8. ♊	18. jul. 27. ♊
	7. sept. 8. ♍	6. nou. 28. ♎
1653	12. jan. 10. ♒	5. mar. 19 ♒
	10. mai. 10. ♉	1. jul. 20. ♊
	1. sept. 6. ♎	16. oct. 6. ♎
1654	20. apr. 20. ♉	10. feb. 25. ♑
	15. aug. 20. ♍	18. jun. 10. ♊
	4. dec. 1. ♑	12. oct. 6. ♎

Vsage de la Table.

Par le moyen de cette table, on trouuera que Iupiter, par exem-le en l'an 1645, depuis le 11 de Ianuier iusques au 17 de Mars, a etrogradé depuis le 21 du Taureau iusques au 16 du mesme Tau-eau, durant lequel temps il a tousiours esté occidental, c'est à di-e, qu'il s'est couché de nuict sous l'horizon, à sçauoir en Ianuier ers la fin de la nuict, & en Mars vers le commencement.

Et qu'il a commencé estre oriental entre le 17 de Mars & le 22 Aoust, durant lequel temps il a fait au Zodiaque enuiron 43 de-

grez, qui sont depuis le 16 du Taureau iusques au 29 du Gemeau: & parceque depuis Mars iusques à Aoust il y a plus de trois mois, il a esté durant ce temps en conjonction ou opposition auec le Soleil (car en tous les interualles immediats de cette table, qui excedent trois mois) il y a tousjours conjonction ou opposition du Soleil auec Iupiter & Saturne, & non aux autres interualles qui sont plus petits que trois mois) & parce que les trois planetes superieures estans opposées au Soleil, sont retrogrades, & que Iupiter durant cet interualle a fait 43 degrez c.f.f., il est manifeste qu'il a esté en conjonction auec le Soleil, & non en opposition où il se meut c.f.f., & qu'il n'a pas guere paru durant ce temps là. Il appert aussi en la table, que depuis le 22 d'Aoust iusques au 18 d'Octobre Iupiter a esté orientale, c'est à dire, qu'il se leue de nuict sur l'horizon, & qu'il a fait durant ce temps au Zodiaque, enuiron 6 degrez f.f.f., qui sont depuis le 29 de Gemini au 5 de Cancer. Et parceque depuis le 28 d'Octobre iusques au 14 Feurier suiuant, il y a plus de trois mois, durant lesquels Iupiter a fait 10 degrez c.f.f. qui sont depuis le 5 de Cancer iusques au 25 des Gemeaux, il est manifeste, qu'il a esté en l'opposition du Soleil durant ce temps là.

Par la mesme methode on trouuera les lieux des autres planetes precisément pour les temps qui sont marquez dans la table, & à peu pres du juste pour les autres temps.

Il est bon aussi de sçauoir, que pour les trois planetes superieures, i'ay mis dans la table les lieux qu'elles occupent au Zodiaque lors qu'elles sont en aspect sextile, quadrat ou trine du Soleil: Et qu'ayans commencé à estre orientales, le premier aspect qui leur arriue est le sextil; le second, le quadrat; & le troisiesme, le trine: & au contraire, lors qu'elles commencent à estre occidentales, le premier aspect est le trine; le second, le quadrat; & le troisiesme, le sextile.

Pour les deux planetes inferieures Venus & Mercure, qui ne font point aucun aspect auec le Soleil, i'ay mis dans la table les lieux qu'elles occupent au Zodiaque lors qu'elles sont approchantes de leurs plus grandes distances du Soleil vers l'Orient ou l'Occident; à sçauoir vers l'Orient lors qu'elles sont occiden-

les, & vers l'Occident, quand au contraire elles sont orienta
La table suiuante pourra seruir pour sçauoir à quelle heur
Soleil se leue & couche tous les iours de l'année : ce qui sera v
pour corriger les erreurs des monstres le matin ou le soir.

Mois du Printemps, & de l'Esté.

Latit.		35	36	37	38	39	40	41	42	43	44		
D	M	H. M	H. M	H. M.	H M.	H. M.	H. M	H. M	H M.	H. M	H. M	M	D.
21	Martius	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	September	24
24		6 3	6 3	6 4	6 4	6 4	6 4	6 4	6 4	6 4	6 5		21
27		6 6	6 7	6 7	6 8	6 8	6 8	6 8	6 9	6 9	6 9		18
30		6 9	6 10	6 11	6 11	6 12	6 12	6 12	6 13	6 13	6 14		15
2	Aprilis	6 13	6 14	6 14	6 15	6 15	6 16	6 17	6 17	6 18	6 18		11
5		6 16	6 17	6 18	6 19	6 19	6 20	6 21	6 21	6 22	6 23		8
9		6 19	6 21	6 22	6 22	6 23	6 24	6 25	6 26	6 27	6 27		5
12		6 22	6 24	6 25	6 26	6 27	6 28	6 29	6 30	6 31	6 32		2
15		6 26	6 27	6 28	6 30	6 31	6 32	6 33	6 34	6 35	6 36	Augustus	30
18		6 29	6 31	6 32	6 33	6 34	6 36	6 37	6 38	6 40	6 41		27
21		6 32	6 34	6 35	6 37	6 38	6 39	6 41	6 42	6 44	6 45		24
24		6 35	6 37	6 39	6 40	6 41	6 43	6 45	6 46	6 48	6 50		21
27		6 39	6 40	6 42	6 43	6 45	6 47	6 48	6 50	6 52	6 54		18
30		6 42	6 43	6 45	6 47	6 48	6 51	6 52	6 54	6 56	6 58		15
3	Maius	6 45	6 46	6 48	6 50	6 52	6 54	6 56	6 58	7 0	7 2		11
6		6 48	6 49	6 51	6 53	6 55	6 58	6 59	7 1	7 4	7 6		8
9		6 50	6 52	6 54	6 56	6 58	7 0	7 3	7 5	7 7	7 10		5
12		6 53	6 55	6 57	6 59	7 1	7 3	7 6	7 8	7 11	7 13		2
15		6 56	6 57	7 0	7 1	7 4	7 6	7 9	7 11	7 14	7 17	Iulius	30
18		6 58	7 0	7 2	7 4	7 7	7 9	7 12	7 15	7 17	7 20		27
21		7 0	7 2	7 4	7 7	7 9	7 12	7 15	7 17	7 20	7 23		24
24		7 2	7 4	7 7	7 9	7 12	7 14	7 17	7 20	7 23	7 26		20
28		7 4	7 6	7 9	7 11	7 14	7 17	7 19	7 23	7 26	7 29		17
31		7 6	7 8	7 10	7 13	7 16	7 19	7 22	7 25	7 28	7 31		14
3	Iunius	7 7	7 9	7 12	7 15	7 17	7 20	7 23	7 27	7 30	7 33	Iunius	11
6		7 8	7 11	7 13	7 16	7 19	7 22	7 25	7 28	7 32	7 35		8
9		7 9	7 12	7 14	7 17	7 20	7 24	7 26	7 30	7 33	7 37		5
12		7 10	7 13	7 15	7 18	7 21	7 25	7 27	7 31	7 34	7 38		2
16		7 10	7 13	7 16	7 19	7 22	7 25	7 28	7 32	7 35	7 39		28
19		7 11	7 14	7 16	7 19	7 22	7 26	7 29	7 32	7 35	7 39		25
22		7 11	7 15	7 17	7 19	7 22	7 26	7 30	7 32	7 36	7 39		22

Latit.		45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55		
D.	M.	H. M.	H. M	H. M.	H M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H M	H. M.	H. M.	M.	D.
21	Martius	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0		24
24		6 5	6 5	6 5	6 5	6 6	6 9	6 6	6 6	6 6	6 6	6 7		21
27		6 10	6 10	6 10	6 11	6 11	6 13	6 12	6 12	6 13	6 13	6 14	September	18
30		6 14	6 15	6 15	6 16	6 16	6 17	6 18	6 18	6 19	6 20	6 20		15
2		6 19	6 20	6 20	6 21	6 22	6 23	6 24	6 24	6 25	6 26	6 27		11
5	Aprilis	6 24	6 25	6 26	6 26	6 27	6 28	6 31	6 31	6 32	6 33	6 34		8
9		6 29	6 30	6 31	6 32	6 33	6 34	6 35	6 37	6 38	6 39	6 41		5
12		6 33	6 34	6 36	6 37	6 38	6 40	6 41	6 43	6 44	6 46	6 48		2
15		6 38	6 39	6 41	6 42	6 44	6 45	6 47	6 49	6 50	6 52	6 54		30
18		6 43	6 44	6 46	6 47	6 49	6 51	6 53	6 55	6 57	6 59	7 1		27
21		6 47	6 49	6 50	6 52	6 54	6 56	6 58	7 0	7 3	7 5	7 8		24
24		6 51	6 53	6 55	6 57	6 58	7 1	7 4	7 6	7 9	7 11	7 14	Augustus	21
27		6 56	6 57	7 0	7 2	7 4	7 7	7 9	7 12	7 15	7 17	7 21		18
30		7 0	7 2	7 5	7 7	7 9	7 12	7 15	7 17	7 20	7 24	7 27		15
3	Maius	7 4	7 7	7 9	7 12	7 15	7 17	7 20	7 23	7 26	7 30	7 33		11
6		7 7	7 11	7 13	7 17	7 19	7 22	7 25	7 28	7 32	7 35	7 39		8
9		7 11	7 15	7 18	7 21	7 24	7 27	7 30	7 34	7 37	7 41	7 45		5
12		7 14	7 19	7 22	7 25	7 28	7 31	7 35	7 39	7 42	7 47	7 51		2
15		7 17	7 23	7 26	7 29	7 32	7 36	7 39	7 41	7 48	7 52	7 56		30
18		7 20	7 26	7 29	7 33	7 36	7 40	7 44	7 48	7 52	7 57	8 2		27
21		7 23	7 30	7 33	7 36	7 40	7 44	7 48	7 52	7 2	8 2	8 7		24
24		7 27	7 33	7 36	7 40	7 44	7 48	7 52	7 56	8 1	8 6	8 12		20
28		7 32	7 36	7 39	7 43	7 47	7 52	7 56	8 0	8 5	8 10	8 16	Iulius	17
31		7 35	7 38	7 42	7 46	7 50	7 54	7 59	8 4	8 9	8 14	8 20		14
3	Iunius	7 37	7 40	7 44	7 48	7 53	7 57	8 2	8 7	8 12	8 17	8 23		11
6		7 39	7 43	7 46	7 50	7 55	7 59	8 4	8 9	8 15	8 20	8 26		8
9		7 40	7 44	7 48	7 52	7 57	8 1	8 6	8 11	8 17	8 23	8 29		5
12		7 41	7 45	7 49	7 54	7 58	8 3	8 8	8 13	8 19	8 25	8 31	Iunius	2
16		7 42	7 46	7 50	7 55	7 59	8 4	8 9	8 14	8 20	8 26	8 32		28
19		7 43	7 47	7 51	7 56	8 0	8 4	8 10	8 15	8 21	8 27	8 33		25
22		7 43	7 47	7 51	7 56	8 0	8 5	8 10	8 15	8 22	8 27	8 34		22

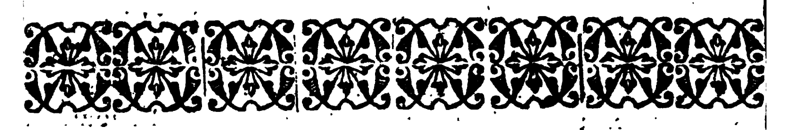
Mois de l'Automne, & de l'Hyuer.

Latit.		35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46		
D.	M	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H. M.	H M.	H M.	H M.	H. M.	H. M.	H. M.	M.	D.
24	Sept.	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	6 0	Martius	21
27		5 57	5 57	5 56	5 56	5 56	5 56	5 56	5 56	5 56	5 55	5 55	5 55		18
30		5 54	5 53	5 53	5 52	5 53	5 52	5 52	5 51	5 51	5 51	5 50	5 50		15
3	October	5 51	5 50	5 49	5 49	5 48	5 48	5 48	5 47	5 47	5 46	5 46	5 45		12
6		5 47	5 46	5 46	5 45	5 45	5 44	5 43	5 43	5 42	5 42	5 41	5 40		9
9		5 44	5 43	5 42	5 41	5 41	5 40	5 39	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35		6
12		5 41	5 39	5 38	5 38	5 37	5 36	5 35	5 34	5 33	5 33	5 32	5 30		3
15		5 38	5 36	5 35	5 34	5 33	5 32	5 31	5 30	5 29	5 28	5 27	5 26	Februarius	28
18		5 34	5 33	5 32	5 30	5 29	5 28	5 27	5 26	5 25	5 24	5 22	5 21		25
21		5 31	5 29	5 28	5 27	5 26	5 24	5 23	5 22	5 20	5 19	5 17	5 16		22
24		5 28	5 26	5 25	5 23	5 23	5 21	5 19	5 18	5 16	5 15	5 13	5 11		19
27		5 25	5 23	5 21	5 20	5 19	5 17	5 15	5 14	5 12	5 10	5 9	5 7		16
30		5 21	5 20	5 18	5 17	5 15	5 13	5 12	5 10	5 8	5 6	5 4	5 3		13
2	Nouember	5 18	5 17	5 15	5 13	5 12	5 9	5 8	5 6	5 4	5 2	5 0	4 58		10
5		5 15	5 14	5 12	5 10	5 8	5 6	5 4	5 2	5 0	4 58	4 56	4 53		7
8		5 12	5 11	5 9	5 7	5 5	5 3	5 1	4 59	4 56	4 54	4 52	4 49		4
11		5 10	5 8	5 6	5 4	5 2	5 0	4 57	4 55	4 53	4 50	4 48	4 45		1
14		5 7	5 5	5 3	5 1	4 59	4 57	4 54	4 52	4 49	4 47	4 44	4 41	Ianuarius	29
17		5 4	5 3	5 0	4 58	4 56	4 54	4 51	4 49	4 46	4 43	4 40	4 37		26
20		5 2	5 0	4 58	4 56	4 53	4 51	4 48	4 45	4 43	4 40	4 37	4 34		23
23		5 0	4 58	4 56	4 53	4 51	4 48	4 45	4 43	4 40	4 37	4 34	4 30		21
26		4 58	4 56	4 53	4 51	4 48	4 46	4 43	4 40	4 37	4 34	4 31	4 27		18
29		4 56	4 54	4 51	4 49	4 46	4 44	4 41	4 37	4 34	4 31	4 28	4 24		15
2	December	4 54	4 52	4 50	4 47	4 44	4 43	4 38	4 35	4 32	4 29	4 25	4 22		12
5		4 53	4 51	4 48	4 45	4 43	4 40	4 37	4 33	4 30	4 27	4 23	4 20		9
8		4 52	4 49	4 47	4 44	4 41	4 38	4 35	4 32	4 28	4 25	4 21	4 18		6
11		4 51	4 48	4 46	4 43	4 40	4 36	4 34	4 30	4 27	4 23	4 20	4 16		3
14		4 50	4 47	4 45	4 41	4 39	4 35	4 33	4 29	4 26	4 22	4 19	4 15	Decemb.	31
17		4 50	4 47	4 44	4 41	4 38	4 35	4 32	4 28	4 25	4 21	4 18	4 14		28
19		4 49	4 46	4 44	4 41	4 38	4 34	4 31	4 28	4 25	4 21	4 17	4 13		25
22		4 49	4 46	4 43	4 41	4 38	4 34	4 30	4 28	4 24	4 21	4 17	4 13		22

Latit.		47		48		49		50		51		52		53		54		55			
D.	M	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H	M	M.	D
24	Sept.	6	0	6	0	6	0	6	0	6	0	6	0	6	0	6	0	6	0	Martius	21
27		5	55	5	55	5	54	5	54	5	54	5	54	5	54	5	53	5	53		18
30		5	50	5	49	5	49	5	49	5	48	5	48	5	47	5	47	5	46		15
3	October	5	45	5	44	5	44	5	43	5	42	5	42	5	41	5	40	5	40		12
6		5	40	5	39	5	38	5	37	5	36	5	36	5	35	5	34	5	33		9
9		5	34	5	34	5	33	5	32	5	31	5	29	5	28	5	27	5	26		6
12		5	29	5	28	5	27	5	26	5	25	5	23	5	22	5	21	5	19		3
15		5	24	5	23	5	22	5	20	5	19	5	17	5	16	5	14	5	12	Februarius	28
18		5	19	5	18	5	16	5	15	5	13	5	11	5	10	5	8	5	6		25
21		5	14	5	13	5	11	5	9	5	7	5	5	5	3	5	1	4	59		22
24		5	10	5	8	5	6	5	4	5	2	5	0	4	57	4	55	4	52		19
27		5	5	5	3	5	2	4	59	4	56	4	54	4	51	4	49	4	45		16
30		5	0	4	58	4	56	4	53	4	51	4	48	4	45	4	43	4	39		13
2	Nouember	4	55	4	53	4	51	4	48	4	45	4	43	4	40	4	36	4	33		10
5		4	51	4	48	4	45	4	43	4	40	4	37	4	34	4	30	4	27		7
8		4	47	4	43	4	41	4	38	4	35	4	32	4	28	4	25	4	21		4
11		4	42	4	39	4	36	4	33	4	30	4	26	4	23	4	19	4	15		1
14		4	38	4	35	4	32	4	29	4	25	4	21	4	18	4	13	4	9	Ianuarius	29
17		4	34	4	31	4	28	4	24	4	21	4	16	4	12	4	8	4	4		26
20		4	31	4	27	4	24	4	20	4	16	4	12	4	8	4	3	3	58		23
23		4	27	4	24	4	20	4	16	4	12	4	8	4	3	3	58	3	53		21
26		4	24	4	20	4	16	4	12	4	8	4	4	3	59	3	54	3	48		18
29		4	21	4	17	4	13	4	12	4	4	4	0	3	55	3	50	3	44		15
2	December	4	18	4	14	4	10	4	9	4	1	3	36	3	51	3	46	3	40		12
5		4	16	4	12	4	7	4	6	3	58	3	53	3	48	3	43	3	37		9
8		4	14	4	10	4	5	4	1	3	56	3	51	3	45	3	40	3	34		6
11		4	12	4	8	4	3	3	59	3	54	3	49	3	43	3	37	3	31		3
14		4	11	4	6	4	2	3	57	3	52	3	47	3	41	3	35	3	29	Decemb.	31
17		4	10	4	5	4	1	3	56	3	51	3	46	3	40	3	34	3	28		28
19		4	9	4	4	4	0	3	56	3	50	3	45	3	39	3	33	3	27		25
22		3	9	4	4	4	0	3	55	3	50	3	45	3	38	3	33	3	26		22

Vsage de ces tables.

Par le moyen de ces tables, on trouuera qu'à Paris, par exem-e, qui est en la latitude de 49 degrez, le Soleil se couche le 12 d ay à 7 heures & 28 minutes: & qu'il se leue de la mesme quan é deuant midy, à sçauoir à 4 heures & 32′ du matin.



INTRODVCTION EN LA CHRONOLOGIE.

Definitions des principes de la Chronologie.

Le Iour.

LE iour est la mesure naturelle, la mieux cognuë du temps, & se distingue en ciuil, & artificiel.

Le iour ciuil est le temps que met le Soleil à faire la reuolution du monde allant de l'Orient à l'Occident.

Le iour artificiel, nommé par aucuns naturel, est le temps que le Soleil demeure sur l'horizon; mais selon le vulgaire, il comprend le crepuscule tant du matin que du soir.

Les vns commencent le iour ciuil à midy, comme Ptolomée Alphonse, Tycho-Brahé, & anciennement les Vmbres.

Les autres à minuict, comme font maintenant les Chrestiens, & Copernic, & anciennement les Egyptiens, & Hyparchus.

Les autres le matin, comme faisoient anciennement les Babyloniens ou Chaldeens.

Les autres le soir, comme faisoient anciennement les Hebreux & Atheniens, & maintenant les Italiens.

Le iour ciuil se subdiuise en 24 heures egales, & chaque heure en 60 minutes: & selon les Hebreux, Arabes, Perses, & autres peuples orientaux, en 1080 scrupules, nommez Helak au singulier, & Helakin au plurier, 18 desquels font vne minute astronomique.

Cette diuision du iour en 24 heures, ou parties egales, n'a pas esté de toute antiquité; Au commencement on ne le diuisoit

qu'en 4 parties ou vigiles, dont la premiere, selon les Hebreux, est depuis le soir; la seconde, depuis minuict; la troisiesme, depuis le matin; & la quatriesme, depuis midy. Et encore à present, parmy les Arabes, Perses, & autres peuples orientaux, les iours ne sont pas distinguez par les horologes, mais seulement par les interualles naturels du matin, du midy, & du soir.

L'an.

L'an est la seconde mesure naturelle du temps, & se diuise en astronomique & ciuil.

L'an astronomique en general, se prend pour le temps que met quelque Astre à faire sa reuolution par son mouuement propre, & en particulier, pour le temps que met le Soleil à retourner au mesme poinct de l'equinoxe ou solstice d'où il estoit party, & vaut 365 iours. 5 heures, & enuiron 49 minutes.

L'an sideré, est le temps que met le Soleil à retourner à la mesme estoile fixe d'où il estoit party, & est vn peu plus long que l'an tropique.

L'an ciuil differe de l'an tropique plus ou moins, selon la diuersité des Calendriers des diuers pays.

En l'ancien Testament, il y auoit trois sortes d'ans de Sabbat:

Le premier estoit le septiesme iour, auquel tant les hommes que les bestes reposoient.

Le second, estoit le septiesme an, auquel on laissoit la terre de repos, & sans la labourer.

Le troisiesme estoit le 49 an, qui estoit l'année du Iubilé, & le plus celebre de tous: car en iceluy, outre le repos qu'on donnoit à la terre, on mettoit les esclaues en liberté: & les maisons & heritages retournoient à ceux qui les auoient possedez auparauant & qui les auoient vendus, sans qu'ils fussent obligez de bailler aucune chose à ceux qui les auoient achetez.

Le mois.

Le mois est la troisiesme mesure naturelle du temps, & se subdiuise aussi en astronomique & ciuil.

Le mois astronomique se subdiuise en solaire & lunaire.

Le mois solaire est le temps que demeure le Soleil en chaque signe du Zodiaque, & contient enuiron 30 iours & demy.

Le mois lunaire se subdiuise en periodique & synodique.

Le mois periodique est le temps que met la Lune à retourner au mesme cercle de latitude d'où elle estoit party, & est d'enuiron 27 iours, 7 heures, & 43 minutes.

Le mois synodique est l'espace de temps qu'il y a d'vne conjonction du Soleil & de la Lune à la conjonction prochaine suiuante, & est d'enuiron 29 iours, 12 heures, & 44 minutes: soit qu'on la prenne de la moyenne conjonction iusques à la moyenne conjonction suiuante; ou de la premiere apparition, (qui arriue enuiron deux iours apres la conjonction) iusques à la premiere apparition suiuante.

Le mois ciuil se distingue aussi en solaire & lunaire, selon qu'il conuient mieux, auec le mois astronomique du Soleil, ou synodique de la Lune: & par consequent s'il est d'enuiron 30 iours & demy, il sera solaire, & lunaire, s'il n'a qu'enuiron 29 iours & demy.

Les Iuifs, les Samaritains, & autres peuples Orientaux, commencent leurs mois ciuils de la premiere apparition du croissant de la Lune, les Atheniens de la conjonction, Callipus de l'occultation, ou disparition du declin de la Lune.

Les mois ciuils se distinguent aussi en pleins & caues, en ordinaires & embolimes.

Les mois pleins sont ceux qui ont chacun 30 iours; les caues chacun 29 iours; les ordinaires sont vn chacun de 12 mois, qui composent l'année: & les embolimes, ceux qu'on adjouste pour egaler le mouuement du Soleil, en faisant l'année de 13 mois: comme estoit Merœdonius en l'ancien Calendrier Romain: & Posideon, en l'Attique.

En l'ancien Calendrier des Hebreux les mois n'auoient point de nom: & encore à present en la Chine, au Iapon, & Indes Orientales, les mois n'ont point d'autres noms que ceux de leur ordre, à sçauoir le premier, second, troisiesme, &c.

Les Grecs distinguoient leurs mois en trois decades ou decuries de chacune 10 iours.

Les iours de la premiere decade s'appelloient le premier, second, &c. de ἱσταμένου, qui est à dire, de la Lune naissante, ou existante.

Ceux de la seconde decade se nommoient, le premier, second, &c. de ἐπὶ δέκα, qui est à dire, au dessus de dix.

Ceux de la troisiesme decade estoient nommez, le premier, second, &c. de φθίνοντος, qui est à dire, de la Lune deffaillante.

Les Romains distinguoient leurs mois en Calendes, Nones & Ides, comme nous auons dit sur l'etymologie de ce mot Calendrier.

Les Hebreux, Chaldeens, & autres peuples Orientaux, distinguoient les mois en semaines, comme on fait à present.

Chaque semaine à sept iours, chacun desquels prend son nom de la planete qui domine à sa premiere heure du matin : & parce que le Soleil domine en la premiere heure du Dimanche, Venus en la seconde, Mercure en la 3, la Lune en la 4, Saturne en la 5, & que suiuant cet ordre la 25 heure eschet à la Lune : le Lundy vient apres le Dimanche, puis Mardy, Mercredy, & les autres iours de la semaine qui se trouuent aussi par la suite des planetes qui dominent aux premieres heures des iours.

Le Pape Syluestre, qui fut receu au S. Siege en l'an de grace 314, fut le premier qui ordonna, que quittant les noms des astres & des faux Dieux, les iours de la semaine fussent appellez Feries par ceux du Clergé ; & voulut aussi que le Dimanche, qui est la premiere ferie, au lieu du iour du Soleil, fut nommé le iour du Seigneur, comme il auoit desia esté nommé par S. Iean en l'Apocalypse. En quoy nous noterons, que comme le Sabbat, ou le Samedy, est le iour du repos des Iuifs, & le Dimanche des Chrestiens : Ainsi celuy des Turcs est le Vendredy, ou la sixiesme ferie, que les Arabes appellent le jour d'assemblée, pource qu'ils s'assemblent ce iour là dans leurs Mesquites.

Il est vray-semblable aussi que les semaines ont esté receuës dans le Calendrier Romain en mesme temps que la Religion Chrestienne.

Table des quantitez des mois synodiques.

Mois	Iours	heures	minutes
1	29	12	44
2	59	1	28
3	88	14	12
4	118	2	56
5	147	15	40
6	177	4	24
7	206	17	8
8	236	5	52
9	265	18	36
10	295	7	21
11	324	20	5
12	354	8	49
13	383	21	33

De cette table est manifeste, que l'an tropique de 365 iours, 5 heures, & 49 minutes, excede 12 mois synodiques de 10 iours, & 21 heures: & qu'il est excedé par 13 mois synodiques de 18 iours, 15 heures, & 44'. Et que la Tetraeteride, ou espace de 4 ans tropiques, contient 49 $\frac{9}{19}$ lunaisons ou mois synodiques : l'octaeteride 98 $\frac{18}{19}$ lunaisons : l'Enneadecaeteride, ou cycle du nombre d'or, 235 lunaisons, & enuiron 1 h. 27'. Et le cycle de Calippe de 76 ans 940 lunaisons & 6 heures. D'où s'ensuit que si l'an ciuil est egal à l'an astronomique, qu'en la 20 année les nouuelles Lunes ne se trouueront qu'enuiron vne heure & demie plustost qu'en la premiere année: ce que Meton auoit recognu plus de 400 ans deuant l'epoche de I. Christ; d'où vient l'origine du nombre d'or du Calendrier Iulien.

Calendrier ou Almanach.

L'année ciuile distinguée en ses mois & iours, selon l'vsage du pays, s'appelle Calendrier, & aussi Almanach.

Cycle.

Le cycle est l'espace de temps que met vne chose mobile du Calendrier, à retourner au mesme iour qu'elle a esté auparauant.

Epoche ou ære.

Epoche ou ære est vn principe notable du temps, d'où on commence à compter les ans, mois & iours.

Axiomes ou maximes.

I.

Le principe mieux cognu de la Chronologie est le temps present.

II.

Vne chose ne peut estre bien mesurée par vne mesure qui s'augmente ou diminuë.

Par exemple, vne ligne ne se peut bien mesurer par vne chorde qui s'allonge plus ou moins, selon qu'on la tire plus ou moins, ou qu'elle est plus ou moins humide. Mais encore qu'il y ait quelque inegalité aux grandeurs des iours, ans, & mois, il ne s'ensuit pas de cet axiome, que celà puisse preiudicier à la verité de la Chronologie, à cause que cette inegalité est si peu de chose, qu'elle ne merite pas d'estre considerée en la Chronologie.

III.

Les nombres des iours, des ans, & mois ciuils, doiuent estre sans fractions.

Car s'il y auoit fraction, il seroit plus difficile de cognoistre leurs fins, ou commencemens, & ne seroient pas si commodes pour l'vsage ciuil.

IV.

Si l'an ciuil n'est egal à l'an tropique, le commencement du plus court s'esloignera du commencement du plus long, d'vn mouuement retrograde.

Par exemple au Calendrier Iulien, à cause que l'an tropique est plus court d'enuiron 11 minutes d'vne heure que l'an ciuil, l'equinoxe en chaque 400 ans, change de place contre la suite des mois enuiron de 3 iours.

V.

Si de deux mouuemens circulaires, le temps du plus lent est incommensurable à celuy du plus rapide, ils ne pourront iamais finir ou commencer plus d'vne fois ensemble.

Nous auons demonstré cet axiome à la fin de la premiere theorie des planetes de ce liure.

VI.

Si de deux mouuemens circulaires, le temps perio-

dique du plus rapide ne mesure celuy du plus lent, il ne pourront iamais finir ou commencer leurs mouuemens deux fois de suite ensemble. Et le reste de la diuision monstrera tousiours combien il y a depuis la fin de la derniere reuolution du plus rapide, iusques au commencement de la 2 reuolution du plus lent.

Par exemple, à cause que le iour ne mesure pas l'an, si l'an commence vne fois à midy, l'année suiuante il commencera enuiron 5 heures & 49 minutes apres midy, qui est le temps du reste de la diuision : & parce que diuisant la durée de 4 ans tropiques par vn iour, le reste de la diuision est 23 heures & 16' : par consequent si la premiere année a commencé à midy, la 4 d'apres commencera à 23 heures & 16' apres midy, c'est à dire, 16 minutes d'vne heure deuant midy.

Pour la mesme raison, à cause que diuisant la durée de l'an tropique, par la durée d'vn mois synodique, il reste 10 iours & 21 heures : si quelque année commence en la nouuelle Lune, la suiuante commencera 10 iours & 21 heures apres la nouuelle Lune. Pareillement, à cause que diuisant la durée de 19 ans Iuliens, dont le quatriesme est bissextil, par la durée d'vn mois synodique, il restera 28 iours, 20 heures, 11', 35'', & par consequent, si la premiere année a commencé en la nouuelle Lune, la 19 année d'apres commencera la Lune ayant 28 iours, 20 heures, 11', 35''. Mais si on diuise 19 ans tropiques par la durée d'vn an synodique, il ne restera qu'enuiron vne heure & demie : & la Lune au commencement du 19 an n'aura qu'vne heure & demie.

VII.

Le nombre des ans du periode de plusieurs cycles est egal au moindre nombre d'ans, qui se peut diuiser sans fraction, par les nombres d'ans de chaque cycle.

Par exemple, le nombre d'ans de l'indiction Romaine est 15 du nombre d'or ou cycle lunaire 19 : & du cycle solaire 28 : & le moindre nombre que ces trois cycles peuuent mesurer est 7980 d'où s'ensuit, que le periode de ces trois cycles 15, 19, & 28 ans, est

le 7980 ans : lequel periode de 7980 ans a esté inuenté par Ioseph Scaliger, & s'appelle Iulien, à cause que ces trois cycles sont du Calendrier Iulien.

VIII.

Vn iour se dit estre donné, si le nombre des iours & heures depuis le present iusques à iceluy se peut trouuer.

IX.

Si le mesme iour est donné en deux Calendriers, la correspondance qu'ont entr'eux tous les iours de ces deux Calendriers sera aussi donnée, c'est à dire, qu'on pourra trouuer les iours du second Calendrier qui correspondent à chaque iour donné du premier Calendrier.

Icy on prend pour le mesme iour ceux qui participent du mesme iour naturel, encore qu'ils ne commencent pas en mesme heure, à raison de la difference des longitudes, ou diuers commencements des iours.

De cet axiome s'ensuit, que si les epoches des ans de diuers Calendriers sont données en vn Calendrier, elles seront aussi données en chacun d'iceux, & aussi les interualles, ou nombre des iours & heures qu'il y aura entre ces epoches.

X.

Des cycles du Calendrier Iulien 15, 19, & 28, estans donnez ceux de l'année presente, ou d'vne autre telle qu'on voudra, le principe ou epoche du periode Iulien sera aussi donné, sans aucun erreur, à sçauoir l'an dudit periode Iulien, qui a l'vnité en chacun de ses trois cycles.

Si on diuise le nombre des ans du periode Iulien correspondant à l'an proposé, par 15, 19, & 28, les diuiseurs, ou les restes des diuisions, s'il y en a, seront les cycles de l'an proposé.

Nous auons mis à la fin du calcul ecclesiastique, qui est à la fin

de nostre Arithmetique, vne table, par le moyen de laquelle on trouue l'an du periode Iulien, auquel appartiennent les trois cycles donnez: & parce que l'année 4714 du periode Iulien, & le premier de ceux de l'epoche de I. Christ, ont le mesme commencement: il est manifeste, que les trois cycles estans donnez, on peut trouuer premierement l'an du periode Iulien, auquel ils appartiennent, par le moyen de ladite table: puis par le moyen de l'an du periode Iulien, l'an de l'epoche de I. Christ. Et au contraire estant donné quelque an Iulien, de ceux qui precedent ou suiuent l'epoche de I. Christ, on pourra trouuer premierement l'an correspondant du periode Iulien, puis vn chacun des trois cycles en faisant les diuisions comme nous venons de dire.

Cet axiome, & la plus part des autres donnez cy dessus, les prenant pour theoremes, se peuuent demonstrer geometriquement.

SCHOL.

De la table donnée cy dessus des quantitez des mois lunaires & du 3 & 6 axiomes, est manifeste, que l'an ciuil ne peut conuenir auec l'an tropique, & qu'il est besoin d'vser d'intercalation pour le faire conuenir auec le mouuement du Soleil, & de la Lune d'où vient que les Calendriers se distinguent en trois genres, dont le premier est celuy qui s'accommode à l'an tropique, faisant les intercalations necessaires, pour conseruer & retenir tousiours les mois & iours aux mesmes saisons de l'année.

Le second genre, est celuy qui s'accommode aux mois lunaires synodiques, faisant les intercalations necessaires pour faire trouuer tousiours les commencements des mois aux nouuelles Lunes.

Le troisiesme genre, est celuy qui s'accommode aux ans tropiques, & mois lunaires, faisant les intercalations necessaires pour conseruer les mois & iours en leurs saisons, & commencer tousiours les mois aux nouuelles Lunes.

Du Calendrier Romain.

Romulus fondateur de la ville de Rome, & le premier Roy des Romains, attribua à l'année 10 mois, qui faisoient 304 iours, qui sont les suiuans.

l'ordre des mois	noms des mois	nombre des iours
1	Mars	31
2	Auril	30
3	May	31
4	Iuin	30
5	Quintile	31
6	Sextile	30
7	Septembre	30
8	Octobre	31
9	Nouembre	30
10	Decembre	30

En l'ordre de ces 10 mois, Mars qui est le premier, commença au commencement du Printemps, & les autres de suite, comme on peut voir icy à costé.

Mars, May, Quintile, & Octobre, qui ont chacun 31 iour, furent nommez pleins; & les autres 6, qui n'ont que chacun 30 iours, caues.

Numa Pompilius, second Roy des Romains, 38 ans apres, adioustant 51 iour à 304 iours de Romulus, la rendit egale à l'année lunaire de 355 qu'il les distribua aux 12 mois, comme on peut voir en ces 12 mois.

l'ordre des mois	noms des mois	nombre des iours
1	Ianuier	29
2	Feurier	28
3	Mars	31
4	Auril	29
5	May	31
6	Iuin	29
7	Quintile	31
8	Sextile	29
9	Septembre	29
10	Octobre	31
11	Nouembre	29
12	Decembre	29

Et afin de faire Ianuier, & Feurier de 57 iours, il osta vn iour à chacun de 6 mois caues Auril, Iuin, Sextile, Septembre, Nouembre, & Decembre, lesquels auec les 51 iours qu'on auoit desia coustume d'intercaler, faisoient les 57 iours de Ianuier & Feurier, par l'addition desquels il fit l'année de 12 mois presque egale à celle de la Lune, distinguant les iours des mois en Calendes, Nones, & Ides. Car les semaines n'ont esté en vsage à Rome, que depuis la Religion Chrestienne. Or à cause que l'an lunaire est excedé par l'an tropique d'enuiron 11 iours, comme nous auons dit cy dessus, au Calendrier de Pompilius, on auoit de coustume d'inter-

caler entre le 23 & 24 de Feurier de deux ans en deux ans, vn mois de 22 ou 23 iours, qui se nommoit Mercedonius; & par le moyen de cette intercalation, les mois ne s'esloignoient guere de leurs saisons.

Ce Calendrier de Pompilius a duré iusques à Iules Cesar; lequel tant pour empescher l'abus qui s'y commettoit, en l'intercalation du mois Mercedonius, que pour faire mieux conuenir l'an ciuil auec celuy du Soleil ou tropique, il changea les mois lunaires en solaires, attribuant à l'année ciuile 365 iours & 6 heures: qui est presque egale à l'année tropique, qui contient enuiron 365 iours, 5 heures, & 49'. Ordonnant de faire chaque année commune de 365 iours, & les quatriesmes, qui sont les bissextiles, de 366 iours, adjoustant vn iour entre le 23 & 24 de Feurier.

noms des mois	*nombres des iours*
Ianuier	31
Feurier	28
Mars	31
Auril	30
May	31
Iuin	30
Quintile	31
Sextile	31
Septembre	30
Octobre	31
Nouembre	30
Decembre	31

Les nombres des iours des mois de l'année Iulienne commune sont ceux que vous voyez icy marquez.

Or la derniere année de celles du Calendrier de Pompilius, en suite de laquelle ont commencé les ans Iuliens, a esté nommée l'année de confusion, à cause que Iules Cesar, pour faire trouuer les mois de son année aux saisons qu'ils deuoient estre, outre l'intercalation du mois Mercedonius, de 23 iours qui se fit en cette année là, il fit encore adjouster à la fin de l'année deux autres mois, qui ensemble faisoient 67 iours; tellement que cette année de confusion eut 15 mois, les trois mois intercalaires montant à 90 iours, lesquels auec les 355 de l'année, firent 445 iours, en suite desquelles intercalations, commencerent les ans Iuliens en Ianuier, comme ceux d'auparauant, desquels les trois premiers deuoient estre communs; & le 4, 8, 12, &c. de 4 ans en 4 ans bissextils. Mais les Pontifes ausquels appartenoit de faire les ans bissextils & communs, n'ayant pas bien entendu l'intention de Cesar, ils firent les ans

bissextils de 3 ans en 3 ans : tellement qu'aux 37 premiers ans ils en firent 12 bissextils au lieu de 9, à sçauoir le 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37 : Ce qu'Auguste Cesar ayant apperceu, en la 38 année, ordonna que pour oster les trois iours qu'on auoit mis de trop en ces 37 premiers ans, qu'aux 12 ans suiuans on ne feroit point de bissexte ; de sorte que les années 41, 45, & 49, qui deuoient estre bissextiles furent communes ; & la 53 année, qui est la 8 de celles de l'epoche de I. Christ, fut la premiere bissextile d'apres cette reformation d'Auguste : lequel voulut aussi que le mois Sextile d'ores en auant s'appellast Auguste, de son nom ; & le Quintile Iuillet, du nom de Iules Cesar. Depuis la reformation d'Auguste, on n'a pas fait aucune correction au Calendrier Iulien iusques à l'année 1582, en laquelle on retrancha les 10 iours, qui sont depuis le 4 d'Octobre iusques au 15 du mesme mois, par le commandement du Pape Gregoire XIII : & fut ordonné, que pour empescher d'ores en auant la retrocession des equinoxes, & n'estre pas obligé d'oster plusieurs iours à la fois, qu'on ne feroit point de bissexte aux années 1700, 1800, 1900, & autres qui ne se peuuent diuiser par 400 sans fraction ou reste de la diuision : mais aux nombres, qui se peuuent diuiser par 400, il y auroit bissexte, comme aux années 2000, 2400, 2800, 3200, &c.

Et le Calendrier qui a receu la correction ou diminution de ces 10 iours, s'appelle maintenant le Gregorien, ou du nouueau stil, & l'autre qui n'a pas receu cette correction, est celuy du vieux stil, ou le Iulien, lequel excede le Gregorien de 10 iours. Tellement qu'à present le 15 de Mars de France, par exemple, est le 25 du mesme mois en Angleterre : & le 27 de Mars de France, est le 6 d'Auril en Angleterre.

Les cycles 15, 19, & 28, sont proprement de ce Calendrier Iulien, & le nombre 7980, qu'ils engendrent par leur multiplication continuë, a esté nommé periode Iulien par I. Scaliger, qui en est l'inuenteur, pource que les cycles qui l'engendrent sont du Calendrier Iulien. Et n'y a point d'Epoche qui aye son principe mieux cognu que les ans de celuy-cy, laquelle depend de ces trois cycles

15, 19, & 28, qui sont en vsage au temps present, & a son commencement en l'année qui auoit vn en chacun des trois cycles.

Du Calendrier des Grecs.

Encore que la langue Grecque fust en vsage en toute la Grece, neantmoins les Prouinces, qui auoient leurs loix & coustumes particulieres, auoient aussi des noms particuliers en leurs mois, qui n'estoient en vsage aux autres Prouinces.

Les noms des mois des Atheniens & Macedoniens estoient ceux-cy.

	Atheniens.	*Macedoniens.*	
1	Εκατομβαιών.	Λῷος.	Mois de l'Esté.
2	Μεταγειτνιών.	Γορπιαῖος.	
3	Βοηδρομιών.	Ὑπερβερεταῖος.	
4	Πυανεψιών.	Δῖος.	Mois de l'Automne.
5	Μαιμακτηριών.	Απελλαῖος.	
6	Ποσειδεών.	Αὐδυναῖος.	
7	Γαμηλιών.	Περίτιος.	Mois de l'Hyuer.
8	Ανθεστηριών.	Δύστρος.	
9	Ελαφηβολιών.	Ξανθικός.	
10	Μουνυχιών.	Αρτεμίσιος.	Mois du Printemps.
11	Θαργηλιών.	Δαίσιος, ou Δέσιος.	
12	Σκιρροφοριών.	Πάνεμος.	

Le nom d'Artemisius estoit commun aux Macedoniens & Lacedemoniens. Celuy de Panemus aux Macedoniens, Corinthiens, & Thebains. Mais ces mois, & autres, qui estoient communs à diuers peuples, n'arriuoient pas en mesme temps aux vns & aux autres.

Vn chacun de ces 12 mois auoit ordinairement 30 iours, qui ne donnoient à l'an composé de 12 d'iceux que 360 iours: & parce que ce nombre de 360 iours ne conuenoit pas auec le mouuement du Soleil, ny de la Lune, ils faisoient des intercalations de mois, &

ıdditions ou soustractions de iours, chacun à sa mode, pour faire :onuenir le mouuement du Soleil, & de la Lune, au commencement de chaque Olympiade. Car encore que les intercalations les vns fussent differentes de celles des autres; neantmoins en outes les Olympiades, qui arriuoient de 4 ans en 4 ans, la feste Olympique, aux ans des vns & des autres, arriuoit en la pleine .une, ou 15 iour de leur premier mois vers le solstice d'Esté.

πρυτανεία en l'Attique, signifie enuiron 36 iours, à cause qu'en Grec πρυτανεύω, signifie gouuerner, & qu'il y auoit en l'Attique dix tribus, qui commandoient en chaque année l'vne apres l'autre, & par consequent le pouuoir de chaque tribut duroit enuiron 36 iours, qui estoit la dixiesme partie de l'année.

Le Calendrier des Macedoniens a esté aussi nommé Syromacedonien, depuis que Seleucus Capitaine d'Alexandre le Grand commença à regner en la Syrie, & qu'il l'establit & mit en vsage en ce pays là.

Du Calendrier des Egyptiens.

En Egypte il y a deux sortes de Calendriers en vsage, à sçauoir l'ancien, & le nouueau ou Iulien.

L'ancien est celuy qui auoit tousiours 365 iours par an, & a esté en vsage depuis l'epoche de Nabonassar, iusques à celuy de Diocletian, ou des Martyrs.

Le nouueau est celuy qui a commencé à l'epoche de Dioclетian en l'an 284 de l'epoche de I. Christ, & ne differoit pas du Calendrier Iulien, sinon qu'il commençoit son année au 29 d'Aoust, & non au commencement de Ianuier, comme le Iulien.

Les noms des mois de l'ancien Calendrier d'Egypte, sont ceux-cy.

1. Thoth.	30	5. Tybi.	150	9. Pachon.	270
2. Pæophi.	60	6. Mechir.	180	10. Payni.	300
3. Athyr.	90	7. Phamenoth.	210	11. Epephi.	330
4. Choeac.	120	8. Pharmuthi.	240	12. Mesori.	360
				Epagomenæ.	365

Des 365 iours de l'année, chaque mois en a 30 iours, & les 5 iours restans, nommez par Ptolomée, Epagomenæ, se mettoient en suite le Mesori, qui est le 12 mois. Or cet an d'Egypte, estant plus petit de 6 heures que le Iulien, il est necessaire que ses mois changent de place dans le Calendrier Iulien, contre la suite des mois, retournant aux mesmes commencemens d'où ils estoient partis en 1460 ans Iuliens, ou 1461 ans Egyptiens: lequel interualle de 1460 ou 1461 ans, s'appelle le grand an cynique, à cause que le grand chien au bout de ce temps, recommence à se leuer aux mesmes mois & iours qu'il se leuoit auparauant.

Les ans Egyptiens sont les plus propres pour la mesure du temps, à cause qu'ils sont egaux entr'eux, chacun contenant 365 iours, sans aucune addition ny diminution.

Du Calendrier des Perses.

Les ans des Perses ont chacun 365 iours, de mesme que ceux d'Egypte, & ne different qu'en l'ordre des mois, & intercalation des 5 iours qui ne se font pas en vn mesme mois.

Les noms des mois des Perses sont ceux-cy.

1.	Pharuardin.	30	5.	Mertat.	150	9.	Aderma.	27[illegible]
2.	Artipehest.	60	6.	Sachriur.	180	10.	Dima.	30[illegible]
3.	Chortat.	90	7.	Mecherma.	210	11.	Pechman.	33[illegible]
4.	Tyrma.	120	8.	Apanma.	240	12.	Asphandar.	36[illegible]
				Wahak.	245			

Vn chacun de ces 12 mois à 30 iours, excepté Apanma, qui en a 35, auec les 5 iours intercalaires de Wahak.

En l'an de grace 632 les commencemens des mois Pharuardin des Perses, & Choeac des Egyptiens arriuerent au 16. de Iuin.

Les commencemens des ans egaux de l'epoche de Nabonassar qui est le iour Thoth, au premier grand an cynique, selon Kepler en ses tables Rodolphines, correspondoient aux ans Iuliens, comme s'ensuit.

Ans de Nabonassar.	Ans Iuliës ante Christ.	Mois Iuliens.	Ans de Nabonassar.	Ans Iuliës post Christ.	Mois Iuliens.
1	747	26. Febr.	749	1	23. Aoust.
4	744	25. Febr.	752	4. B	22. Aoust.
100	648	1. Febr.	836	88. B	1. Aoust.
224	524	1. Ianuier.	960	212. B	1. Iuillet.
228	521. B	31 Decembre.	1080	332. B	1. Iuin.
348	401. B	1. Decemb.	1204	456. B	1. May.
468	281. B	1. Nouemb.	1324	576. B	1. Auril.
592	157. B	1. Octob.	1448	700. B	1. Mars.
712	37. B	1. Septemb.	1452	704. B	20. Febr.
748	1. B	23. Aoust.	1453	705.	28. Febr.
			1456	708. B	27. Febr.
			1460	712. B	26. Febr.

Du Calendrier des Arabes & Turcs.

Les ans des Arabes & Turcs sont seulement lunaires, & n'ont aucun respect au mouuement du Soleil.

Ils commencent leurs mois non en la conjonction, mais en la premiere apparition du soir, qui arriue enuiron vn iour ou deux apres la conjonction: D'où vient que leurs iours & festes commencent le soir, comme faisoient anciennement tous ceux qui vsoient des mois lunaires.

Leurs ans ont chacun 12 mois, qui sont alternatiuement pleins & caues, ayans 30 & 29 iours, excepté le 12, qui en l'an abondant a 30 iours.

Les noms de leurs mois sont ceux-cy.

1.	Muharem	30	8.	Schaaban.	236
2.	Sefer.	59	9.	Ramazan.	266
3.	Rabiul-evvel.	89	10.	Schevvaal.	295
4.	Rabiul-achir.	118	11.	Zilkaade, ou Dilkade.	325
5.	Gimaasil-evvel	148			
6.	Gimaasil-achir.	177	12.	Zilhigge,	354
7.	Regeb.	207		ou Dilhaga.	355

Evvel en Arabe signifie premier, & Achir second.

L'orthographie de ces 12 mois differe quelque peu des mesmes 12 mois que nous auons mis en la page 459 du 5 tome.

Au 9 mois les Turcs font leurs ieusnes : & au commencement ou nouuelle Lune du 10 mois, ils celebrent leur Beiram, qui est entr'eux vne feste semblable à nostre Pasque.

Leurs ans n'ayant chacun que 354 iours, & peu plus de $\frac{1}{3}$, s'acheuent plustost que les nostres enuiron de 11 iours ; & par consequent, ils changent continuellement de place vers les saisons precedentes, & ne peuuent commencer & conuenir auec les nostres qu'vne fois enuiron 32 ans.

Et parce que les Arabes attribuent à vn mois synodique 29 iours 12 heures, & 792 helakim, qui valent 44 minutes d'vne heure, la vraye mesure de leurs ans, qui sont de chacun 12 mois synodiques sera de 354 iours, huict heures, & 864 scrupules : & à cause que 8 heures & 864 scrupules valent enuiron $\frac{11}{30}$ d'vn iour, chaque an des Arabes deura contenir 354 iours & $\frac{11}{30}$ d'vn iour. D'où vient qu'en 30 ans, ils font 11 ans de chacun 355 iours, & les autres 19, de 354 iours. Les ans de 355 iours sont ceux-cy : 2, 5, 7, 10, 13, 16, 18, 21, 24, 26, 29, le dernier mois desquels a tousiours 30 iours, au lieu qu'aux autres ans il n'a que 29 iours.

Du Calendrier des Hebreux.

Le Calendrier des Hebreux se distingue en trois sortes de Calendriers.

Dont le premier, qui a esté en vsage depuis la creation du monde iusqu'à l'epoche d'Alexandre, estoit des ans egaux d'Egypte qui auoient chacun 12 mois de 30 iours, auec l'appendix de 5 iours mais auec cette difference, qu'au lieu que les mois des Egyptiens parcouroient toutes les saisons de l'année, ceux des Hebreux ne se pouuoient esloigner de leurs propres saisons plus d'vn mois à cause qu'en chaque 120 ans, ils intercaloient & adioustoient vn mois de 30 iours, qui remettoient leurs mois en leurs saisons, & les faisoient approcher des equinoxes, d'où ils s'estoient esloignez contre la suite des mois, chacun enuiron de 30 iours, à raison qu

chacun de leurs ans estoit plus court que l'an tropique enuiron de 6 heures.

Leurs mois estoient distinguez en pleins & caues, les pleins estans de chacun 30 iours, & les caues de 29 iours, & s'appelloient comme vous voyez icy à costé.

1.	Thisri.	30
2.	Marchesuan.	29
3.	Casleu ou Cisleu,	30
4.	Tebeth.	29
5.	Schebat.	30
6.	Adar.	29
7.	Nisan.	30
8.	Ijar.	29
9.	Siuan.	30
10.	Thamuz.	29
11.	Ab.	30
12.	Elul.	29
		354

Rabbi Ezra dit, que les Hebreux ont pris les noms de ces mois des Chaldeens, & qu'auparauant leur captiuité en Babylone, les noms de ces mois ne se trouuoient dans la Bible.

Le second Calendrier des Hebreux (qui a esté en vsage depuis l'epoche d'Alexandre le Grand iusqu'au temps qu'ont esté seellez les Thalmuds de Hierusalem & de Babylone, dont le premier fut seellé en l'an de grace 469, & le second, en l'an 505,) vsoit de mois lunaires, qu'on reduisoit en solaires, par le moyen de sept mois intercalaires, qui se trouuent au cycle de 19 ans, à sçauoir en ceux-cy, 3, 6, 8, 11, 14, 17, & 19, qui ont chacun 13 mois, qui montent à 384 iours, & les 12 autres ans sont communs, n'ayans chacun que 354 iours.

En ce second Calendrier des Hebreux, l'an ciuil commençoit tousiours au premier mois Thisri, qui deuoit estre la nouuelle Lune plus proche de l'equinoxe de l'Automne : Et l'an sacré ou Ecclesiastique commençoit tousiours au premier iour du mois Nisan, qui deuoit estre la nouuelle Lune plus proche de l'equinoxe du Printemps.

Le troisiesme Calendrier des Hebreux, qui est encore en vsage, a commencé au temps que les Talmuds de Hierusalem & de Babylone furent seellez : auquel temps, en haine de N. Seigneur, ils ordonnerent que le premier iour de leur mois Thisri ne seroit iamais au Vendredy, à cause qu'en ce iour ils auoient crucifié nostre

Seigneur

Seigneur : Et que les 7 mois intercalaires ne seroient plus pris suiuant le cycle de Meton de 19 ans, mais que le calcul se feroit d'ores en auant suiuant les ans du monde. Et retenant les nombres ordinaires de leurs mois de l'année, à sçauoir les pleins de chacun 30 iours, & les caues de 29 iours, qui faisoient l'an commun de 354 iours, ordonnerent des intercalations & soustractions d'vne nouuelle maniere, qui augmentent & diminuent l'an tant commun qu'embolismal d'vn iour. L'addition duquel iour se doit tousiours faire au mois Marchesvvan, & lors l'an est de 355 ou 385 iours, nommé d'abondant. La soustraction d'vn iour se fait tousiours au mois Cisleu ou Casleu, & lors l'an est de 353 ou 383 iours, & s'appelle defaillant. L'an embolismal surpasse l'an commun de 30 iours : à cause que pour egaler l'an tropique on adiouste deuant le mois Adar, vn mois de 30 iours, qui s'appelle Adar embolismal : & parce que l'an commun contient 354 iours, l'embolismal commun contiendra 384 iours.

Or pour mieux donner à entendre ce Calendrier, nous distinguerons ses preceptes aux quatorze articles suiuans.

Le premier, que les commencemens des mois des Hebreux, qui sont lunaires, ne se doiuent guere esloigner des commencemens des nouuelles Lunes.

Le 2. que de mesme qu'au Calendrier precedent, l'an ciuil, ou le commencement du mois Thisri, doit estre la nouuelle Lune plus proche de l'equinoxe de l'Automne : & l'an sacré, ou le commencement du mois Nisan, la nouuelle Lune plus proche de l'equinoxe du Printemps.

Le 3. que du mois Nisan au mois Thisri suiuant, il y a tousiours 177 iours, ou 25 semaines & 2 iours : & par consequent, adioustãt 2 à la ferie de Nisan, la somme, si elle n'excede 7, ou l'excez, est la ferie de Thisri. Pareillement, si de la ferie de Thisri on soustraict 2, (adioustant 7 au nombre de qui il faut soustraire, si la soustraction ne se peut faire autrement) le reste sera la ferie de Nisan.

Le 4. que les feries, ny le cycle solaire du Calẽdrier des Hebreux, ne differẽt pas des feries, ny du cycle solaire du Calendrier Iulien.

Le 5. que les trois festes plus celebres des Iuifs sont Pasque, la Pentecoste, & la feste des Tabernacles. Et qu'ils celebroient

tousiours Pasque au 15 de Nisan entre les deux Vespres, c'est à dire, apres 6 heures du soir du 14, & la pareille heure du 15. La Pentecoste estoit tousiours le 50 iour d'apres Pasque, & par consequent en mesme ferie que le lendemain de Pasque, ou du premier iour Nisan, car le premier & 15 iour de chaque mois sont tousiours en mesme ferie. Et la feste des Tabernacles estoit tousiours le 15 du mois Thisri, en la mesme ferie que le premier iour du mois Thisri, qui est tousiours la seconde ferie d'apres Pasque.

Le 6. que la coustume des Hebreux, pour faciliter le calcul, est de reietter toutes les semaines des ans, mois, & iours qu'il y aura depuis le commencement du monde iusques au commencement de l'an proposé: Puis trouuer par le moyen des iours, heures, & scrupules restans, qu'ils appellent Molad, la nouuelle Lune, & la ferie de Thisri. Et parce qu'ils attribuent au mois synodique 29 iours, 12 heures, & 793 scrupules, l'an commun vaudra 354 iours, 8 h. 876 scr. l'an embolismal 383 iours, 21 h. & 589 scr. Le cycle de 19 ans tropiques 6939 iours, 16 h. & 595 scr. Desquels nombres de iours ostant toutes les semaines, restera pour le charactere ou Molad d'vn mois, vn iour, 12 h. 793 scr. Pour l'an commun, 4 iours, 8 h. 876 scr. Pour l'an embolismal, 5 iours, 21 h. 589 scr. Pour le cycle de 19 ans, 2 iours, 16 h. 595 scr.

Le 7. que les ans du monde, selon les Hebreux, commencent au Lundy du 7 d'Octobre de l'an 953 du periode Iulien, qui precede l'epoche de I. Christ de 3761 ans, & a vn pour cycle solaire, qui se trouue en diuisant leurs ans du monde par 28, & aussi en diuisant, par le mesme nombre 28, les ans du periode Iulien, qui sont en cet exemple 953, & prenant le reste pour le cycle solaire. En quoy nous noterons, que les Hebreux attribuent à la premiere nouuelle Lune du commencement du monde pour charactere ou Molad 2 iours, 5 h. 204 scr. qui signifie seconde ferie, ou Lundy, cinquiesme heure, & 204 scrupules. A cause qu'ils croyent qu'apres les six premiers iours de la creation du monde sur les Vespres du iour du Sabbat, il y eut conionction du Soleil & de la Lune, & qu'au prochain Lundy suiuant à 5 heures & 204 scrupules d'vne heure, à sçauoir vn peu deuant minuict, on commença à voir le premier croissant de la Lune, & qu'il faut prendre le mo-

ment de cette premiere apparition pour le commencement du premier cycle de 19 ans, & de l'an ciuil ou politique: & par consequent il faudra tousiours adjouster cette racine ou charactere 2 iours, 5 heures, 204 scr. auec le Molad qu'on trouuera pour le temps qu'il y aura depuis ce commencement du monde iusques au commencement de l'an ou du mois proposé Thisri.

Le 8. que si de la somme des semaines, & des iours de deux années consecutiues on soustraict le nombre des semaines & iours de la premiere de ces deux années, il restera le mesme nombre de iours qu'en ostant le nombre de iours qu'aura l'année precedente, sans comprendre les semaines, du nombre des iours de la suiuante, sans comprendre aussi les semaines. en donnant au nombre de qui il faut soustraire 7 iours, si la soustraction ne se peut faire autrement. D'où s'ensuit qu'on pourra cognoistre si l'an proposé est defaillant, ordinaire, ou abondant, en soustrayant le nombre de la ferie de son commencement, du nombre de la ferie du commencement de l'année suiuante. Car en l'an commun si le reste est 3, l'an sera defaillant; si 4, il sera ordinaire; si 5, il sera abondant; pareillement en l'an embolismal, si le reste est 5, il sera defaillant; si 6, ordinaire; si 7, abondant. La raison est que les nombres des iours des années communes sont 353, 354, 355, & des embolismales 383. 384, 385, desquels ostant toutes les semaines, les restes sont, aux communes 3, 4, 5, & aux embolismales 5, 6, & 7.

COROLL. I.

A cause que deux années embolismales ne s'entresuiuent iamais, des soustractions precedentes s'ensuit, que le nombre de la ferie du commencement d'vn an commun estant soustraict du nombre de la ferie du commencement de l'année suiuante embolismale, le reste ne doit pas estre 6 ou 7, à cause que ces deux restes ne peuuent conuenir qu'à vn an embolismal, qui ne peut preceder immediatement vn autre an embolismal.

COROLL. II.

Il s'ensuit aussi, qu'ayant soustraict le nombre de la ferie du commencement d'vn an commun, du nombre de la ferie du commencement de l'année suiuante, que le reste ne doit pas estre 6 ou

7, à cause que l'année proposée deuroit encore estre embolismale, contre l'hypothese.

COROLL. III.

Il est euident aussi qu'ayant soustraict le nombre de la ferie d'vn an embolismal, du nombre de la ferie de l'année suiuante, que le reste ne doit pas estre 3 ou 4; à cause que ces deux restes ne peuuent conuenir à vne année embolismale.

Le 9. si on diuise les ans du monde par 19, le reste sera le nombre d'or de l'année proposée, par le moyen duquel, de mesme qu'au Calendrier precedent, on cognoistra si l'an proposé est embolismal ou commun: car si ce nombre d'or est 3, 6, 8, 11, 14, 17, ou 19, l'an proposé sera embolismal, sinon, il sera commun.

Le 10. Pasque, qui est tousiours au 15 du mois Nisan, comme nous auons desia dit, ne se doit iamais celebrer aux feries 2, 4, 6, ce que les Iuifs signifient par le mot *Badu*, & par consequent la ferie du 15 de Nisan, & aussi celle du premier iour de Nisan, qui ne differe iamais de la ferie du 15, est tousiours en nombre impair, à sçauoir 1, 3, 5, ou 7: & par consequent, suiuant le 3 article, la ferie Thisri sera tousiours en l'vne des feries 3, 5, 7, & 2, & non iamais aux feries 1, 4, 6, ce que les Iuifs signifient par ce mot *Adu*, qui signifie qu'au lieu des feries 1, 4, 6, on doit prendre la prochaine ferie suiuante 3, 5, ou 7.

Le 11. si au nombre des heures de Molad il y a 18 heures ou plus, on doit tousiours augmenter le nombre des iours de la ferie d'vn iour, ce que les Iuifs signifient par ce mot *Iach*.

Le 12. si en vn an commun le charactere ou *Molad* de Thisri est 3, 9, 204, ou plus grand, à cause que nous auons dit au 6 article, que le charactere d'vn an commun est 4, 8, 876: & que 2, 9, 204, auec 4, 8, 876 scr. font 7 iours, 18 h. le charactere ou Molad de l'année suiuante sera 7 iours 18 h. & prenant au lieu de 18 h. vn iour, suiuant le 11 article, pour le charactere ou Molad de la mesme année suiuante, on aura 1, qu'il faut changer en 2, suiuant la reigle *Adu*, qui est au 10 article. Tellement que si le charactere ou Molad de Thisri d'vn an commun est 3, 9, 204, ou plus grand, le nombre de la ferie de l'année suiuante sera 2.

Que si pour le nombre de la ferie de l'année proposée on prend

3, suiuant le nombre 3 du charactere 3, 9, 204 scr. par le precepte du 8 art. ostant la ferie 3 de sa ferie 2, restera 6, qui monstre qu'il ne peut conuenir à vne année commune, comme il appert du precepte du 8 article.

Pour euiter cet inconuenient, les Hebreux ont ordonné que si en l'an commun le charactere ou Molad est 3, 9, 204 scr. ou plus grand, qu'il faudra prendre pour la ferie de l'an proposé 5 au lieu de 3, ce qu'ils signifient par ce mot *Gatrad*.

Le 13. si en vn an embolismal le charactere ou Molad est 3 iours 18 h. on trouuera par le 6 art. que celuy de l'année suiuante sera 2 iours 15 h. 589 scr. Car 3 iours 18 h. estant adioustez auec 5 iours 21 h. 589 scr. qui est le charactere d'vn an embolismal, fait 2 iours 15 h. 589 scr. pour le charactere de Thisri de l'année suiuante. Mais par les regles de *Iach* & *Adu*, données cy deuant aux 10 & 11 articles, pour la ferie de Thisri de l'année proposée embolismale, on prend 5 au lieu de 3 iours 18 h. qui se trouuent en son charactere. Que si pour la ferie de Thisri de la prochaine année suiuante on prend la seconde, que denote son charactere 2 iours 15 h 589 scr. ostant le nombre de ferie 5 du nombre 2 de la ferie de l'année suiuante, restera 4, qui ne peut conuenir à vne année embolismale comme il appert du precepte du 8 article.

Pour euiter cet inconuenient, les Hebreux ont ordonné, que si le charactere ou Molad de quelque année qui suit l'embolismal est 2 iours 15 h. 589 scr. ou plus grand, qu'il faudra prendre la ferie 3 au lieu de la ferie 2, que denote le charactere 2 iours 15 h. 589 scr. ce qu'ils signifient par ce mot *Batuthakphat*.

Le 14. en ce quatorziesme & dernier article, nous dirons que les Iuifs commencent le iour precisément à 6 heures du soir, à sçauoir 18 h. plustost que Ptolomée. Et qu'ils prennent pour meridien celuy d'Edem, proche de l'Euphrate, où Adam a esté creé, lequel est plus oriental que celuy d'Alexandrie ou de Ptolomée de 849 scrupules, qui valent 47′ & 10″.

Nous mettrons icy en suite, les tables necessaires pour soulager le calcul qu'il faudroit faire pour trouuer les commencemens des ans des Hebreux, & la ferie de Thisri, qui est le premier iour de leurs ans ciuils.

Table 1. des cycles du nombre d'or.

cycles	iours	heures	scrup.	cycles	iours	heures	scrup.
1	2	16	595	40	2	14	40
2	5	9	110	50	1	11	590
3	1	1	705	60	0	9	60
4	3	18	220	70	6	6	610
5	6	10	815	80	5	4	80
6	2	3	330	90	4	1	630
7	4	19	925	100	2	23	100
8	0	12	440	200	5	22	200
9	3	4	1035	300	1	21	300
10	5	21	550	400	4	20	400
20	4	19	20	500	0	19	500
30	3	16	570	600	3	18	600
					2	5	204

Table 2. des ans du nombre d'or.

ans	iours	heures	scrup.	ans	iours	heures	scrup.
1	4	8	876	11. b	5	3	928
2	1	17	672	12	2	12	724
3. b	0	15	181	13	6	21	520
4	4	23	1057	14. b	5	19	29
5	2	8	853	15	3	3	905
6. b	1	6	362	16	0	12	701
7	5	15	158	17. b	6	10	210
8. b	4	12	747	18	3	19	6
9	1	21	543	19. b	2	16	595
10	6	6	339				

Table 3. des mois.

mois de l'an cõmun.	*iours*	*heures*	*scrup.*	*mois de l'an embolime.*
1	1	12	793	1
2	3	1	506	2
3	4	14	209	3
4	6	2	1012	4
5	0	15	725	5
6	2	4	438	emb.
7	3	17	151	6
8	5	5	944	7
9	6	18	657	8
10	1	7	370	9
11	2	20	83	10
12	4	8	876	11
	5	21	589	12

Exemples de l'vsage de ces tables.

EXEMPL. I.

Soit à trouuer en quel mois Iulien, & au quantiesme iour, commence l'an Iudaique 5361. Premierement, par la soustraction de l'epoche 3761 du nombre donné 5361, le reste 1600 monstre qu'il a son commencement en l'an de grace 1600. Puis en diuisant le nombre donné 5361 par 19 & 28, on trouuera 282 cycles complets, & 3 de reste pour le nombre d'or : mais à cause que l'année proposée n'est pas complette, il n'y aura que 2 ans outre les 282 cycles complets.

La diuision par 28 a donné 3 pour son cycle solaire, qui donne E, pour la lettre dominicale, en la table des cycles solaires mise cy apres page 195 : le calcul se fera ainsi.

	iours.	*H.*	*scr.*
cycl. 200.	5	22	200
cycl. 80.	5	4	80
cycl. 2.	5	9	110
ans 2.	1	17	672
la racine	2	5	204
somme	18.	57.	1266
	6.	10.	186

De l'addition ou somme 18 iours 57 h. 1266 scrupules, ayant fait les reductions, & rejetté les semaines, il reste pour le molad ou charactere 6 iours 10 h 186 scr. qui signifient que la nouuelle Lune Thisri est en la 6 ferie 10 h. 186 scr. apres le commencement d'icelle 6 ferie.

Table 4. contenant les termes des nouuelles Lunes plus proches de Thisri.

Nombre d'or.	*Siecle 1.*	*Siecle de Moyse.*	*Siecle de Salomon.*	*Siecle des Maccha.*	*Siecle des Apostres.*	*Siecle present.*
1	O. 7	S. 30	S. 29	S. 26	S. 25	S. 20
2	S. 26	S. 19	S. 17	S. 16	S. 15	S. 9
3. b.	S. 16	S. 9	S. 6	S. 4	S. 4	A. 30
4	O. 4	S. 27	S. 25	S. 23	S. 22	S. 18
5	S. 23	S. 16	S. 15	S. 13	S. 11	S. 6
6. b	S. 12	S. 5	S. 3	S. 3	S. 1	A. 25
7	O. 1	S. 24	S. 22	S. 20	S. 19	S. 14
8. b	S. 21	S. 13	S. 11	S. 9	S. 8	S. 3
9	O. 8	O. 2	S. 30	S. 28	S. 27	S. 22
10	S. 28	S. 21	S. 19	S. 17	S. 16	S. 11
11. b	S. 17	S. 10	S. 8	S. 6	S. 5	A. 31
12	O. 6	S. 28	S. 27	S. 25	S. 23	S. 19
13	S. 24	S. 18	S. 16	S. 14	S. 13	S. 7
14. b	S. 14	S. 7	S. 5	S. 3	S. 2	A. 29
15	O. 3	S. 26	S. 24	S. 21	S. 21	S. 16
16	S. 22	S. 14	S. 13	S. 11	S. 9	S. 5
17. b	S. 10	S. 3	S. 2	A. 31	A. 30	A. 25
18	S. 29	S. 22	S. 20	S. 19	S. 18	S. 12
19. b	S. 19	S. 12	S. 10	S. 7	S. 7	S. 2

Des lettres A. S. O. l'A, signifie Aoust : S. Septembre : & O. Octobre.

Le nombre d'or 3, de l'année proposée, en la 4 table, en la co-lomne de ce siecle, monstre que le 30 d'Aoust est le terme de This-ri, & la 6 ferie plus proche du 30 d'Aoust est le 29 d'Aoust; comme il appert de la lettre dominicale E. Et par ainsi selon l'astronomie, cette année des Iuifs deuroit commencer au 29 d'Aoust de l'année

1600 : mais à cause de la regle *Adu* du 10 article, au lieu de ferie, on prendra la 7 ferie, qui est au 30 d'Aoust du Calend Iulien pour le iour de Thisri de l'année proposée 5361.

EXEMPLE II.

Soit à trouuer le premier iour de l'an Iudaique 5349, qui co spond à l'an de grace 1588, diuisant 5348 ans complets par 19 trouuera 281 cycles & 9 ans de reste, pour lesquels le calcu sera ainsi.

	iours.	H.	scr.
cycl. 200.	5	22	200
cycl. 80.	5	4	80
cycl. 1.	2	16	586
ans 9.	1	21	543
racine	2	5	204
somme.	15	68	1622
	3	21	542

De l'addition ou somme ces nombres, ayant fait les re ctions, & rejetté les semaii reste 3 iours 21 h. 542 scr. p prenant vn iour pour 18 heur suiuant la regle *Iach* donnée l'vnziesme article, on aura pc charactere 4 iours 3 heures scrupules.

Ayant ainsi trouué le charactere, pour auoir le cycle solaire diuisera le nombre donné 5349 par 28, & restera vn pour cycle laire, qui en la table des cycles solaires donne F, pour lettre do nicale de l'année proposée.

Le reste 9 de la diuision fait par 19, monstre que si on eust di le nombre proposé sans le diminuer d'vne vnité, que le reste e esté 10, & par consequent le nombre d'or de l'année proposée 10, lequel en la 4 table, en la colomne de nostre siecle, donne l' ziesme de Septembre pour le terme de Thisri, & la 4 ferie p proche de ce terme, est le mesme 11 de Septembre, comme il pert de la lettre dominicale F : mais à cause de la regle de *Adu* mois Thisri doit commencer au 12 de Septembre en l'an de gr 1588.

Par la mesme methode on trouuera que l'an Iudaique 540 commencé le 19 Septembre de l'an 1639 : 5401 le 7 Septembre l'an 1640 : 5402 le 26 d'Aoust de l'an 1641 : 5406 le 15 Septem de l'an 1645.

Car en l'an 5400 du monde le nombre d'or estoit 4, la lettre minicale F, & le charactere de Thisri 3 iours 16 h. 885 scr. le nom

d'or 4, monstre que l'année est commune & non embolismale: il donne aussi le 19 de Septembre pour le terme de Thisri, le charactere 3 iours 16 h. 885 scr. monstre que suiuant l'astronomie, qu'il faudroit prendre la 3 ferie, mais à cause que 3 iours 16 h. 885 scr. ne sont moindres que 3 iours 9 h. 204 scr. suiuant la regle de *Gatrad*, donnée au 12 article, prenant la 5 ferie au lieu de la troisiesme, on aura pour le requis le Ieudy 19 Septembre de l'an de grace 1639.

En l'an du monde 5401, le nombre d'or est 5, la lettre dominicale D, & le charactere de Thisri vn iour 1 h. 681 scr.; le nombre d'or 5 monstre que l'an est commun, & que le terme de Thisri est le 7 de Septembre: & parce que par la regle *Adu* donnée au 10 article, Thisri ne peut estre en la premiere ferie, en prenant la seconde ferie qui est le Lundy, au lieu de la premiere qui est au charactere vn iour 1 h. 681 scr. le commencement de Thisri est arriué au Lundy 7 de Septembre de l'an de grace 1640.

En l'an du monde 5406 le nombre d'or est 10, la lettre dominicale E, & le charactere de Thisri 4 iours 23 h. 167 scr.; le nombre d'or 10 monstre que l'an est commun, & que le terme de Thisri est l'vnziesme de Septembre. Pour la ferie, au lieu de 4 qu'il y a au charactere, on prendra 5, à cause que par la regle de *Iach* donnée au 10 article, pour 18 heures ou plus on doit prendre vn iour, & par ainsi le Ieudy 11 de Septembre de l'an 1645, sera le commencement de l'an Iudaique 5406.

En tous ces exemples, qui sont pour le Calendrier Iulien, en adjoustant 10 iours, on aura aussi les commencemens des ans du monde des Iuifs au Calendrier Gregorien: comme au dernier exemple, pour le Calendrier Gregorien on prendra le 21 de Septembre, au lieu de l'vnziesme du Iulien.

Synopse des epoches ou æres vsuelles des diuers ans & cycles expliquées par les ans du periode Iulien, & par ceux qui precedent & suiuent l'epoche de I. Christ, que nous auons pris des tables Rodol-

phines de Kepler, en adjoustans seulement les an[s] du periode Iulien.

iode ien.	*Ante Christ.*	
	5509 *utrum*	Les ans du monde commencent selon les Grec[s] au premier de Septembre : ils attribuent aussi a[u] cycle de leur indiction le mesme commencement.
33 *uui*	1376 *igrap*	Les ans d'Adam, ou de la creation du monde selon les Iuifs, posterieurs à I. Christ, commencen[t] le 7 d'Octobre.
938	776 *regar*	Le premier jeu Olympique a commencé en Iuil-let : mais les ans des diuerses Prouinces de la Gre-ce, dans lesquels on a commencé la premier[e] Olympiade, auoient eu diuers commencemens. Celuy des Macedoniens auoit commencé en Octobre de l'an 3937 du periode Iulien : ceux de plusieurs autres Prouinces de la Grece vers la fin du mesme an 3937 : celuy d'Achaie, en Auril de l'an 3938 : celuy des Atheniens au mesme mois du jeu en Iuin ou Iuillet de l'an 3938 dudit periode Iulien.
961	753	Les ans de la fondation de Rome commencent au mois de May selon Varron, & plusieurs autres qui ont escrit depuis Auguste : & aussi selon la ce-lebration des jeux seculiers des Empereurs.
962	752 *rete*	Mais selon Caton, Tarruntius, les Fastes Capi-tolins, Eusebe, Solin, & autres, ils commencen[t] en l'an 3962 du periode Iulien.
967	747 *reder*	Au 26 de Feurier, a commencé le premier iou[r] Thoth du premier mois d'Egypte, des ans solaires de Nabonassar, desquels se sert Ptolomée, & autre[s] Astronomes.
281	433 *eci*	Au 26 de Iuin, est le commencement des cycle[s] de Meton, chacun desquels cycles contenoit [...]

Periode Iulien.	Ante Christ.	
		ans lunaires, le premier desquels commençoit par le mois de l'Hecatombe, & le mois Posideon doubloit en 7 ans.
4384	330 icru	Au 28 de Iuin, est le commencement des periodes lunaires de Calippus, chacun desquels est de 76 ans.
4390	324 ibo	Au 12 de Nouembre, a commencé le premier iour Thoth des ans Egyptiens de la mort d'Alexandre le Grand, entre le commencement desquels, & de ceux de Nabonassar, il y a precisément 424 ans Egyptiens. Ptolomée, Theon, & Albategnius se seruent d'iceux.
4402	312 ipe	Au Printemps, au mois de Nisan est le commencement ou epoche des Grecs, nommé Chetim; dont se sert celuy qui a escrit l'histoire des Macchabées sur les choses qui concernent les Iuifs.
4402	312 ipe	Au 15 d'Octobre, a commencé l'epoche, *contractuum*, qui est à dire, des contracts, des ans *Antiocheni*, ainsi nommez de la ville d'Antioche, qui ont esté vsurpez aux Conciles. Et aussi selon Eusebe, les ans des Edesseens, qui les nomment des Seleucides, dont Kepler doute, à cause que celuy qui a escrit l'histoire des Macchabées, sur les choses concernantes les Gentils, se sert d'iceux. Les Astronomes Arabes posterieurs à l'epoche de I. Christ, les commencent au premier d'Octobre & les appellent ans d'Alexandre, & aussi les ans Dhilkarnaim. Que Humen Astronome Egyptien en ses tables Astronomiques, s'est serui de ce commencement & epoche, il est manifeste de ce que dit son translateur Iean Parisien, & Caluisius en l'Isagoge de la Chronologie, en la 83 fueille.
4403	311 ipa	Au 15 d'Octobre, ont commencé les ans, selon les Chaldeens dans Ptolomée, desquels se seruent les Rois Selouciens, en leurs Epistres qui sont in-

Periode Iulien. Ante Christ. ſerez en l'hiſtoire des Macchabées : auſquels Keples, contre l'opinion d'Euſebe, eſtime que le nom des ans Seleucides appartient.

4429 285 Au 27 de Iuin, commencent les ans ſelon Denys Mathematicien dans Ptolomée.

4666 48 Au 13 de May, & le 23 d'Artemiſius, commencent les ans d'Antioche, à ſçauoir de la liberté receuë ; que Ignatius, Patriarche du lieu, les commence du premier jour d'Artemiſius. Les indictions de Ceſar ont auſſi le meſme commencement. Neantmoins quelques vns des Chreſtiens orientaux les commẽçant du premier de Septembre de l'année precedente, les continuent juſques au premier an de Conſtantinople.

4669 45 Au 1 de Ianuier, le Vendredy commencent les ans Iuliens fixes, qui eſt le commencement & premier iour du Calendrier moderne reſtitué par Auguſte, que l'on les continuë contre la ſuite des ans, outre leur commencement vers le commencement du monde.

L'epoche des Indiens a auſſi le meſme commencement, qui eſt des ans Arabiques retrocedans, dans l'hiſtorien Nicolas Contius.

4676 38 Au 1 de Ianuier, a commencé l'epoche (d'Auguſte Ceſar) hiſpanique vſitée dans les Conciles.

Ans de grace.

4714 1. Au 1 de Ianuier, a commencé le grand cycle de 532 ans de Denys le Petit, & ſont auſſi pris pour les ans de la Natiuité de I. Chriſt par Sigibertus, Marianus Scotus, & la numeration de la Natiuité de I. Chriſt, d'Euſebe, & de S. Ieroſme conuient auec cette epoche.

Les ans de cette epoche ſont en vſage en tout l'Occident depuis le regne de Meroüée, ou à tout le moins de Charlemagne, mais ils ont diuers commencemens : car à Rome, pour les affaires de la

Periode Iulien	Ans de grace	
		Chambre Apostolique, on les commence au 1[illegible] Decembre, de l'année qui precede cette epoch[e] qui est le iour de Noel, d'où vient le nom des an[s] de la Natiuité de I. Christ : & selon ce commenc[e]ment ils excedoroient d'vn an ceux de l'epoche [de] Denys le Petit, ou du grand cycle. Cesar auth[eur] de ce Calendrier, 45 ans auparauant auoit mis [le] commencement au premier de Ianuier, lequel [a] esté suiuy en cela des Empereurs qui luy ont su[c]cedé, & des principales Prouinces & Royaum[es] de la Chrestienté, & mesme en France, qu'on au[oit] de coustume de le commencer à Pasque, dep[uis] l'arrest donné en l'an 1564, où le commence [au] premier de Ianuier.
		Le cycle solaire commencé au 24 de Feurie[r] on conte par Calendes, Nones & Ides, à la mo[de] des Latins, mais selon qu'on conte aux langu[es] vulgaires, il commence au premier de Mars, i[c]e que Feurier s'estend iusques à 29 iours, finissan[t] au commencement du 30 iour.
		Quelques Ecclesiastiques le commencent [au] premier de Mars, à cause qu'en leurs calculs le pl[us] souuent le mois paschal est Mars, receuant la pl[us] grande partie du Nisan des Hebreux. Quelqu[es] villes d'Italie les suiuent en cela.
		Les Venitiens, Florentins, Pisans, & quelqu[es] autres Republiques d'Italie, prennent pour commencement des ans de cette epoche la sais[on] de l'equinoxe du Printemps : comme faisoient [la] plus part des Historiens du temps de Charlem[a]gne, & I. de Barros historien de Portugal, il y a pl[us] de 100 ans.
		Les anciens Ecclesiastiques commençoient l'a[n]née le 25 de Mars, feste de l'Annonciation : & au[ssi] à leur imitation les Rois & Republiques Chre[s]stiens. Partant selon le cycle de Denys le Petit

Periode Iulien	Ans de grace	
		d'où ont prins origine les ans Iuliens, qui sont maintenant en vsage, en ce iour 25 de Mars de la premiere année courante, a esté conceu I. Christ dans le ventre de la bien-heureuse V. M.
		Le premier d'Auril est prins pour le commencement de l'an, par les Clementins, Anastasius d'Antioche, Gregoire de Tours, &c. à cause qu'ils prennent Mars pour le 12 mois, & Auril pour le premier, pource qu'anciennement il conuenoit le plus souuent auec Nisan premier mois des Iuifs.
		La feste mobile de Pasque estoit le commencement de l'an en France deuant 1564, en Angleterre, Florence, à Rome, au Consistoire des Cardinaux, & parmy les Ecclesiastiques, tesmoin Monsieur de Thou en son Histoire: d'où vient que ces ans ont esté appellez par quelques vns des anciens, ans de la Passion du Seigneur, d'vn titre ambigu.
		Le 28 d'Octobre commence le cycle Pascal de Victor Capuan, & de Victorin Aquitain. Et les ans deriuez de ce cycle sont pris par quelques vns pour l'Ære intitulé de Grace, preschée par S. Iean ou aussi intitulée de la Passion, encore que veritablement elle soit posterieure.
4935	222 bee	Au premier de Ianuier, commencent les Hexkedecaëterides de Hippolyte.
4997	284 brid	Au 29 d'Aoust, commencement de l'an fixe des Egyptiens, ont commencé les cycles Paschales de Denys Alexandrin, qui est aussi le commencement des ans de Diocletian, nommé l'Ære des Martyrs l'Ære des Abyssins, des Habasseniens, Ære d'Elkupti, & aussi de Grace. De cet epoche s'est seruy tout l'orbe Romain, quant à la designation par Consuls, iusques au temps de Iustinian.
		Mais les Eglises posterieures, de Constantinople

Periode Julien | Ans de grace

& d'Antioche, attirées du voisinage des Calend de Septembre, n'estimât que cette anticipation d trois iours des mois Iuliens fust necessaire, ils on mis le commencement de l'an au premier de Septembre, faisant l'intercalation en Feurier, comm les Romains, laissant aux Egyptiens leur commencement & intercalation.

Iean Parisien semble aussi les auoir imité en l translation des tables Astronomiques de Hum Egyptien, dont on a desia fait mention cy dessu quand il escrit, *factas fuisse Tabulas ad Meridi ciuitatis Antiochiæ, quatuor mensibus ante ann Christi* 1143, qui est le premier de Septembre l'an 1142.

4998 285 *brit* Le premier d'Auril du mois Paschal, a esté re pour le commencement de l'an de Diocletian, des Martyrs, en l'Eglise d'Alexandrie.

5025 312 *cab* Au 25 d'Octobre, commencent leurs Indictio ceux de Constantinople, iusques à present, da les Cours des Empereurs. Mais les Empere Grecs, & les Ecclesiastiques de Constantinople les commencent au commencement de leur a qui est le premier de Septembre; & auec eux Cedrenus: Et au contraire, l'Eglise Romaine les commence au premier de Ianuier de l'année suiuant 313. S. Ignace Patriarche d'Antioche les commence au premier de May, ou d'Artemisius de l'an 31

5265 552 *tue* Au 10 d'Aoust, commence l'Ære des Armeniens: qui vsent des mois de Perse, mais qui so fixes, ayant leurs intercalations purement Romaines.

5335 622 *feb* Au Vendredy 16 de Iuillet, commence l'epoc des ans lunaires retrocedans de l'Hegire, qui so en vsage parmy les Mahometans, Arabes & Turc

5345 632 *fie* Au 16 de Iuin, commencent les ans Persans de Iesdagird, qui sont semblables aux Egyptiens.

Au

Periode Iulien	Ans de grace
6395.	1682

Au 5 d'Octobre, ont commencé les ans Gregoriens; partant depuis la fin du 4 d'Octobre 1582, iusques au commencement du premier de Mars 1700, le Calendrier Gregorien excedera de 10 iours le Calendrier Iulien, & aux 100 ans suiuans de 11 iours.

Voila les principales epoches, par le moyen desquelles on pourra changer les ans des vnes aux ans des autres precisément, selon que leurs epoches sont precises.

Si du nombre des ans du periode Iulien ayant osté vn, on diuise le reste par 4, le reste, s'il y en a, sinon le diuiseur 4, sera le nombre des ans d'apres l'année bissextile precedente: ce faisant on trouuera que 4714, qui correspond au premier des ans de grace, estoit la premiere année d'apres bissexte; car diuisant 4713 par 4, reste vn. Par la mesme methode on trouuera que 953 du periode Iulien, qui correspond à 3761 année *ante* Christ, qui est l'epoche des ans du monde des Iuifs, estoit bissextil. D'où s'ensuit que les bissextils des ans *ante* Christ se trouuent de mesme que ceux du periode Iulien.

Pour reduire les ans du periode Iulien en ceux de l'epoche de I. Christ, il faut retenir par cœur que 4713 du periode Iulien, est le premier des ans *ante* Christ, & 4714 le premier des ans *post* Christ. Partant, pour sçauoir 953 du periode Iulien, par exemple, le quantiesme il est des ans de l'epoche de Iesus Christ, on soustrait le nombre donné 953 de 4714, & le reste 3761, monstrera que le monde, selon les Iuifs, a esté creé en l'an 3761 *ante* Christ, on trouuera aussi qu'à 6355 du periode Iulien, correspond l'an de Grace 1642, qui est le reste du nombre donné 6355, ayant soustrait 4713. Que si on demande le iour correspondant au 26 de Decembre, par exemple, de 6354 du periode Iulien, ayant fait la soustraction on aura l'an de grace 1641, le 26 de Decembre, au Calendrier du vieux stil; mais en celuy du nouueau stil, ce sera le 5 de Ianuier 1642.

Si on soustraict les ans *ante* Christ de 4714, le reste monstrera l'an correspondant du periode Iulien; ce faisant on trouuera que

l'an 776 *ante* Christ, est le 3938 du periode Iulien. Et en adjoustant les ans *post* Christ du vieux stil, auec 4713, la somme sera l'an correspondant du periode Iulien.

Que si l'an donné est du Calendrier Gregorien, pour trouuer son correspondant au periode Iulien, il faudra premierement le reduire en celuy du vieux stil, puis trouuer l'an du periode Iulien; par exemple, pour trouuer le iour correspondant au 6 de Ianuier de l'an Gregorien 1642, on changera premierement ce 6 de Ianuier 1642, au 27 de Decembre 1641 du vieux stil, puis adioustant 1641 auec 4713, on aura le 27 de Decembre de l'an 6354 du periode Iulien.

Pour sçauoir combien il y a, par exemple, depuis le commencement de 1642 du Calendrier Gregorien, iusques au commencement du monde ou epoche Iudaique, à cause que le temps donné est le 22 de Decembre de l'an 1641 du vieux stil, auquel correspond 6354 du periode Iulien, duquel ostant 953, reste 5401: & parce que l'epoche Iudaïque du monde commence le 7 d'Octobre, depuis le commencement du monde iusques au 7 d'Octobre du vieux stil, ou 17 du nouueau de l'an 1641, il y a 5401 ans complets.

Pour sçauoir en quelle saison de l'année estoit le 7 d'Octobre au commencement du monde, on dira, si en 400 ans l'equinoxe retrocede de 3 iours au Calendrier Iulien, combien aura-il retrocedé en 5401 ans, & on trouuera qu'il aura retrocedé de 40 iours & demy: & parce qu'il est à present enuiron au 23 de Septembre, au commencement du monde, ou de l'epoche Iudaïque, il estoit enuiron au 2 de Nouembre.

Par la mesme methode, on pourroit aussi changer les ans des autres epoches qui ne sont pas Iuliens les vns aux autres, & en Iuliens, & les Iuliens en chacun d'iceux, en les reduisant en iours, & des iours en faisant des ans & iours: mais à cause que ces reductions sont difficiles à faire sans tables, pour ne sçauoir pas bien les intercalations qu'ont receu ces ans, on les fera par le moyen des tables & regles que nous auons mis sur ce sujet au 5 tome, au commencement de la Theorie des Planetes.

Nous auons aussi donné le calcul Ecclesiastique à la fin de

l'Arithmetique, qui est au second tome : mais à cause que les methodes de trouuer les cycles, de l'indiction Romaine, du nombre d'or, & du cycle solaire, par le moyen du periode Iulien se retiennent plus facilement, nous dirons icy, que l'an proposé estant changé en celuy du periode Iulien, si on le diuise par 15, 19, & 28 les diuiseurs, ou les restes s'il y en a, seront les cycles de l'an proposé : ce faisant, on trouuera que les cycles du premier an de l'epoche de I. Christ sont 4 de l'indiction ; 2 du nombre d'or, ou du cycle lunaire ; & 10 du cycle solaire.

Selon le stil des Notaires Apostoliques, l'indiction commence au premier de Ianuier tant au nouuean qu'ancien Calendrier : & selon la practique des Empereurs, anciennement on le commençoit au 24 de Septembre de l'année precedente : mais maintenant les Notaires de l'Empire s'accommodent au stil des Pontifes.

L'epacte du Calendrier Iulien excede en ce siecle de 10 l'epacte du Calendrier Gregorien ; partant si on soustraict 10 de l'epacte du Calendrier Iulien, luy donnant 30, si la soustraction ne se peut faire autrement, le reste sera l'epacte du Calendrier Gregorien.

Ayant ainsi trouué 10 pour le cycle solaire, on aura en la table suiuante, B pour la lettre dominicale de la premiere année de l'epoche de I. Christ.

Ans bissextils.		*Premier apres biss.*		*Second apres biss.*		*Troisiesme apres biss.*	
1.	G.F	2	E	3	D	4	C
5.	B.A	6	G	7	F	8	E
9.	D.C	10	B	11	A	12	G
13.	F.E	14	D	15	C	16	B
17.	A.G	18	F	19	E	20	D
21.	C.B	22	A	23	G	24	F
25.	E.D	26	C	27	B	28	A

En l'année bissextile la premiere lettre sert iusqu'au 24 de Feurier, & la seconde lettre, qui est celle du Dimanche suiuant, sert iusques à la fin de l'année.

Ayant trouué la lettre dominicale du Calédrier Iulien par ce moyen de cette table, on prendra la troisiesme suiuante pour la dominicale Gregorienne ; à cause qu'ayant osté 7 de 10 iours, qui est la difference des deux Calendriers, il reste trois, qui monstre que la troisiesme lettre suiuante est la dominicale du Calendrier

Gregorien; & par consequent si la lettre dominicale du Calendrier Iulien est B, par exemple, celle du Calendrier Gregorien sera E, qui est la troisiesme lettre suiuante; que si l'année est bissextile, apres le 24 de Feurier, elle se changera en celle qui precede, qui est D.

De la feste de Pasques.

Nous auons dit au Calendrier des Hebreux, que le premier mois de leur an Ecclesiastique ou sacré, estoit Nisan, qui commençoit tousiours enuiron la nouuelle Lune plus proche de l'equinoxe du Printemps, & qu'ils celebroient leur Pasque au 15 iour de ce premier mois, à sçauoir entre la 6 heure du soir du 14, & la mesme heure du 15. Les Chrestiens afin de ne celebrer Pasque en mesme iour que les Iuifs, ordonnerent qu'on prendra tousiours pour la feste de Pasques, le premier Dimanche qui suit la pleine Lune d'apres l'equinoxe du Printemps. Et parce qu'en ce temps là l'equinoxe du Printemps estoit au 21 de Mars, ils ordonnerent qu'on prendroit tousiours pour la Lune de Pasques la prochaine, qui commence apres le 7 de Mars, & pour la feste de Pasques, le prochain Dimanche qui suit le 14 iour d'apres, qui est le 21 de Mars: d'où s'ensuit que Pasques ne peut iamais estre deuant le 22 de Mars. Et afin qu'on fust asseuré au quantiesme de Mars, ou d'Auril, commence la Lune de Pasques, ils distribuerent le nombre d'or dans le Calendrier, & ordonnerent que le premier iour de la Lune de Pasques, seroit celuy où se trouueroit immediatement apres le 7 de Mars le nombre d'or de l'année proposée. Au Calendrier Gregorien on a osté les nombres d'or de ce Calendrier, à cause qu'ils ne monstroient pas bien les nouuelles Lunes, & au lieu d'iceux on a mis les Epactes, qui sont moins sujettes à erreur, par le moyen desquelles on trouue dans ce Calendrier reformé la Lune de Pasques.

Nous noterons aussi, qu'à cause que le mois de Mars conuient en partie auec la premiere lunaison, ou mois Nisan des Hebreux, à leur imitation nous prenons tousiours pour la Lune de Mars celle de Pasques, à sçauoir celle qui est pleine immediatement deuant Pasques. D'où s'ensuit, que si la pleine Lune qui precede

Pasques, est apres le 14 d'Auril la Lune de Pasques, encore qu'elle aye commencé en Auril, on l'attribuë au mois de Mars, & la suiuante au mois d'Auril, & ainsi de suite.

Au calcul Ecclesiastique nous auons aussi baillé la regle pour trouuer le iour de la feste de Pasques en l'vn & l'autre Calendrier, Iulien & Gregorien : mais on la pourra trouuer plus facilement par le moyen de la table suiuante.

Nombre d'or.	Pasque Iulien.		Pasque Gregorien.	
1	Apr.	5	Apr.	2
2	Mar.	25	Mar.	22
3	Apr.	13	Mar.	11
4	Apr.	2	Mar.	30
5	Mar.	22	Mar.	19
6	Apr.	10	Apr.	7
7	Mar.	30	Mar.	27
8	Apr.	18	Mar.	16
9	Apr.	7	Apr.	4
10	Mar.	27	Mar.	24
11	Apr.	15	Mar.	13
12	Apr.	4	Apr.	1
13	Mar.	24	Mar.	21
14	Apr.	12	Apr.	8
15	Apr.	1	Mar.	29
16	Mar.	21	Mar.	18
17	Apr.	9	Apr.	6
18	Mar.	29	Mar.	26
19	Apr.	17	Mar.	15

Vsage de la table.

Pour auoir le iour de Pasques par le moyen de cette table, il faut premierement trouuer le cycle solaire, & le nombre d'or de l'année proposée ; puis par le moyen du cycle solaire, ayant trouué la lettre dominicale en la table precedente, & par le moyen du nombre d'or le terme de Pasque en cette table, on prendra le prochain Dimanche suiuant pour la feste de Pasques : par exemple, soit à trouuer la feste de Pasques de l'année 1636, ayant trouué 21 pour le cycle solaire, qui donne B pour la lettre dominicale ; & 3 pour le nombre d'or qui donne en cette table le 13 d'Auril pour le terme de Pasques Iulien, & le 11 de Mars pour le terme de Pasques Gregorien on prendra le Dimanche suiuant, qui est le 17 d'Auril pour le Pasque Iulien, & le 13 de Mars pour le Pasque Gregorien ; mais à cause que le 13 de Mars est du Calendrier Iulien, au Calendrier Gregorien au lieu du 13 de Mars, on dira que Pasque est le le 23

Distinction de la suite du temps par les choses plus notables de la Chronologie, y descriuant plus particulierement les principaux Autheurs qui ont inuenté ou escrit quelque chose des Mathematiques.

En la Chronologie, toutes choses ne se trouuent pas si precisément qu'on puisse dire le iour; & encore qu'elles se trouuassent, il seroit trop difficile de les retenir, & sçauoir si precisément. Partant nous distinguerons, comme a fait Heluicus, la suite du temps par interualles de chacun 50 ans, que l'on pourra, pour plus grande brieueté, nommer siecles, encore qu'ordinairement on les prend pour demy siecles, les deux ne faisant qu'vn siecle de 100 ans. En quoy nous nous seruirons des ans de l'epoche de I. Christ, laquelle est la mieux cognuë: car il n'y a personne qui doute, que depuis le commencement d'icelle iusques au commencement de l'année Iulienne presente 1642, il n'y aye 1641 ans complets. Il est certain aussi, que cette Epoche, ou premier an de ceux qui sont maintenant en vsage, est le 46 an de l'Epoche de Iules Cesar, ou de ceux qui ont commencé en l'année qu'il corrigea le Calendrier: mais l'on n'est pas d'accord que nostre Seigneur soit nay au 25 de Decembre de la 45 année d'icelle epoche de Iules Cesar, qui est celle qui precede l'epoche des ans qui sont maintenant en vsage, encore que ce soit la commune opinion receuë dés le temps de Denys le Petit, inuenteur du grand cycle de 532 ans.

I. Scaliger, que suit Heluicus, met l'an de la naissance de nostre Seigneur en la 43 de l'epoche de ladite correction du Calendrier par Cesar; le R. P. Deterius en la 41; Kepler en la 40; M. Antoine Capellus en la 39: Mais cette diuersité d'opinions, qui s'étend iusqu'à 6 ans, ne prejudicie en rien à la verité, qui est que depuis le commencement de l'année presente Iulienne 1642, iusques au commencement de la premiere année *post* Christ, que nous appellons de Grace, il y a 1641 ans complets. Partant prenant pour centre, ou commencements des interualles des 50 ans, l'epoche des ans Iuliens, qui sont maintenant en vsage, pour l'in-

erualle des ans compris entre 450 & 400 ans A. Christ, nous mettrons le 9 siecle, qui s'estend depuis 450 iusques à 400 ans A. Christ: Pareillement, pour l'interualle des ans *post* Christ, ou de Grace, compris depuis 400 iusques à 450, nous mettrons le 9 siecle, qui s'estend depuis 400 iusqu'à 450 ans de Grace.

46.

Le Deluge arriua en l'an A. Christ 2294, & du periode Iulien 1420.

45.

La Monarchie des Assyriens commença en ce siecle en l'an A. Christ 2228 & 2486 du periode Iulien, selon Iustin: & selon quelques autres Historiens, en l'an A. Christ 2357, & du periode Iulien, en l'an 2357, dont le premier Roy estoit Belus, que les Payés estimoient le premier des Dieux, & surnommerent Iupiter, Beel, Belphegor, & aussi Belzebuth, pour auoir esté le premier autheur de l'idolatrie, & du sacerdoce des Chaldeens. Cette Monarchie a duré enuiron 1355 ans, iusques à Arbaces premier Roy des Medes.

44.

En ce siecle, selon Auentin, commença à regner en Allemagne Theuthon, en l'an 2167 A. Christ, & 2547 du periode Iulien.

Aux dates suiuantes, nous ne mettrons que les ans A. Christ, à cause que ceux du periode Iulien se trouuent en soustrayant de 4714 les ans A. Christ. Pareillement à cause que l'an du monde correspondant à la mesme premiere année de grace, selon les Iuifs, est 3761, si de 3761 on soustraict le nombre donné des ans A. Christ, le reste sera le nombre des ans du monde ou d'Adam, selon les Iuifs. Mais à cause que les ans du monde ne commencent que vers le commencement de l'Automne ou d'Octobre, pour faire les reductions aux ans du monde plus precisément, il faudra diminuer le reste de la soustraction, de ce qu'il y aura depuis le commencement de l'année iusques au iour que commence l'an du monde, qui se trouuera aux epoches données cy deuant.

43.

Semiramis femme de Ninus Roy des Assyriens, commença à regner en ce siecle en l'an A. Christ 2121, laquelle apres la mort de son mary, pour regner cacha son sexe, & prenant l'habit

d'homme, se feignit estre son fils qui luy ressembloit; & par cet artifice regna 40 ans.

42.

Le Royaume des Sicyoniens commença en ce siecle en l'an 2089 A. Christ, dont le premier Roy s'appelloit Ægialée, duquel le Peloponnese prit aussi le nom d'Ægialée Ce Royaume ayant duré 922 ans, fut reuny auec celuy des Myceniens.

41.

Abraham nasquit en l'an A. Christ 2002. Treues fut aussi basti en ce temps-là.

40.

Ce siecle peut estre attribué à la naissance d'Abraham.

39.

En l'an 1927 A. Christ Abraham sort de son pays Haram pour venir en celuy de Chanaam, (destiné pour estre la Terre saincte) auquel temps luy fut premierement faite la promesse du don de posterité, & la benediction de toutes nations en sa semence, *Gen.* 12. Il enseigna l'Arithmetique & l'Astronomie aux Egyptiens.

En ce siecle en l'an 1916 A. Christ, nasquit Ismaël, fils premier nay d'Abraham, de sa seruante Agar, de qui sont descendus les Agareniens, Ismaëlites, Arabes, Sarazins, & les Turcs & Mahometans, comme Mahomet se vante en son Alcoran.

La circoncision fut instituée en l'an 1903 A. Christ.

Isaac nasquit en l'an 1902.

38.

En ce siecle Abraham offre son fils Isaac en sacrifice à Dieu.

Le Royaume des Argiens ou Argiuiens commença en l'an 18[illegible] A. Christ, dont le premier Roy s'appelloit Inachus. Il fut sou[illegible] au Royaume des Myceniens ayant duré 545 ans.

37.

En l'an 1841 A. Christ, nasquirent Esau & Iacob, enfans gemeaux, d'Isaac & de Rebecca, l'aisné desquels, qui estoit Esau vendit son droict d'aisnesse à Iacob son frere puisné pour vn potage de lentilles.

En ce temps les Druydes en France estoient en souuerain honneur, ayans l'administration tant des choses diuines, que tempo[illegible]

resses: lesquels estoient Prestres & Philosophes entre les Gaulois; tels qu'en Perse les Mages, les Chaldeens en Assyrie, & les Gymnosophistes és Indes.

36.

En l'an 1796 A. Christ, commença à regner en l'Actique, ou selon les autres à Thebes, Ogyges,

En l'an 1764 arriua le deluge d'Ogyges.

En l'an 1751 nasquit Ioseph.

35.

En l'an 1743 A. Christ, commença la domination des Egyptiens, qui a duré 1218 ans, iusques à Cambyses Roy des Perses & Medes, qui l'auoit conquis 200 ans deuant Alexandre le Grand.

En l'an 1731, Celtes, surnommé Iupiter, fils de Lucus & Galathée, succeda à son pere au Royaume des Gaules.

En l'an 1712 A. Christ, Iacob auec toute sa famille descend en Egypte.

34.

En ce siecle les freres de Ioseph l'allerent trouuer en Egypte, & leur pardonnant la faute qu'ils auoient commise en son endroit, les assista.

Epidaure d'Argolide, où estoit le temple d'Æsculape, fut bastie de ce temps: En quoy nous noterons qu'il y a encore deux autres Epidaures, l'vne en la prouince des Lacedemoniens, qui s'appelle maintenant Maluasia, & l'autre pres de Raguse.

33.

Ce siecle est celuy de Promethée, & d'Atlas Astrologue, qui estoient freres, & enfans de Iapet & de Clymené.

32.

En l'an 1576 A. Christ nasquit Moyse.

En ce temps les Ethiopiens venans du fleuue Indus en Egypte, & s'arrestans en la region qui est au delà d'Egypte, donnerent le nom d'Ethiopie.

En l'an 1556 A. Christ, commença à regner Cecrops en l'Attique, du nom duquel Athenes fut premierement nommée Cecropie. Ce fut le premier qui en Grece inuoqua Iupiter, luy ordonnant des sacrifices; & fut autheur des autres Idolatries, qui y furent depuis receuës.

Les Rois ont regné à Athenes 487, ausquels ont succedé les Magistrats.

En ce temps Aleman, Roy & Hercules des Alemans, eut 4 fils, qui s'appelloient; *Noricus*, d'où vient le nom de la prouince Norique; *Hunnus*, d'où viennent les Huns, peuples de la Scythie Europeenne par delà les marests Meotides, qui de là s'espandirent dans la Hongrie; *Heluetius*, d'où viennent *Heluetij*, ou Suisses; & le quatriesme, *Boius*, d'où viennent *Boij*, & *Boiemi*, qui est à dire, Boëmiens.

31.

Le deluge Deucalion arriua en l'an 1513 A. Christ, durant que Deucalion fils de Promethée regnoit en Thessalie.

En ce temps-là arriua aussi la cheute de Phaëton.

30.

L'Exode ou sortie des enfans d'Israël hors d'Egypte, arriua en l'an 1497 A. Christ.

En l'an 1457 A. Christ, Iosué, apres la mort d'Aaron & de Moyse, estant conducteur & chef des Enfans d'Israël (qui commencerent alors à estre gouuernez par Iuges) conquit la terre de promission, & la diuisa aux lignées d'Israël: Et le premier an du Sabath arriua en l'an 1450.

Le gouuernement des Iuges dura enuiron 376 ans: puis les Rois, iusques à la diuision du Royaume, regnerent enuiron 100 ans: & depuis la diuision du Royaume, ceux de Iuda regnerent 386 ans: & ceux d'Israël 255 ans.

Dardanus, fils de Iupiter & d'Electre, premier Roy des Troyens commença à regner en l'an 1479 A. Christ: & 296 ans apres, ce Royaume finit en la guerre de Troye sous Priamus le dernier Roy.

29.

En ce siecle, Dieu estant courroucé contre les Israëlites, les bailla au Roy de Mesopotamie, & luy seruirent 8 ans.

Quelque temps apres ils seruirent encores à Eglon Roy de Moab 18 ans. *ch. 3 des Iuges.*

En ce siecle Sisyphus commença à regner à Corinthe; & son regne, & sa posterité, a duré iusques au retour des Heraclides, qui s'y rendirent maistres au bout de 309 ans.

Les Danaïdes, autrement nommées Bellides, qui estoient 50 filles de Danaus Roy d'Argos, la premiere nuict de leurs nopces, par le conseil de leur pere, tuerent leurs maris, qui estoient 50 fils d'Egypte, frere de leur pere Danaus; hormis vne nommée Hypermnestre, qui espargna le sien, nommé Lyncée.

28.

En ce siecle Ganimede fils de Tros Roy de Troye, tres-beau jouuenceau fut raui & transporté au Ciel par Iupiter transfiguré en aigle, pour s'en seruir d'eschanson, & luy verser le Nectar, au lieu de Hebe fille de Iunon, qu'il auoit auparauant.

27.

En l'an 1319 A.C. Ianus premier Roy des Aborigenes, commença à regner en la contrée de la Campagne de Rome enuiron 150 ans deuant Ænée, & 902 ans deuant Romulus.

En ce siecle Amphion fils de Iupiter & d'Antiope regnoit à Thebes, & estoit Musicien si expert, que les rochers le suiuoient, comme les bestes & les arbres suiuoient Orphée.

Les Poëtes feignent qu'en ce siecle Bellerophon fils de Glauque Roy d'Ephyre ou Corinthe, dompta les Solymois, les Lyciens & Amazones, & tua aussi la Chimere, estant monté sur le Cheual Pegase volant, nay de Neptune & de Meduse.

Ils feignent aussi que Persée fils de Iupiter & de Danaé, & petit fils d'Acrise Roy des Argiens, ayant obtenu l'espée & les taloniers de Mercure, & le bouclier de Minerue, tua Meduse l'vne des Gorgones, dont il appliqua la teste à son bouclier, qui conuertissoit tous ceux qui la voyoient en rochers & montagnes.

Minos Roy de Crete ou Candie fleurissoit en ce siecle, lequel estoit si bon iusticier & equitable durant son regne, que les Poëtes ont feint qu'il est Lieutenant de Pluton, & qu'il exerce l'office de iudicature aux Enfers auec Æaque & Rhadamante.

26.

En ce siecle Pelops fils de Tantale Roy de Phrygie, fut le premier qui institua les jeux Olympiques en l'Elide: & de son nom ce pays qui auparauant s'appelloit Appie Pelagienne, fut nommé Peloponnese, qui est à dire, Isle de Pelops.

En ce mesme siecle Cadmus fils d'Agenor Roy de Phœnicie,

ayant esté delegué de son pere pour faire recherche de sa sœur Europe, qui auoit esté rauie par Iupiter, & emmenée en Candie, n'ayant peû trouuer sa sœur, il s'arresta en Bœoce : quelques-vns luy attribuent aussi l'inuention de 16 lettres Grecques, correspondantes à ces 16 lettres A, B, C, D, E, G, I, L, M, N, O, P, R, S, T, V.

En ce siecle la domination des Argiuiens prit le nom de celle des Myceniens, les deux Royaumes estans reuni en vn.

25.

En ce siecle les Argonautes nauigerent en Colchos pour rauir la Toison d'or. L'on met iusques à 56 Chefs de cette flotte, entre lesquels estoient Iason, Hercules, & Hylas son mignon, Castor, Pollux, Telamon, Orphée, Mopsus le deuin, Thesée, Nauplius, Zethes, & Calais.

Les neuf Muses, qu'Orphée en l'Hymne des Muses dit estre les filles de Iupin & de Mnemosyne, se peuuent rapporter à ce siecle: chacune desquelles (selon que Virgile nous les depeint en vn sien poëme) sont attribuées les inuentions des sciences : à sçauoir, à Clion, l'inuention de l'Histoire ; à Euterpe, des Flageoles, & autres instrumens à vent ; à Thalie, de la Comedie ; à Melpomene, de la Tragedie ; à Therpsicore, de la Harpe & de l'Espinette ; à Erato, de la Lyre & du Luth ; à Polyhymnie, de la Rhetorique ; à Ouranie, de l'Astronomie ; & à Calliope, des Vers Heroïques. Il y en a qui leur attribuent aussi chacun vn Ciel pour y presider, à sçauoir, à Clion, celuy de la Lune ; à Euterpe, de Mercure ; à Thalia, de Venus ; à Melpomene, du Soleil ; à Terpsichore, de Mars ; à Erato, de Iupiter ; à Polyhymnie, de Saturne ; à Ourania, du Firmament ; & à Calliope, le Crystalin, ou 9 ciel.

Castor & Pollux estoient deux freres gemeaux, enfans de Tyndare & de Lede, selon Homere, ou de Iupiter & de Lede, selon Hesiode ; qui furent appellez Tyndarides, du nom de leur pere Tyndare Roy d'Oebalie, contrée du Peloponnese, faisant partie de la Laconie.

La domination des Lydiens a commencé en l'an A. Christ 12[illegible] & a duré 675 ans.

Les premiers Rois des Lacedemoniens, commençant en ce siecle, ont regné iusques au retour des Heraclides au Peloponnese en l'an 1100.

En ce temps Dedale Athenien, excellent Architecte & Sculpteur, a construit le Labyrinthe en l'Isle de Crete; d'où s'estant enfuy auec son fils Icarus en grand vitesse, en vn nauire qu'il auoit accommodé auec voiles, on luy attribuë l'inuention fabuleuse des aisles qui luy seruirent en sa fuite.

24.

En ce siecle arriua la guerre de Troye, en laquelle le Capitaine general des Grecs estoit Agamemnon; & des autres Capitaines les principaux estoient Achilles, Menelaus frere d'Agamemnon, Ajax, Diomedes, Vlysses, Nestor, & Patroclus. Et du costé des Troyens, Hector & Paris fils de Priam, Ænée, & Antenor.

Les Areopagites, qui estoient des Iuges d'Athenes, qui decidoient au Temple de Mars souuerainement, tant des affaires publiques que particulieres, furent establis en ce siecle cy.

Samson doüé d'vne force de corps incroyable viuoit en ce siecle cy.

23.

Les Heraclides estant de retour au Peloponnese, commencerent à regner en l'an 1101 & 1102 à Corinthe, & en la Laconie.

22.

Saül premier Roy des Israëlites, commença à regner en l'an 107[illegible] A. Christ, changeant le gouuernement des Iuges en Royauté.

Dauid luy succeda en l'an 1061 A. Christ.

21.

En l'an 1029 A. Christ commença le Royaume des Tyriens ou de Phœnice, qui a duré iusqu'au regne de Cyrus, qui se rendit maistre de ce Royaume en l'an 554 A. C.

En l'an 1018 A. C. fut basty le Temple de Salomon.

20.

En l'an 981 A. Christ, Ieroboam fils de Nabat, de la Tribu d'Ephraim, fut esleu apres la mort de Salomon par le peuple d'Israël pour leur premier Roy: car tous les Iuifs estoient diuisez, & auoient quitté Roboam fils de Salomon pour sa tyrannie, auquel il ne resta que les deux Tributs de Iuda & de Benjamin, les dix autres Tributs ayans suiuy Ieroboam. Et depuis ce temps là il y eut deux Royaumes entre les Iuifs; l'vn appellé de Iuda de Hierusa-

em, & de Dauid, dont Roboam fut Roy; & l'autre qualifié l'Israel, d'Ephraim, & de Samarie, dont fut Roy Ieroboam.

19.

Homere estoit de ce siecle.

Midas Roy de Phrygie estoit aussi de ce temps.

Les Prophetes Elie & Elisée sont aussi de ce siecle.

18.

En ce siecle regnoit Lycurgue, legislateur tres-renommé des Lacedemoniens.

En l'an 873 A. C. commença le Royaume des Medes, qui a duré iusqu'à Cyrus, qui en l'an 559, fut Roy des Perses & des Medes.

En ce siecle Carthage fut bastie.

17.

Les Prophetes Ionas, Hosea, & Ioel ont fleury en ce siecle.

En l'an 813 A. C. commença le Royaume de Macedoine, qui a duré 490 ans.

Terpander Lesbien, excellent Poëte lyrique, & Musicien, lequel adjousta au tetrachorde qu'auoit inuenté Orphée encore trois chordes, a fleury en ce siecle.

Le Poëte Hesiode Bœotien fleurissoit aussi en ce siecle.

16.

En l'an 776 A C. commencent les Olympiades & ans d'Iphitus.

En l'an 752 fut bastie Rome.

Les Prophetes Amos, Zacharias, Esaias & Micha estoient de ce siecle.

15.

En l'an 747 A.C. commence l'epoche de Nabonassar, qui est le commencement de la domination des Babyloniens.

En l'an 722 les 10 Tribus furent menées en captiuité en Colchide & Iberie.

14.

Arion Poëte lyrique, natif de l'isle Lesbos, fleurissoit en ce siecle, & les Romains estoient en guerre contre les Fidenates.

13.

Les sept Sages de la Grece fleurissoient en ce siecle: dont le premier estoit Thales Milesien, qui apporta le premier d'Egypte

Gr

Grece la Geometrie. Il inuenta les propos. 5, 15, & 25, du 1 liure des Elemens, & 31 du 3. Il designa les tropiques & l'equinoxial; & fut le premier qui obserua la petite Ourse, & qui predit l'eclypse du Soleil : Il mesura les Pyramides d'Egypte par leurs ombres; & acquit des richesses par le moyen des Oliues qu'il acheta, preuoyant la cherté qui en deuoit arriuer.

Anacharsis Philosophe Scythien fleurissoit aussi en ce temps.

En l'an 608 A C. arriua la captiuité de Babylone.

Epimenide Philosophe & Poëte Candiot, a dormi en ce temps-cy sans s'esveiller 57 ans, & a vescu 157 ans.

12.

Pythagore Samien, Philosophe & Mathematicien tres-celebre, fleurissoit en ce siecle. Ce fut le premier qui illustra la science des nombres en la Grece : Il inuenta la theorie de la Musique, par le moyen des marteaux qu'il pesa, qui battoient sur l'enclume : Il recognut que Lucifer & Vesper, qu'on auoit creu iusques là estre deux estoiles, n'estoient qu'vne mesme estoile, à sçauoir celle que nous appellons Venus. Ce fut luy aussi qui fut le premier inuenteur des demonstrations de la 32 & 47 prop. du 1 des Elem. pour la derniere desquelles il sacrifia aux Muses l'Hecatombe : & fut aussi le premier qui ouurit l'eschole des Mathematiques.

Solon & Æsope estoient de ce siecle.

Cyrus, premier Roy de Perse, commença à regner en l'an 559 A. Christ.

En l'an A.C. 578, arriua la ruine & destruction de Hierusalem, & du Temple, par Nabuchodonosor Roy de Babylone.

11.

Les Philosophes Anaximander, Anaximenes, & Epicharme; & aussi le poëte Phocylides, fleurissoient en ce siecle.

Darius en l'an 521 A.C. succeda à Cambyses au Royaume de Perse, & ayant enuahi l'Asie & la Macedoine sous la conduite d'Arbazus, fut mis en déroute par Miltiades Capitaine Athenien en la journée de Marathon.

En l'an 508 les Romains commencerent à estre gouuernez par des Consuls.

Anaxagoras Clazomenien, premier autheur de la science des

eclipses, fleurissoit en ce siecle, & aussi Zenodorus, qui est autheur des figures Isoperimetres.

10.

Heraclite, Democrite, les poëtes Æschyle, Pindare, & Empedocles, qui estoit Poëte & Philosophe, fleurissoient en ce siecle, & aussi Hippocrate Prince des Medecins.

En l'an 491 les Tribus du peuple de Rome furent premierement crées.

Hippocrate Chius, c'est à dire, de l'Isle Scio, a trouué la quadrature de la Lunule : & est le premier qui aye escrit des Elemens de Geometrie, & qui a recognu, qu'ayant trouué deux moyennes proportionnelles entre deux lignes données, qu'on pourra doubler le cube.

En ce temps-là Nicomachus, qui a esté suiuy par Boece, a escrit de l'Arithmetique, qui se trouue encore en Grec, où il traitte aussi de la Musique. Pappus en son 3 liure, l'appelle Pythagoricien. Eutoce fait aussi mention de luy.

Cratiste estoit aussi de ce temps là, lequel sans aucun art, par vne bonté naturelle d'esprit, resoluoit toute sorte de problemes geometriques.

La domination des Sicambres vers l'emboucheure du Rhin commença en l'an 452 A. C.

9.

En ce siecle Xerxes Roy des Medes & des Perses, qui s'appelloit aussi Artaxerxes, & Assuerus, pour attaquer la Grece, fit passer son armée, qui estoit de 3000000 hommes, sur vn pont de vaisseaux qu'il fit faire sur l'Helespont.

Democrite Milesien fleurissoit en ce siecle, lequel a escrit de l'attouchement du Cercle, & de la Sphere, de la Geometrie, de lignes irrationelles, des Solides, des nombres Geometriques, de la Musique, de la Perspectiue, des Planetes, du grand an, & de la description du Ciel & de la Terre. *Laert.*

Parmenides Eleates est le premier qui a dit que la terre estoit spherique, & constituée au milieu du monde. *Laert.*

Meton & Euctemon enuiron l'an 428 A.C. obseruerent le solstice à Athenes.

Meton est le premier aussi qui a escrit des predictions de la qua-
té du temps de chaque année.

Il est aussi inuenteur du nombre d'or, ou cycle lunaire, qui s'ap-
elle aussi le cycle de Meton.

Les poëtes Grecs, Euripides, Sophocles, Aristophanes, fleuris-
oient en ce siecle: Et aussi les Historiens Grecs Herodote d'Ha-
carnasse, & Thucydide: Le philosophe Socrate, & Alcibiades,
apitaine renommé des Atheniens, sont aussi de ce siecle.

Zacharie, & Malachie dernier des Prophetes, ont fleury en ce
ecle.

Lysandre Capitaine des Lacedemoniens prit Athenes en l'an
04 A. C.

En l'an 407 A. C. Dionysius, ou Denys, Tyran de Syracuse,
ommença à regner.

8.

Platon philosophe tres-fameux & Prince de la secte Academi-
ue, estoit grandement studieux des Mathematiques, car il pro-
osoit tous les iours à ses escoliers vn Probleme geometrique, &
e receuoit aucun en son escole qui ne sceust la Geometrie. Il a
uenté la methode de demonstrer par l'Analyse. Ceux de l'isle de
elos l'allerent consulter comment ils pourroient doubler l'autel
Apollon, lesquels il renuoya à Euclide. Il ne laissa neantmoins
chercher la solution de ce probleme, car on voit dans Eutoce la
ethode de Platon pour trouuer deux moyennes proportionel-
, par le moyen desquelles vn cube se peut doubler. Il a aussi
slé beaucoup de Mathematiques en ses Dialogues, qu'ancien-
nent Theon Smyrneus, & Philippe Mendeus ont commentez.
mesme Philippe Mendeus a aussi obserué que l'arc-en-ciel fuit
x qui le suiuent, & suit ceux qui le fuyent.

on disciple de Neoclis, a trouué la determination Geometri
qui distingue le probleme soluble de celuy qui ne se peut re-
re. Il a aussi escrit apres Hippocrate des elements de Geo-
ie, mais plus exactement.

doxe Gnidien Astronome, fut le premier qui entre les Grec
sa l'année suiuant le cours du Soleil, par l'octaeteride ou
e de 8 ans. Il inuenta l'Arachnen, qui est vne espece

de quadrant solaire, dans lequel les lignes horaires, & les arcs des signes s'entrecouppent en la maniere d'vne araignée.

Architas Tarentinus est inuenteur des Mechaniques, lequel est repris par Platon pour ce suiet. Il fit vn pigeon de bois qui voloit; & est dans Eutoce sa methode de trouuer deux moyennes proportionelles.

En ce 8 siecle fleurissoient Isocrate Orateur, Conon Capitaine des Atheniens, Xenophon Capitaine & Philosophe Athenien, qui a escrit la premiere institution du grand Cyrus, intitulé *Cyropedie*. Ctesias Medecin, qui a escrit 20 liures de l'histoire des Perses; Aristippe Cyrenaic philosophe: Demosthene Prince des Orateurs Grecs, & Æschynes son aduersaire: Diogenes philosophe Cynique est aussi de ce siecle.

En ce siecle Epaminondas Capitaine Thebain, surmonta en la bataille de Leuctres les Lacedemoniens, conduits par leur Roy Agesilaus, de telle façon qu'ils n'ont peu du depuis recouurer l'Empire de Grece, qu'ils possedoient auparauant.

7.

En l'an 335 A.C. Alexandre le Grand commença à regner en Macedoine, & 3 ans apres surmonta Darius en la bataille d'Arbelo.

Les principaux Capitaines d'Alexandre le Grand estoient Ptolomeus fils de Lagus, Seleucus Nicanor, Perdicas, Antipater, Lysimachus, lesquels partagerent apres sa mort sa Monarchie. Ptolomée eut pour sa part l'Egypte; Seleucus Nicanor, la Syrie; Perdicas, l'administration de la Macedoine, qui luy fut ostée par Antipater qui le tua: & apres la mort d'Antipater, son fils Cassandre, ayant fait tuer Olympias mere d'Alexandre le Grand, & mettre en prison Roxane sa femme, auec vn sien fils, regna 18 ans en Macedoine. Antigonus fils de Perdicas eut vne partie de l'Asie, auquel succeda Demetrius son fils: la Thrace escheut à Lysimachus.

Aristæus a demonstré deuant Euclide des cones, lequel a esté suiui par Euclide. Il a aussi escrit de la resolution, & des lieux solides. *Pappus lib. 5.*

Geminus a demonstré qu'il y auoit trois sortes de lignes

laires; la droite, la circulaire, & la spirale cylindrique. Il a aussi enseigné la generation des spirales, conchoïdes, & cissoïdes, & a demonstré plus vniuersellement que Thales la 5 du premier des Elem. Car il a dit, que les lignes droites egales tirées d'vn poinct sur vne ligne similaire font à la base angles egaux entr'eux. Il a encore escrit 6 liures des narrations geometriques. *Proclus.*

Euclides Megarien ayant estudié long temps en Alexandrie, deuint excellent Geometre, & ne s'est trompé en aucun endroit des Elemens de Geometrie que nous auons de luy : il a inuenté le 5 liure des Elemens. Outre les Elemens, il a aussi escrit des Phenomenes, de l'Optique, de la Catoptrique, de la Musique, des Dates Les autres liures dont Pappus fait mention sont perdus, à sçauoir, de resolution; de paralogismes; des lieux à la superficie, 2 liures; des Coniques, 4 liures; de Porismes, 3 liures.

Aristote Stagirite, tres-excellent Philosophe, & Prince des Peripateticiens, a escrit vn liure des Questions Mechaniques; vn autre liure de la Musique. Il est le premier de ceux qui ont baillé demonstration des meteores, nommez Halo & Iris : & meslé aussi beaucoup de Mathematiques en tous ses œuures, que Blancanus a expliqué.

Crates Philosophe Thebain est contemporain d'Aristote.

En l'an 332 a commencé le Royaume d'Escosse.

6.

Depuis l'an 282. A. C. iusques à l'an 273, a duré la guerre de Tarente contre Pyrrhus.

Depuis l'an 265 iusques à l'an 241, a duré la premiere guerre Punique.

Aratus Poëte Grec en ce siecle, a descrit en vers les constellations celestes.

Calippus Cygicenien, grand Astronome, dont Aristote fait mention en sa Metaphysique, est autheur du cycle de 76 ans, qu'il a fait de 4 cycles de Meton, dont il a mis le commencement en la mort du Roy Darius, ou commencement de la Monarchie des Grecs. *de l'Almag. de Ptol.*

Autolycus, precepteur d'Arcesilaus, a fleury vers l'an 300 A. C. Le liure qu'il a fait de la Sphere qui se meut se trouue encore : &

aussi vn autre intitulé, *De vario ortu & occasu sydērum.*

Theocrite poëte Grec a escrit en ce siecle.

Berose Babylonien a escrit en ce siecle l'Histoire des Rois d'Assyrie.

Theophraste philosophe, disciple d'Aristote, & son successeur en son eschole, a laissé trois liures de la Musique, vn intitulé *de Musicis*: vn autre, *Harmonicorum*: & le troisiesme, *de Mensuris*. De plus, vn autre *de Numeris*: 4 *Historiarum Geometricarum*: *Astrologica historia*: vn *Arithmeticarum historiarum*: & vn autre *de lineis indiuiduis*. *Diog. Laert.*

Dicearchus Sicilien, auditeur d'Aristote, est le premier qui a mesuré la hauteur perpendiculaire des montagnes: & a dit que Pelion estoit la plus haute, ayant 1250 pas. *Pline l. 2. c. 67.*

Aristoxene Musicien Tarentin, auditeur d'Aristote, a escrit trois liures de Musique, qui se trouuent encore.

Conon de l'isle Samos, Mathematicien, a composé 6 liures d'Astrologie: & a mis la cheuelure de Berenices au rang des constellations celestes, pour gratifier Ptolomée Philadelphe. Archimedes fait grand estat de luy, & se plaint de sa mort au liure de la Quadrature de la Parabole.

Aristarque Samien, en ce temps a descrit en la superficie concaue d'vn hemisphere, vn quadrant nommé. *Scaphe.* Il a aussi fait vn liure, qui se trouue encore, intitulé, *Aristarchus Samius, de magnitudine & distantiis Solis & Lunæ.*

Aristillus Astronome, des obseruations duquel Ptolomée fait souuent mention au 7 de l'Almag. doit estre aussi en ce siecle deuant Timocharis.

En l'an 283 A.C. Timocharis a fait ses Obseruations Astronomiques, dont Ptolomée parle en son Almageste.

Il a obserué que la premiere estoile de l'Aries du firmament estoit alors 2 degrez de longitude, laquelle a maintenant 27 deg. ... en longitude.

En l'an 250 A.C. les Parthes s'estans reuoltez de l'obeïssance des Syriens, ont regné 479 ans iusques aux Perses.

En l'an 283 A.C. a commencé le Royaume de Pergame, dont le dernier Roy, qui estoit Attalus 2, en l'an 133 A.C. laissa par

testament son Royaume aux Romains.

Les guerres Ligustiques, Illiriques, & Gallique Cisalpine, commencerent en ce siecle.

§.

Depuis l'an 219 iusques à l'an 203, a duré la seconde guerre Punique.

Eratosthenes Cyreneen, disciple d'Ariston & de Callimachus auquel il succeda en l'intendance de la Bibliotheque d'Alexandrie, sous Ptolomée Euergetes Roy d'Egypte, il estoit Grammairien, Poëte, & grand Philosophe, appellé par quelques-vns vn second Platon ; il fut aussi tres-expert Cosmographe, en l'an 23 A.C. il a obserué la plus grande declinaison du Soleil estre de 2 deg. 51'. Et est aussi le premier qui a mesuré le circuit de la terre par l'ombre du Soleil ; il a bien trauaillé en la duplication du Cube, comme il appert de son Mesolabe qui est dans Pappus & Eutoce. Dans Eutoce il se trouue vne epistre de luy, qu'il escrit au Roy Ptolomée, de la methode de doubler le cube.

Archimede de Syracuse, Mathematicien tres excellent, & d'vn esprit tout diuin, fleurissoit en ce siecle. Pappus au 8 liure luy attribuë 40 belles inuentions Mechaniques.

La premiere desquelles est, par vne puissance telle qu'on voudra, esleuer tout poids proposé.

La 2, la methode de descouurir la quantité de l'argent que l'orfevre auoit mis dans la Couronne d'or.

La 3, la Sphere qu'il fit de verre, où se voyoient tous les mouuemens des Cieux auec la mesme proportion qu'on les remarque au Ciel.

La 4, il a fait des miroirs paraboliques, qui brusloient de loin les nauires des ennemis.

La 5, il inuenta la vis pour espuiser les eaux, & desseicher les marests ; laquelle Ioseph Cedrenus a restitué en ce siecle.

La 6, il inuenta vne machine, par le moyen de laquelle luy seul il attira sur le riuage vn nauire grandement chargé.

La 7, il a fabriqué plusieurs machines de guerre, par le moyen desquelles estant dans Syracuse comme Marcellus l'assiegeoit, il le repoussa si viuement, qu'il dit à ses Ingenieurs, Cessons de faire

la guerre à ce Briarée, qui en joüant a enfondré nos vaisseaux en mer, & repoussé nos engins, & fait plus que les Geants à cent mains, dont les Poëtes font tant de mention.

Ses autres inuentions ont esté perduës: Mais ce qu'on trouue à present plus beau de luy sont ses œuures, qui contiennent les Traitez de la Sphere & du Cylindre; de la Quadrature du Cercle; deux liures des Equiponderants, vn liure des Conoïdes & des Spheroïdes; vn liure des Lignes Spirales; la Quadrature de la Parabole; *De arena numero*, qui est à dire, du nombre des grains de sable; des choses qui pesent ou nagent dans l'eau.

Il fut tué au saccagement de Syracuse par vn soldat contre la defense de Marcellus, lequel en fut si desplaisant, qu'il bannit ce soldat, encore qu'il l'eust tué sans le cognoistre.

Callimaque Poëte Grec, a escrit en ce siecle des vers Elegiaques.

En l'an 208 A. C. mourut Chrysippe, Philosophe de la secte des Stoïciens.

Polybe, historien Latin, a escrit en ce siecle l'Histoire Romaine.

4.

En ce siecle Annibal s'estant retiré en Asie vers le Roy Antiochus, puis vers Prusias Roy de Bithynie, il se fit mourir auec du poison qu'il portoit en vn anneau, estant aagé de 70 ans.

En l'an 172 A. C. commença la guerre des Romains contre Persée Roy de Macedoine, qui dura 4 ans.

Ctesibe, bon ouurier de machines, a inuenté les Pneumates, & est le premier qui a fait des machines hydrauliques; & la machine de Ctesibe, dont Vitruue fait mention, subsiste encore. Il est aussi le premier qui a fait des horologes hydrauliques.

Sulpitius Gallus Consul, est le premier des Romains qui a mis en lumiere comment se faisoient les ecclipses.

Ennius, Plaute, & Terence, Poëtes Latins, florissoient en ce siecle.

Iudas Macchabée commença à regner en l'an 167 A.C.

5.

Depuis l'an 149 A.C. iusques à l'an 146, a duré la 3 guerre Punique.

Numance fut ruinée vers l'an 132 A.C.

La guerre contre Iugurtha, & aussi contre les Cimbres, se firen en ce siecle, auquel temps Marius prit l'Aigle pour armes, ou ar moiries des Romains.

Apollonius Pergeus, surnommé grand Geometre, à cause qu'e ses 8 liures qu'il a fait des Elemens coniques, il demonstre vniuer sellement & tres-subtilement les proprietez de tous decones. a aussi escrit de la Section determinée, de la Section de la propo tion, de la Section de l'espace, d'inclinations, des attouchemens des lieux plans, deux liures des raisons troublées, *de coclea.* Sa me thode de trouuer deux moyennes proportionnelles se trouu dans Eutoce, aux Commentaires qu'il a fait sur Archimede: & aussi trouué *pharetra*, qui est vne espece de quadrant au Solei De tous ces liures, il ne nous reste que les 4 premiers qu'il a fai sur les sections coniques: & des autres qui ne sont des sectior coniques, les cinq premiers ont esté restituez par des Mathemat ciens modernes, que nous auons fait imprimer à la fin de nos Ele mens d'Euclide.

Isidore Philosophe, precepteur d'Hypsicle Alexandrin, floriso en ce siecle. Car Hypsicles, qui a adjousté les 14 & 15 liures aux liures des Elemens d'Euclide, dit qu'il a eu ces deux liures d grand Isidore son maistre. Pline le cite parlant de la Geographie Suidas parle de luy ainsi: *Si aucun a philosophé sur les Mathemati ques, ç'a esté le philosophe Isidore.*

Serenus Antinsensis, dont ont a deux liures de la section du cy lindre, est de ce siecle.

Hero Alexandrin, disciple de Ctesibe, a escrit des Automates des Spiritales; des Balistes; des Mechaniques; des Horologes pa le moyen de l'eau; & vn traicté intitulé, *Barulcos*; vn autre *de Ro talis*; vn autre, *Camaricha*; & vn autre, *Cambestria.* Sa method de trouuer deux moyennes proportionnelles se trouue dans Eu toce. Il a aussi escrit de la Geometrie practique.

Hipparchus, qui s'appelle aussi Abrachis, a obserué en ce siecl a plus grande declinaison du Soleil estre 23 deg 51'. & a trouu que la premiere estoile d'Aries auoit passé l'equinoxe de 4 degrez l a aussi apperceu vne estoile nouuelle engendrée en son siecle, raison de laquelle il s'addonna entierement aux obseruations ce

stes, & est le premier qui a compté toutes les estoiles, & qui a escrit les endroits où elles se trouuent. Il a aussi escrit du mouuement de la Lune en latitude, & des Phenomenes d'Aratus. Ptolomée tesmoigne aussi qu'il a construit des tables Astronomiques. On trouue encore trois liures de luy sur les Phenomenes d'Aratus, & vn sur les Asterismes, imprimez en Grec & Latin depuis peu.

Le Poëte Latin Lucrece a escrit en ce siecle de la Nature des choses.

En l'an 125 A.C. a commencé l'epoche des Tyriens, dont est fait mention dans le Concile de Chalcedoine, & dans Eusebe.

En l'an 104 A.C. Aristobulus commença à regner en la Iudée, lequel fut le premier qui l'erigea en estat Royal, 500 ans apres la captiuité de Babylone.

2.

En ce siecle a commencé la guerre des Romains contre Mitridate, qui a duré 40 ans.

Les guerres ciuiles de Sylla & de Marius, & aussi la conjuration de Catilina, arriuerent en ce siecle.

Cleomedes a escrit en ce siecle des Meteores, où il traicte aussi des choses qu'on enseigne en la Sphere: Il est imprimé en Grec & Latin, auec des Commentaires de Robert Balfour. Il a aussi escrit de l'Arithmetique, & de la Musique, qui se trouuent en la Bibliotheque Vaticane.

En l'an 68 A.C. Pompée le Grand a mis la Iudée en l'obeissance des Romains.

Les hommes illustres de ce siecle sont Sylla, C. Marius, Ciceron, Cn. Pompée, & Luculus.

M. Crassus s'en alla en ce temps faire la guerre contre les Parthes, en laquelle l'armée Romaine fut taillée en pieces: & on fit aualler à Crassus de l'or fondu apres sa mort, pour luy reprocher son auarice: on trouua qu'il estoit riche de 4260 escus.

I.

En l'an A.C. 48, Cesar fut victorieux en la bataille de Pharsale contre Pompée, puis il fut tué au Senat en l'an 44 A.C. Et de

ans apres se fit la proscription du Triumvirat d'Auguste, de Lepidus, & d'Antonius.

Theodose Tripolitain a escrit en Grec en ce siecle des iours & des nuicts, & les 3 liures des Spheriques, que nous auons demonstrez par notes au 5 tome.

Vitruue Veronois, Architecte excellent, dont nous auons les œuures, meslez de Mathematiques, est le premier des Latins qui a escrit la methode de faire des Quadrans par le moyen de l'Analemme : Il a dit aussi que Venus & Mercure font leurs mouuemens à l'entour du Soleil, comme à l'entour de leur centre.

C. Manilius d'Antioche, Astrologue, & Poëte Grec de nation est le premier qui a escrit en vers Latins de l'Astrologie, qui se trouue commenté par I. Scaliger.

En ce siecle Cesar, puis Auguste, se sont emparez de l'Empire Romain.

Les Poëtes Latins Virgile, Horace, Properce, C. Gallus, Tibulle & Ouide ont fleury en ce siecle.

Au 2 de Septembre de l'an 31 A. C. Auguste remporta la victoire sur M. Antoine & Cleopatra en l'Epire pres le Promontoire d'Actium, en suite de laquelle il fit bastir Nicopolis en ce lieu là.

Denys d'Halicarnasse a escrit en ce siecle de l'histoire Romaine

Les siecles qui suiuent sont d'apres l'epoche de Iesus-Christ.

I.

Les Empereurs de ce siecle sont Tibere, 13 à 36 : C. Caligula, 37 à 40 : & Claude, 41 à 54.

Dionysius Afer a descrit en ce siecle en vers Grecs la situation de l'orbe du monde.

En ce siecle Strabon a aussi doctement escrit en Grec 17 liures de Geographie.

P. Mela a aussi escrit en ce siecle de la Geographie.

Iulius Higinus a escrit des signes celestes, & de la Sphere.

Les principaux historiens de ce siecle sont, Tite-Liue, Velleius
aterculus, & Q. Curse.

Philon Iuif Alexandrin, a escrit en ce siecle de la Vie contem-
atiue.

2.

Les Empereurs de ce siecle sont Neron, 54 à 67 : Sergius Galbe,
luius Othon, Aul. Vitellius, Fl. Vespasien, 69 à 78 : T. Vespa-
en, 78 à 81 : Domitian, 81 à 95 : Coc. Nerua, 96 à 97 : & Trajan,
8 à 117.

En l'an de grace 70, arriua la destruction & ruine de Hieru-
lem.

Les poëtes Perse, Lucain, Silius Italicus, Martial, & Iuuenal
nt fleury en ce siecle : & aussi les deux Seneques, le philosophe,
le poëte tragique : & les deux Plines, à sçauoir le Grand, ou
eronois, & le jeune, neveu de Pline le Grand : dont le premier a
is beaucoup de Geographie en ses œuures.

Solin Historiographe a aussi escrit de la Geographie, intitulée,
De la situation du Monde.

S. Ignace Euesque d'Antioche, a escrit en ce siecle de tres-
elles Epistres.

Menelaus, qui s'appelle aussi Mileus, a obserué en ce siecle la
remiere estoile d'Aries en la longitude de 6 deg. 12'. Il a escrit
les chordes ou subtendantes, & aussi 3 liures des triangles sphe-
iques, que Maurolycus a fait imprimer, auec quelque addition
lu sien.

En l'an de grace 64, sous Neron, se fit la premiere persecu-
tion : en l'an 92, sous Domitian, se fit la seconde : & en l'an 98 la
troisiesme, sous Trajan.

3.

Les Empereurs de ce siecle sont Adrian, 17 à 37 : & Antonin
surnommé le Debonnaire, ou Pie, 38 à 60.

En l'an 120 sous Adrian arriua la quatriesme persecution.

Les historiens Plutarque, Corn. Tacite, Appian, Suetone, Pau-
sanias, Phlegon, Cephaleon, Iustin, Arrian, Diogenes Laertius
ont escrit en ce siecle, & aussi Galien Medecin, & Virgile Prince
des Poëtes Latins.

Diaphante Alexandrin a escrit en ce siecle 13 liures de l'Algebre.

Ptolomée Alexandrin, Prince des Astronomes, en l'an de grace 130, a obserué la plus grande declinaison du Soleil de 23 deg. & 50′, & la premiere estoile d'Aries en la longitude de 6 deg. 40′. Il a composé l'Almageste, & autres liures, intitulez, *de Analemmate, de Planisphærio, de Speculis*, de la Geographie, de la Musique, le quadripartite, des significations des estoiles fixes, & le *Centiloquium*.

En l'an de grace 124, se fit la 4 persecution sous Adrian.

4.

Les Empereurs de ce siecle sont M. Aurele, Antonin, surnommé le Philosophe, auec Lucius, Antonin Verus son frere adoptif, 61 à 79 : Commodus fils de Marc Aurele, 80 à 93 : Pertinax, D. Iulien, Seuere, nommé Septimius, 93 à 110.

En ce siecle ont aussi escrit S. Polycarpe, vne Epistre aux Philippiens; S. Irenée Euesque de Lion, des Commentaires en Grec sur l'Apocalypse, & plusieurs autres liures qui ont esté perdus : & Tertullian, que S. Cyprian estime Prince des Escriuains Latins.

En l'an de grace 166, se fit la 5 persecution sous les deux Antonins, à sçauoir le Philosophe, & Varus.

5.

Les Empereurs de ce siecle sont Caracala, 11 à 17 : Macrin, Heliogabale, 18 à 21 : Alexandre Seuere, 21 à 34 : Maximin, 34 à 37 : Pupienus, Gordian, 38 à 43 : & Philippe natif d'Arabie, 44 à 50.

En l'an 235, sous Maximin, arriua la 7 persecution.

En ce siecle ont fleury Origene, S. Gregoire de Neocesarée, S. Cyprian, & Papinian fameux Iurisconsulte.

En l'an de grace 230, a commencé la domination des Persans.

Porphire, philosophe Platonicien, a escrit en ce siecle, & aux suiuans, trois liures de l'Isagoge des choses astronomiques, & aussi l'exposition de l'Almageste : C'est luy aussi qui a fait l'Isagoge des cinq vniuersaux. Proclus fait mention de luy és 14, 18 & 20 prop. du 1 des Elem. où il rapporte ses demonstrations.

En l'an de grace 202, sous Seuere, arriua la 6 persecution, & la 7 en l'an 238, sous Maximin.

Les historiens Florus & Arrianus estoient de ce siecle.

6.

Les Empereurs de ce siecle sont Decius, 1 à 54 : C. Verius Gallus, auec son fils Volusian ; Valerian auec son fils Gallienus, 55 à 66 : Claudius, 67 à 68 : Aurelian, 69 à 77 : Probus, 77 à 82 : Carus, auec ses fils Carin & Numerian, 82 à 83 : Diocletian auec Maximian, Constantius & Galerius, 84 à 106.

S. Antoine Egyptien, surnommé le Grand, commença à fleurir vers la fin de ce siecle.

En l'an de grace 252, sous Decius, arriua la 8 persecution, & la 9 en l'an 259, sous Valerian.

L'heresie des Manicheens, dont l'autheur s'appelloit Manes, commença aussi en ce siecle.

Ælie Lampridie historien Romain florissoit en ce siecle.

7.

Les Empereurs de ce siecle sont Constantius, & Galerius, du precedent siecle, auec leurs Collegues Seuere, & Maximin qu'associa Galerius, & Constantin le Grand, fils de Constantius, 6 à 36 : qui diuisa l'Empire en oriental & occidental en l'an de grace 337, donnant l'oriental à son fils Constantius, 37 à 61 : & l'occidental à ses deux autres fils, Constans, 37 à 39 : & Constantin 2, 37 à 39.

La 10 persecution arriua en l'an 302, sous Constantius & Galerius. Et le Concile de Nicée en l'an 325, sous Constantin le Grand, contre les Arriens.

Lactance & Athanase ont escrit en ce siecle, & aussi Eusebe Cesarée historien Grec, qui a escrit aussi du cycle Paschal.

Arius, autheur de l'heresie des Ariens, est aussi de ce siecle.

Sextus Auienus Ruffus a expliqué en Latin les poëmes des Phenomenes d'Aratus, & de Denys Africain, de la situation du monde.

Iulius Firmicus a escrit en ce sicle de la Iudiciaire.

8.

Les Empereurs d'Orient sont Iulien l'Apostat, 61 à 63 : Iouinian, Valentinian, auec son frere Valens, & son fils Gratian, 63 à 75 : puis le mesme Gratian auec son frere Valentinian 2, 75 à 91 : Theodose, 79 à 94 : Arcadius, 83 à 108 : sous lequel arriue derechef la diuision de l'Empire en oriental & occidental, Honorius

ut Empereur de l'occidental, & Arcadius son frere de l'oriental.

En l'an 381, on tint à Constantinople le 2 Concile œcumenique, sous Theodose, contre Macedonius premier Euesque de Constantinople.

En ce siecle ont fleury Basile le Grand Euesque de Cesarée en Cappadoce, D.G: S. Gregoire Euesque de Nazianze, puis de Constantinople, D.G: Epiphane Euesque de Salamine, depuis appellée Constance en Cypre, D.G: S. Ambroise Euesque de Milan, D.L: S. Chrysostome Patriarche de Constantinople, D.G. S. Hierosme, D.L: S. Augustin Euesque d'Hippone, D.L: S. Hilaire Euesque de Poitiers: S. Athanase Euesque d'Alexandrie.

Vers la fin de ce siecle les Vandales & Lombards commencerent à deborder du costé de Septentrion en grandes troupes.

Theophile Euesque d'Alexandrie, fameux entre les Mathematiciens d'Egypte, par le commandement de l'Empereur Theodose, redigea par escrit le cycle Paschal: mais du depuis Denys le Petit proposa vn autre cycle contraire aux Romains.

Nicomede a escrit en ce siecle des lignes conchoïdes, par le moyen desquelles on trouue deux moyennes proportionnelles entre deux lignes données, qui seruent à doubler vn cube, & à diuiser vn angle en trois parties egales, lesquelles methodes se trouuent dans Eutoce & Pappus.

Menelaus Alexandrin estoit aussi de ce siecle, les demonstrations duquel Proclus rapporte sur la prop. 25 du 1 des Elem.

Geminus de Rhodes, maistre de Proclus Diadochus, a escrit en Grec des Phenomenes, qui sont à Milan en la Bibliotheque Ambrosiane en Grec & Latin, expliquez par Edon Stildarius: Il a aussi escrit de la generation des lignes spirales, conchoïdes, cissoïdes, & de leurs proprietez: & de l'ordre des Mathematiques.

9.

Les Empereurs d'Occident sont ledit Honorius iusques en l'an 422, puis Valentinian iusques en l'an 454, & de l'Orient ledit Arcadius iusques à l'an 408, & au reste du siecle Theodose 2.

En l'an 419 commença à regner en France Pharamond, auquel succederent en ce mesme siecle Clodion le Cheuelu, & Meroüée.

En l'an 431, on tint en Ephese le 3 Concile œcumenique contre

Nestorius Euesque de Constantinople, heresiarque signalé.

En ce siecle ont fleury Hesychius, qui nous a laissé vne nouuelle tradition de l'Escriture saincte: Isidore Pelusiote, qui a aussi beaucoup escrit sur les sainctes Escritures: Orose, qui a escrit l'histoire depuis le commencement du monde iusques en l'an de grace 421: Theodoret Euesque de Cyre en Syrie, qui a escrit diuers Commentaires sur l'Escriture saincte: Eutrope, qui a meslé l'histoire Ecclesiastique auec la Romaine: & S. Cyrille Euesque de Hierusalem, qui a composé plusieurs Homelies & Sermons, comme aussi 18 liures de Cathecheses.

Pelagius, & aussi Nestorius Euesque de Constantinople, & autheur de l'heresie des Nestoriens, estoient aussi de ce siecle.

Eutoce sur Archimede, rapporte les methodes de trouuer deux moyennes proportionnelles de Diocles & de Sporus Nicenus qui ont fleury en ce siecle, le premier desquels a aussi escrit de la methode de diuiser la Sphere selon vne raison donnée.

Proclus Diadochus Platonicien a escrit des Commentaires tres-doctes sur les Elem. d'Euclide: il a aussi escrit de l'Astronomie.

Zenoras dit aussi qu'à l'imitation d'Archimedes auec des miroirs ardants il auoit bruslé les Nauires de Valens, qui assiegeoit Constantinople.

S Cyrille Euesque d'Alexandrie a escrit du cycle Paschal.

Marin philosophe Neapolitain, disciple de Proclus, a escrit le Commentaire qui est au commencement des Dates d'Euclide.

En l'an 410 Rome fut prise par Alaric 2, Roy des Goths & Visigoths, & 1 d'Espagne.

En l'an 426 Gonderic Roy des Vandales mourut ayant pris Seuille, auquel succeda Gensericus, qui passa en Afrique.

Attila Roy des Huns & Hongrois, Scythe de nation, estant appellé par Genseric Roy des Vvandales, contre les Goths en Espagne, il assaillit vers l'an 450, auec vne armée de 500000 combatans toutes les Prouinces de l'Empire Romain, mettant tout à feu & sang par où il passoit en Allemagne & Italie. Mais Ætius Chef des Romains, Theodoric Roy des Goths, & Merouée Roy de France, luy deffirent pour vn iour pres de Chaalons plus de 160000 hommes.

10.

Les Empereurs d'Orient sont Leon Thracien, 57 à 74 : Zenon, 74 à 91 : & Anastasius, 91 à 118. Ceux d'Occident finirent en l'an 476, que Odoacer se fit appeller Roy d'Italie, & depuis il n'y eut plus d'Empereur d'Occident iusques à Charlemagne.

Les Rois de France de ce siecle sont Childeric 1, 58 à 83 : & Clouis, premier du nom, & aussi premier Roy de France Chrestien 84 à 114.

En l'an 451 on tint en Chalcedoine le 4 Concile œcumenique contre Eutyches Heresiarque de Constantinople.

En ce siecle Sidonius Apollinaris de Clairmont, a escrit de curieuses recherches d'antiquité. Et Cassiodore a commenté les Pseaumes de Dauid, & escrit quelques Epistres à Theodoric Roy des Goths, dont il auoit esté precepteur. Fulgence Carthaginois Euesque de Ruspe, nommé à present Alphaques en Afrique, a aussi escrit diuers liures sur la saincte Escriture. S. Cyrille Euesque d'Alexandrie a aussi escrit plusieurs Homelies & Epistres. Olybrius estoit de ce siecle.

Pappus Alexandrin Mathematicien a escrit en ce siecle : de ses œuures on trouue encore de la version de Commadin le 3, 4, 5, 6, 7 & 8 liures des Collections Mathematiques.

Theon Alexandrin a escrit en ce siecle des Commentaires en Grec sur l'Almageste de Ptolomée : & a aussi escrit de l'Arithmetique, du leuer de la Canicule, de l'accroissement du Nil, & des Commentaires sur l'Astrolabe.

Eutocius Ascalonita a escrit des Commentaires sur les Coniques d'Apollonius Pergeus, sur les liures d'Archimedes qui traitent de la Sphere & du cylindre; de la quadrature du cercle; & des equiponderants.

La Republique de Venise a commencé en ce siecle.

En l'an 496, Clouis ayant desfaict les Allemans pres de Cologne, il se fit baptiser à Reims par S. Remy.

A Rome les Consuls ont finy en l'an de grace 541, auquel il auoit encore vn Consul seul, nommé Basilius.

11.

Les Empereurs d'Orient de ce siecle sont Iustin, 18 à 27 : Iustinian, 27 à 65.

Les Rois de France sont Childebert 1, Roy de Paris, son frere Clotaire Roy de Soissons; son autre frere Clodomir Roy d'Orleans : Thierry l'aisné de tous, quoy que bastard, fut Roy de Mets & de Reims. Clotaire premier, le plus jeune de tous, suruesquit tous ses freres, & demeura seul Roy de France, 14 à 64.

En l'an 521 mourut saincte Brigide vierge, natiue d'Escosse.

En l'an 548 on tint à Constantinople le 5 Concile œcumenique.

Le poëte Arator a descrit en ce siecle en vers hexametres les Actes des Apostres.

En ce siecle ont aussi fleury Denys le Petit autheur du grand cycle de 532 ans: Priscian natif de Cesarée, qui a escrit de la Grammaire : L'historien Procope, natif de Cesarée en Palestine, qui a escrit de l'histoire Romaine : & Simplicius qui a commenté Aristote:

Boece, Consul de Rome, grand Philosophe, Mathematicien, Orateur & Poëte excellent, a escrit en Latin de l'Arithmetique, de la Musique, & de la Geometrie practique, & est aussi inuenteur de l'instrument musical que l'on appelle Cistre.

Cassiodore, homme illustre, & Senateur Romain, a escrit de l'Arithmetique, de la Geometrie, de la Musique, de l'Astronomie, & du calcul Ecclesiastique.

Ioannes Grammaticus, surnommé Philoponus, a escrit de l'Arithmetique. Clauius en la Geometrie practique, luy attribue aussi vne certaine maniere de trouuer deux moyennes proportionnelles; & a commenté l'Arithmetique de Nicomachus.

Heron le Mechanique a escrit en ce siecle de la Geodesie, & des machines de guerre, qui se trouuent encore: il a aussi obserué que les estoiles fixes depuis Ptolomée iusques à son siecle, ont aduancé s. s. s. de 7 degrez.

En l'an 542, Totila Roy des Goths, se rendit effroyable à l'Italie, prenant & saccageant Rome, & plusieurs autres villes.

En l'an 536, deux Moines apporterent des Indes à Constantinople l'inuention de faire la soye, qui a esté du depuis diuulgé par tout.

12.

Les Empereurs d'Orient de ce siecle sont Iustin, petit fils de Iustinian, 65 à 81 : Tibere 2, 78 à 85 : Maurice de Cappadoce, 85 à 1

Les Rois de France de ce siecle sont Charibert, Gontran, Sigebert, & Chilperic 1, enfans de Clotaire, qui partagerēt egalement la France, jettant au sort les 4 portions qu'ils auoient fait du Royaume. A Charibert escheut le Royaume de Paris; à Gontran celuy d'Orleans & de Bourgongne; à Chilperic celuy de Soissons: & à Sigebert celuy d'Austrasie. Clotaire 2, succeda à son pere Chilperic, 87 à 130.

S. Gregoire le Grand a fleury en ce siecle, D. L: & aussi Euagrius qui a escrit de l'histoire de l'Eglise & de l'Empire, depuis l'an 43 iusques à l'an 595. Gregoire de Tours estoit aussi de ce siecle.

En l'an 568 les Lombards commencerent à regner en Italie.

13.

Les Empereurs d'Orient de ce siecle sont Phocas, 1 à 9: Heraclius auec son fils Constantin, 10 à 41: & Constans fils de Constantin, 42 à 68.

Les Rois de France de ce siecle sont Dagobert I, 31 à 44: Clouis 2, 45 à 61.

En l'an 622, Mahomet fut contraint de s'enfuir de la ville d Mecha.

Isidore Euesque de Seuille a escrit en ce siecle diuers liures, dan lesquels il insere diuers traictez des Mathematiques : il traict amplement du cycle Paschal: & au liure du monde succinctement de la Sphere.

Martianus Capella en son liure intitulé, *de nuptiis Philologiæ*, e *septem artibus liberalibus*, a traicté de la Geometrie, Arithmetique Musique, & Astronomie.

14.

Les Empereurs d'Orient sont Constantin Pogonat, ou Barbu 68 à 85: Iustinian 2, 85 à 94: Leonce, 94 à 96: & Tibere Absimare, 96 à 102.

Les Rois de France de ce siecle sont Clothaire 3, 62 à 66: Childeric 2, 67 à 78: Theodoric 1, 79 à 93: Clouis 3, 93 à 96: & Childebert 2, 96 à 114.

En l'an 681 on tint à Constantinople le 6 Concile œcumenique contre les Monothelites.

Le venerable Beda a escrit en ce siecle de l'Arithmetique, de l

Musique, de l'Astrolabe, de la Gnomonique, & du calcul Ecclesiastique.

15.

Les Empereurs d'Orient de ce siecle sont le mesme Iustinian 2, à qui on auoit couppé le nez, qui fut restably, 3 à 11: Philippique Bardanes, 11 à 12: Artemius d'Anastasie, 13 à 14: Theodose 3, d'Adramyte, 14 à 15: Leon Isaurien, 16 à 40: Constantin 6, surnommé Copronyme, 41 à 75.

Les Rois de France sont Dagobert 2, 15 à 19 Clotaire 4: Chilperic 2, 20 à 25: Theodoric 2, 26 à 40: Childeric 3, qui fut degradé & enfermé dans vn Monastere, au lieu duquel Pepin, 41 à 67, fils de Charles Martel fut receu en l'an 741, qui a eu pour successeur son fils Charlemagne.

S. Iean Damascene a beaucoup escrit en Grec en ce siecle.

En ce siecle les Sarrazins ayant gaigné quelques batailles s'establirent en Espagne vers l'Andaluzie & Grenade.

16.

Les Empereurs d'Orient de ce siecle sont, Leon 4, 75 à 80: Constantin 7, auec sa mere Irenée, 78 à 96: apres la mort duquel en l'an 798 l'Empire fut derechef diuisé en oriental & occidental, ladite Irenée dominant en l'oriental, 97 à 102: & Charlemagne en l'occidental.

En ce siecle l'Vniuersité de Paris fut estably par Charlemagne.

En l'an 788 on tint à Nicée le 7 Concile œcumenique contre les Iconoclastes.

En l'an 800 le Royaume d'Angleterre prit son commencement.

17.

Les Rois de France qui possedent aussi l'Empire d'Occident sont Charlemagne 1 à 13: Louis 1, surnommé le Debonnaire, 14 à 41: Lothaire son fils, Emp. 41 à 55: & Charles, dit le Chauue Roy de France, 41 à 76.

En l'an 830, Almeon ou Almamon, Roy des Arabes, a obserué la plus grande declinaison du Soleil estre 23 deg. 51': il a aussi trouué qu'vn degre du circuit de la terre vaut 56 milles.

Michael Psellus a escrit en Grec en ce siecle succinctement des 4 parties des Mathematiques.

Albategnius Araçensis Arabe, en l'an 880 a obserué que la plu grande declinaison du Soleil estoit de 23 deg. 35': & que la pre miere estoile d'Aries estoit en la longitude de 18 deg. son liure d la science des estoiles se trouue.

Geber Arabe a fait des Commentaires sur l'Almageste de Pto lomée, qui sont distinguez en 9 liures, & traicte au commence ment de l'vsage des triangles spheriques.

18.

Les Empereurs de ce siecle sont Louis 2, fils de Lothaire, 56 75: Charles le Chauue Roy de France, 76 à 77: Louis 3, surnom mé le Begue, 77 à 79: Charles 3, surnommé le Gros, 80 à 88: Ar nulphe ou Arnoul, fils de Carloman, 88 à 99: & Louis 4 fils d'Ar nulphe, 99 à 111.

Les Rois de France sont Louis 2, dit le Begue, 77 à 78: Louis 3 & Carloman, 79 à 84: Charles le Simple, 85 à 89: & 99 à 122 Eude, 89 à 99.

En l'an 870 on tint le 8 Concile à Constantinople.

19.

Les Empereurs de ce siecle sont Conrard 1, 11 à 19: Henry 1 surnomme l'Oyseleur, 20 à 36: Othon 1, surnommé le Grand 36 à 72.

Les Rois de France sont Raoul, 23 à 29: Louis, dit d'Outremer 36 à 53.

Theophilacte Archeuesque d'Acridie ville de Bulgarie, a redui tres-bien S. Hierosme comme en vn abregé.

Alfragan Arabe a mis en lumiere en ce siecle les Elements d'a stronomie.

Bagdadinus Arabe a fait vn petit liure de la diuision des super ficies.

En l'an 999, Boleslaus a esté creé le premier Roy de Pologn par l'Empereur Othon le Grand.

20.

Les Empereurs de ce siecle sont Othon 2, 73 à 83: & Othon 84 à 101.

Les Rois de France sont Lothaire, 54 à 85: Louis fils de Lotha re, qui ne regna qu'vn an & demy apres son pere, decedant san

nfans, Hugues Capet fils de Hugues le Grand, Comte de Paris, empara de la Couronne de France au preiudice de Charles frere de Lothaire, & oncle de Louis, qui estoit plus proche heritier de la Couronne, en l'an 987, auquel succeda son fils Robert, 98 à 130.

Alhazen Arabe, a escrit en ce siecle tres-doctement de l'Optique, & des crepuscules, où il enseigne à mesurer iusques à quelle hauteur montent les vapeurs & exhalesons.

Arzael Arabe, en l'an 970 a trouué la plus grande declinaison du Soleil estre de 23 deg 34'.

En l'an 1000, commença à regner en Hongrie Estienne Duc Hongrie, fils de Geisse ou Gaize, premier Duc Chrestien.

Albumazar Arabe, a escrit en ce siecle 8 liures des grandes conionctions, & reuolutions des années.

21.

Les Empereurs de ce siecle sont Henry 2, 2 à 24: Conrad 2, 24 à 38: & Henry 3, 39 à 56.

En France est Roy Henry 1, 31 à 59.

Les Lantgraues de Thuringe & de Hesse sont Seigneurs de ces pays dés l'an 1025.

Munster & Auicenne ont fleury en ce siecle.

Guido Aretin Moine d'Italie, & excellent Musicien, inuenta en l'an 1028, la Gamme & les six Notes, Vt, Re, Mi, Fa, Sol, La, dont on se sert en Musique.

Almeon Almansorius Arabe, en l'an 1040 a trouué la plus grande declinaison du Soleil estre de 23 deg. 33'.

22.

Henry 4, commençant en la sixiesme année de ce siecle, a tenu l'Empire iusques en la 5 année du siecle suiuant.

Philippes 1, commençant en la 9 année de ce siecle, a regné iusques à la 8 année du siecle suiuant.

En l'an 1076, Guillaume premier du nom, dit le Conquerant, ayant gaigné la bataille contre Harauld 2, fut couronné Roy d'Angleterre.

En l'an 1084, les Chartreux furent instituez par S. Bruno natif de Cologne, & Chanoine de Rheims.

Godefroy de Buillon, Chef des Chrestiens en l'an 1100, ayant

chassé les Sarrazins, fut couronné Roy de Hierusalem, que luy & ses successeurs ont possedé iusqu'à 1180, que Saladin Roy des Turcs, & Sultan d'Egypte, chassa les Chrestiens de la Terre Saincte.

Sigibert Chronographe, Moine Benedictin, natif de Brabant, a conduit son Histoire Ecclesiastique depuis l'an de grace 381, iusques à l'an 1112, il a aussi escrit vn liure des hommes Illustres de son temps.

23.

Les Empereurs de ce siecle sont Henry 5, 6 à 23: Lothaire, 24 à 37: & Conrad 3, 38 à 51.

Les Rois de France sont Louis, dit le Gros, 8 à 28: Louis 7, surnommé le jeune, 28 à 79.

En l'an 1145, Alpetragius Arabe a aussi trouué 23 deg. pour la plus grande declinaison du Soleil.

Ioannes Hispalensis enuiron l'an 1142, a tourné Alfragan en Latin.

24.

Les Empereurs de ce siecle sont Frideric premier, surnommé Barberousse, 51 à 89: Henry 6, 90 à 98: & Otthon 4, 99 à 117.

Philippe 2, dit Auguste, Roy de France, a succedé à son pere Louis, 79 à 123.

Pierre Lombard en ce siecle a escrit les Sentences.

Campanus est le premier qui a translaté Euclide d'Arabe en Latin.

Iordanus Nemorarius, qui a escrit des poids, cite Campanus Et Campanus en la 5 def. des Elem. cite Iordanus, qui a escrit de l'Arithmetique, & de l'Astrolabe: Celuy qui a escrit de l'Arithmetique s'appelle aussi Nemorarius, d'où il semble que ce soit le mesme autheur.

Auerroes Arabe, Commentateur d'Aristote, a fait vn Epitome de l'Almageste.

Humenus Ægyptius, dont les tables Astronomiques escrites en Arabe se trouuent en la Bibliotheque Palatine, est de ce siecle.

Theon Smyrneus a escrit en Grec en ce siecle les lieux Mathematiques de Platon.

25.

Les Empereurs de ce siecle sont, Othon 4, du siecle precedent, Frideric 2, 12 à 49 : & Conrad 4, 46 à 59.

Les Rois de France sont Louis 8, dit Lyon, 24 à 26 ; & Louis 9, qui est S. Louis, 27 à 70.

En l'an 1248, Ottocarus fut couronné Roy de Boëme.

Albert le Grand, de l'Ordre de S. Dominique, Euesque de Ratisbone, & Maistre de S. Thomas, florissoit en ce siecle.

Vitellion a escrit amplement de l'Optique, mettant en vn la plusspart de ce que les autres ont dit.

Nicolaus Cabasilla Grec, a fait des Commentaires sur l'Almageste de Ptolomée.

Alphonse Roy d'Espagne, de qui sont les tables Alphonsines, en l'an 1250 a trouué que la longitude de la premiere estoile d'Aries estoit de 23 deg. & 40'.

26.

Les Empereurs de ce siecle sont, Richard frere du Roy d'Angleterre : Rodolphe Comte de Habspurg, & Landgraue d'Alsace, 73 à 90 : Adolff Comte de Nassau, 91 à 97 : & Albert premier, Duc d'Autriche, 98 à 108.

Les Rois de France sont Philippe 3, dit le Hardy, 71 à 75 : & Philippe 4, dit le Bel, 75 à 113.

S. Thomas, dit d'Aquin, de l'Ordre de S. Dominique, a fleury en ce siecle, & aussi Matthæus Parisiensis.

En l'an 1297 a commencé l'Empire des Turcs.

Iean de Sacrobosco a escrit en ce siecle de la Sphere, & du calcul Ecclesiastique.

Vn nommé Iean est autheur de la Somme Anglicane.

Thebit Arabe, est le premier autheur du mouuement de trepidation du firmament.

Profatius Iuif, en l'an 1300 a obserué que la declinaison du Soleil estoit de 23 deg. 32'.

Ioannes Gira d'Amalphe, qui est au Royaume de Naples, est le premier qui a recognu que l'aiguille touchée d'aymant tourne tousiours vers le Nort.

En ce siecle les sept Electeurs de l'Empire furent establis.

27.

Les Empereurs de ce siecle sont Henry 7, Comte de Lutzembourg, 7 à 13: Louis de Bauiere, 13 à 46: & Charles 46 à 77.

Les Rois de France sont Louis 10, dit Hutin, 14 à 15: Philippe 5, dit le Long, 16 à 20: Charles 4, dit le Bel, 21 à 27: & Philippe 6, dit de Valois, 28 à 49.

François Petrarque Prince des Poëtes Italiens, a fleury en ce siecle.

En ce siecle les Suisses commencerent à se liguer ensemble, & se retirer de la domination de la maison d'Autriche.

En l'an 1346, les Anglois gaignerent la bataille de Crecy contre les François.

En ce siecle Barlaam Moine a escrit en Grec de l'Arithmetique.

Rogerius Baccon a escrit de la Perspectiue, où il parle des choses rares; & aussi des lieux des estoiles, & des miroirs Mathematiques.

Notez que si ie ne dis en quelle langue ont escrit des Mathematiques les Autheurs qui suiuent, il faut entendre qu'ils ont escrit en la langue que sera leur nom.

28.

Les Empereurs de ce siecle sont Vvenceslavv, 78 à 99: & Rupert ou Robert, 100 à 110.

Les Rois de France sont Iean, 50 à 63: Charles 5, 64 à 79: & Charles 6, 79 à 122.

En l'an 1380, le canon fut inuenté par Bertol Moine Alleman, puis mis en vsage premierement par les Venitiens.

En ce siecle ont escrit Iean Froissart historien en François, & Iean Bocace en Italien.

Ioannes Archeuesque de Cantorbery, autheur de la Perspectiue commune, est de ce siecle.

Tamerlam, ou Tamberlam, ayant entré en l'Asie mineure auec vne armée de 400000 cheuaux, & de 600000 hommes de pied, deffit Bajazet Empereur des Turcs pres le mont Stella, ayant auparauant tué 140000 hommes, & l'ayant pris prisonnier, le mit dans vne cage pour estre mené par tous les pays comme en triomphe, & duquel il se seruoit de marchepied quād il mōtoit à cheual.

29.

Les Empereurs de ce siecle sont, Sigismond Roy de Hongrie & e Boëme, 11 à 37 : Albert 2, Roy de Boëme & de Hongrie, 38 à 39 : c Frideric 3, 40 à 92.

En France Charles 7, 23 à 60.

En l'an 1439, les Ducs d'Holsace & de Slesvvic ont commencé estre Rois de Dannemark.

Gerson, Docteur tres-celebre, Chancelier de l'Vniuersité de aris, fut deputé de l'Eglise Gallicane pour assister au Concile eneral de Constance, qui se tint enuiron l'an 1414, auquel Hus eresiarque de Boëme, & Hierosme de Prague, furent condamiez, & bruslez, pour auoir maintenu plusieurs opinions heretiques.

En l'an 1440 l'Imprimerie fut inuentée par Iean Guttembergius de Strasbourg, & publiée premierement à Mayence, puis à strasbourg, à Naples, & à Rome.

Georgius Purbachius a fait vne Theorie des Planetes, & commencé sur l'Almageste de Ptolomée, que du depuis Ioannes de Monteregio a paracheué. Il a aussi mis en lumiere des tables des ecclipses, & obserué la plus grande declinaison du Soleil de 23 deg. 28'.

Iacobus Faber Stapulensis a commenté l'Arithmetique de Iordanus, & composé 4 liures des Elemens de Musique.

Petrus de Aliaco. Card Cameracensis en l'an 1414, a persuadé au Concile de Constance la correction du Calendrier Iulien, & a escrit d'icelle correction, & des paralleles.

En ce siecle ont escrit en Latin Albohazen Haly, *de iudiciis astrorum*, & Haly Heben Rodan sur le Quadripartite de Ptolomée.

30.

Maximilian a tenu l'Empire depuis 93 à 118.

Les Rois de France sont, Louis 11, 61 à 83 : Charles 8, 84 à 97 & Louis 12, 98 à 114.

En l'an 1453 Constantinople fut prise par Mahomet.

En l'an 1492 le nouueau monde a esté descouuert par Christofle Colombe Genois.

En ce siecle ont fleury Theodorus Gaza, Georgius Trapezun

tius, Laurentius Valla, Franciscus Philelphus, Batista Platina, Alexander ab Alexandro, Picus Mirandula, Hermolaus Barbarus, Pomponius Lætus, Rodolphus Agricola, Ioannes Iouianus Pontanus, Ioannes Trithemius, Hieronymus Sauanarola, & Ioannes Nauclerus, & Ang. Politianus.

Ioannes de Monteregio a paracheué l'Epitome sur l'Almageste, & a faict vn liure des Triangles plans & spheriques, vn autre des directions, & vn autre des Cometes: & est le premier qui aye fait des Ephemerides pour plusieurs années. Il a obserué la plus grande declinaison du Soleil estre de 23 deg. & 30': il est aussi le premier qui a changé les tables des chordes des anciens en sinus, ausquelles du depuis il a adjousté les tables des tangentes.

Frater Lucas de Burgo a mis en lumiere en Italien, vn liure d'Arithmetique & d'Algebre bien ample, dans lequel se trouue vne grande partie de l'Algebre de Leonard de Pise, qui n'a pas encore esté imprimé.

Nicolaus Cusanus Cardinal a escrit de la transformation des figures.

En l'an 1466, Scanderberg Prince d'Albanie, la terreur des Turcs, mourut en l'aage de 63 ans.

En l'an 1497, Vasquez Gama ayant doublé le Cap de Bonne-esperance, descouurit la Mosambique, Melinde, & le Royaume de Malabar.

31.

Charles 5 a tenu l'Empire depuis 19 à 57.

François 1, 15 à 47: & Henry 2, 48 à 58.

En ce siecle ont escrit Guillaume Budée Parisien: & Alciat Milanois, Iurisconsulte.

En l'an 1517, Martin Luther commença à prescher contre les Indulgences.

Melancthon son disciple dressa & escriuit la confession d'Ausbourg, qui fut presentée à Charles 5 és Estats d'Ausbourg.

Ioannes Vernerus Alleman, a obserué en l'an 1514 la plus grande declinaison du Soleil estre de 23 deg. 28': & la longitude de la premiere estoile d'Aries de 26 deg. Il explique aussi la table des situations qu'ont les estoiles au firmament.

En l'an 1508, Canada, ou nouuelle France, fut descouuerte.

En l'an 1519, Magellan, nommé Ferdinand, Gentilhomme Portugais, a descouuert le destroit de Magellan, qu'il a nommé de son nom, lequel mourut en ce voyage : & ses gens & son vaisseau sont les premiers qui ont fait le circuit du monde.

En l'an 1519, Ludouicus Folianus de Modene, a escrit en Latin de la Theorie de la Musique.

En ce siecle Nicolaus Copernicus a réveillé l'ancienne opinion de Cleanthes de la mobilité de la terre : & est le premier autheur qui a fait vne Theorie des Planetes : suiuant cette hypothese, Orontius Finæus a mis en lumiere diuers traictez Mathematiques, quelques-vns desquels ont esté refutez par Petrus Nonnius Portugais, lequel a encore escrit de l'art de nauiger, des Crepuscules, sur la theorie des Planetes de Purbachius, & vn liure en Espagnol de l'Algebre vulgaire.

Erasmus Reinoldus a fait les tables Pruteniques, & commenté la Theorie des Planetes de Purbachius.

Andreas Schonerus a assez bien escrit de la Gnomonique.

Ioannes Schonerus a fait vn liure assez gros de l'Astrologie & de l'Astronomie.

Bartholomæus Zambertus a traduit de Grec en Latin les Elemens d'Euclide, l'Optique, la Catoptique, les Phenomenes, & les Dates d'Euclide.

Michael Stifebius a escrit assez exactement de l'Arithmetique & de l'Algebre vulgaire.

En l'an 1534, S. Ignace de Loyola, Gentilhomme de Biscaye, fonda, auec 10 autres de ses compagnons, l'Ordre des Peres Iesuistes.

En ce siecle Iean Pic, & Iean François son neveu, Comtes de la Mirandole, tous deux tres-sçauans, ont mis leurs œuures en lumiere en Latin, dont le second a escrit amplement contre l'Astrologie.

32.

Les Empereurs sont Ferdinand 2, 58 à 63 : Maximilian 2, 64 à 75 & Rodolphe 2, 76 à 111.

Les Rois de France sont François 2, 59 à 60 ; Charles 9,

61 à 73: Henry 3, 74 à 89: Henry 4, 90 à 110.

En l'an 1557 se donna la bataille de S. Quentin.

En ce siecle ont fleury Iacques Cujas Tholosain, excellent Iurisconsulte: & Scaliger, nommé Iule-Cesar, tres-docte Philosophe, Poëte & Medecin, lequel a laissé son fils Ioseph Scaliger qui estoit des plus sçauans de son siecle, ayant la cognoissance de plus de 12 langues.

Iean Caluin natif de Noyon, & Chanoine de la mesme ville puis Curé d'vn lieu voisin nommé le Pont-l'Euesque, est le premier autheur des Caluinistes, lequel commença à prescher son heresie à Geneue en l'an 1551.

Theodore Beze Bourguignon, Caluiniste, estant Prieur de Long-jumeau pres Paris, se feist Ministre de Geneue, il est le premier traducteur auec Clement Marot, des Pseaumes, qui se chantent és assemblées des Caluinistes.

Raphael Bombel a escrit en Italien assez amplement de l'Algebre vulgaire.

Franciscus Salinas a escrit de la Musique en Latin: Iosephus Zarlinus en Italien, mais plus amplement.

Ioannes Buteo a escrit de l'Arithmetique & de l'Algebre vulgaire, vn liure distingué en cinq parties; vn autre, *de Arca Noë*: vn autre des diuerses quadratures du cercle, tant des anciens que modernes, y remarquant les deffauts qui s'y trouuent.

Franciscus Maurolycus, Abbé de Messine, a escrit de la Sphere, en son liure intitulé, la Cosmographie: & aussi en ses Opuscules Mathematiques, où il traite aussi du Calcul Ecclesiastique; de l'vsage du quarré Geometrique; du quart de Cercle; de la theorie & fabrique de l'Astrolabe; des lignes horaires, distinguées en trois liures, y meslant quelque chose des sections Coniques; des 13, 14 & 15 des Elemens d'Euclide: de la Musique; & des nombres figurez, dont le traicté est diuisé en deux liures.

Aux spheriques de Menelaus qu'il a fait imprimer, il a adjousté beaucoup du sien.

Depuis son deceds, on a aussi imprimé le liure qu'il auoit faict *de lumine & umbra*: il est le premier qui a escrit des lignes secantes.

Hieronymus Cardanus Medecin Milanois, mesle beaucoup de

Mathematiques en ses liures *de subtilitate & varietate*: il a escrit vn liure intitulé, *Practica Arithmetica*, qui contient vne grande quantité de questions des nombres rationaux & sourds: vn autre intitulé, *Ars magna*, auec lequel est aussi imprimé son liure intitulé, *de Regula Aliza*: & vn autre liure de proportions, contenant plus de 200 questions de nombres, mouuemens, poids, & d'autres choses.

Les liures qu'il a faict sur la Iudiciaire sont, les Commentaires sur le quadripartite de Ptolomée, le liure des genitures, le supplement d'Almanach.

Il a recognu que les Cometes sont au ciel au dessus de la Lune.

Franciscus Flussates Candala, d'extraction illustre, a commenté les Elem. d'Euclide, & adjousté de son inuention vn 16 liure: il a aussi fondé vne chaire de Mathematique à Bourdeaux.

Federicus Commandinus est vn de ceux qui ont plus trauaillé pour l'estude des Mathematiques: Car il a tres-bien traduict de Grec en Latin, & expliqué les Elem. d'Euclide; les coniques d'Apollonius, & de Serenus; les œuures d'Archimede; de Pappus Alexandrinus; Aristarchus Samius: Bagdadinus, de la diuision des figures; les spiritales de Heron; l'Analemme, & le Planisphere de Ptolomée Et de son inuention il a escrit du centre de grauité des solides, & des lignes horaires.

Ioannes de Roïas a escrit sur l'Astrolabe ou Planisphere.

Ioannes Stoflerus a escrit de la fabrique & vsage de l'Astrolabe, des Commentaires sur la Sphere de Proclus, & du Calendrier.

Abrahamus Ortelius a fait le Theatre du monde, qui est vn recueil des Cartes Geographiques modernes, & le Parergon contenant enuiron 50 Cartes anciennes bien graues. Il a aussi fait vn Dictionnaire Geographique, intitulé, *Thesaurus Geographicus*.

Gerardus Mercator a restitué la Geographie de Ptolomée, & composé le grand Atlas, qui a esté augmenté du depuis de plusieurs Cartes.

Alexander Piccolomineus a escrit en Italien de la Sphere, de la theorie des Planetes, des estoiles fixes, & de la grandeur de la Terre & de la Mer.

Nicolaus Raimarus a trouué l'inuention de resoudre les triangles spheriques par la seule prostapherese.

Vincentius Galileus a escrit en Italien cinq Dialogues de la Musique ancienne & moderne, où il monstre les erreurs des compositeurs modernes.

Io. Batista Benedictus a escrit de la Gnomonique, & vn liure de diuerses speculations Mathematiques, où il examine plusieurs choses d'Arithmetique, de la Perspectiue, des Mechaniques, & d'autres choses tant Mathematiques, que Physiques.

M Iacobus Christmanus a commenté Alfragan, en suite duquel il a traité de diuers Calendriers, & de la connexion du temps. Il a aussi fait vne theorie particuliere pour la Lune.

Iosephus Auria Neapolitain, en fuite de Commandin, a aussi trauaillé à traduire les anciens Autheurs Grecs en Latin : ceux qu'il a tourné sont, *Autolycus de Sphæra quæ mouetur : Euclidis phenomena : Theodosius Tripolita de habitationibus : & de diebus & noctibus :* & les Dates d'Euclide qui ne sont pas encore imprimez.

Franciscus Barocius a tres-bien traduit de Grec en Latin les Commentaires de Proclus sur Euclide; Heron des Machines de guerre, & de la Geodesie : & a mis aussi en lumiere de son inuention vn traicté de la Cosmographie.

Guidus Vbaldus Marquis, de la tres-noble famille du Mont en Italie, a tres-bien escrit des Mechaniques; vne Paraphrase sur les equiponderants d'Archimede; du Planisphere; de la Perspectiue; & depuis son deceds on a imprimé de ses œuures les problemes Astronomiques, & le traicté *de Cochlea.*

Tycho Brahé, Baron Danois, a employé pour le moins 200000 escus pour le restablissement de l'Astronomie : Car pour cet effect il a fait bastir vn beau Chasteau, fait faire des instrumens grands & bien justes, & entretenu beaucoup de monde pour obseruer les Astres : Ses œuures sont trois tomes, dont le premier traite de la nouuelle estoile de l'an 1572.

Le second, des Cometes, qui contient aussi plusieurs Epistres qui traictent de l'Astronomie.

Et le 3, contient les constructions & explications des instrumens qu'il a fait faire.

Il a recognu que les Cieux sont fluides, & non solides, & qu'il n'y a point d'element de feu. Il a aussi obserué que Venus & Mars

se meuuent quelque fois au dessus du Soleil, puis au dessous.

Io. Bapt. Villalpandus, au 3 tome du liure qu'il a fait sur Ezechiel, a beaucoup meslé de Geometrie, & des Mechaniques.

Franciscus Vieta a mis en lumiere les liures intitulez, *Canon Mathematicus : Calendarium : Pseudomesolabum : Munimen aduersus nouam cyclometricam : Apollonius Gallus : Opus restitutæ Mathematicæ Analyseos, siue Algebra noua*, qui contient l'Isagoge; cinq liures des Zetetiques; les effections Geometriques; les resolutions des puissances tant affectées que pures; le supplement de Geometrie; le 8 liure *Variorum de rebus Mathematicis responsorum*. De ses œuures, depuis son decéds, on a mis en lumiere, *ad logisticen speciosam notæ priores* : les traictez *de recognitione & emendatione æquationum*; & les demonstrations des theoremes des sections des angles qu'il auoit fait imprimer en son 8 liure des Responses.

Il est le premier qui a obserué qu'vne equation d'Algebre peut auoir plus de deux solutions, & d'autant plus que l'equation monte haut.

Il est aussi inuenteur de la methode vniuerselle d'extraire les racines des nombres des puissances affectées, & le premier qui a introduit en l'Algebre la loy des homogenes; & est aussi le restaurateur, ou plustost autheur de l'art Analytique, qui est maintenant en vsage, par le moyen des especes ou lettres de l'alphabet, au respect duquel, l'Analyse qui n'vse point d'espece, est plustost vne faculté, qui s'acquiert par vn long exercice, & bonté d'esprit & de memoire, qu'vn art.

Simon Steuin de Bruges, a escrit de l'Arithmetique, & de l'Algebre vulgaire; de la Trigonometrie des triangles plans & spheriques; de l'Istiodromie; de la Theorie des Planetes; de la Geometrie practique; des Mechaniques; du Centre de grauité; de la Perspectiue; des Fortifications; & de la Castrametation.

Il est le premier autheur de la Dixme.

33.

Les Empereurs de ce siecle sont Mathias, 12 à 19 : Ferdinand 2, 19 à 37 : dont le fils aisné s'appelle Ferdinand 3, Roy de Hongrie.

Au Royaume de France & de Nauarre en l'an 1610, a succedé Louis 13, dit le Iuste, à Henry le Grand son pere, lequel regne à present.

Les autres principaux Potentats qui dominent maintenant en la Chrestienté cette année 1642, sont, Vrbain 8, nommé auparauant Maffée Barbarin Florentin, lequel tient le S. Siege depuis 1623.

En Espagne, Philippe 4, fils de Philippe 3, regne depuis 1621.

En Angleterre, Charles 1, regne depuis 1625.

En Dannemark, Christierne 4, depuis 1588.

En Suede, Christine fille de Gustaue Adolf, regne depuis 1633.

En Pologne, Vladislavv fils de Sigismond, regne depuis 1631.

Christophorus Clauius Iesuiste, a escrit de la Sphere; de la Gnomonique; sur les Elem. d'Euclide; sur les Spheriques de Theodose; de la Trigonometrie; de l'Astrolabe; de l'Arithmetique practique; de l'Algebre vulgaire; & du Calendrier Gregorien, qui contient aussi les Apologies qu'il a fait contre Mestlin, I. Scaliger, & autres.

Nous auons suiuy son ordre & texte aux Elem d'Euclide; aux trois liures des Spheriques de Theodose; & aussi au 4 liure des Spheriques, iusques à la 38 propos.

Io Antonius Maginus Professeur public és Mathematiques à Boulongne, a escrit de la Geometrie practique; de la Theorie des Planetes; des tables des seconds mobiles; des tables des directions; d'autres tables intitulées, *Primum mobile*; des Ephemerides pour 50 ans; le supplement des Ephemerides; des Commentaires sur la Geographie de Ptolomée; & en Italien, des effects du miroir spherique, qui a esté traduict en François.

Marinus Ghetaldus patrice de Ragouse, a mis en lumiere des liures intitulez, *Promotus Archimedes; de Parabola; de Speculo vstorio; Apollonius rediuiuus*; dont la principale partie est celle que nous auons mise sous son nom à la fin des Elemens d'Euclide; *& Supplementum Apollonij Galli*, qui contient quelques propositions du traicté des Attouchemens, que nous auons aussi mis en lumiere à la fin des Elemens, sous le tiltre des Attouchemens restituez par Viete. Depuis son decez on a aussi imprimé de ses œuures l'art Analytique, qu'il auoit composé suiuant l'Algebre de Viete.

Lucas Valerius Professeur public és Mathematiques à Rome, a tres-bien escrit du centre de grauité des solides; & aussi de la Quadrature de la Parabole, autrement qu'Archimede.

Io Baptista Porta a escrit 9 liures des Refractions; 3 liures des curuilignes; l'explication de l'Almageste, auec les Commentaires de Theon; & trois liures des Pneumates.

Ioannes Keplerus a mis en lumiere les liures intitulez, *Mysterium Cosmographicum*; *Paralipomena ad Vuellionem*; *Opus de Stella Martis*; *Chilia Logarithmorum*; *Noua Stereometria doliorum vinariorum*; *De Stellis nouis*; *Dioptrice*; *De Niue Sexangula*; *Harmonice mundi*; *Epitome Astronomia Copernicana*; les Tables Rodolphines: & des Ephemerides, qui ont finy en l'an 1636.

Depuis son decez on a imprimé de ses œuures vn liure intitulé, *Somnium de Astronomia lunari*.

Nous nous sommes beaucoup seruy de ses escrits en la Theorie des Planetes, & est autheur de la plus-part de ce que nous auons mis en nostre Dioptrique.

Les œuures de Galilæus Galilæi Florentini, sont, *Sidereus Nuncius*, qui traicte des 4 compagnons de Iupiter, & des autres choses nouuellement descouuertes au Ciel par le moyen du telescope; *Systema cosmicum*, qui sont les 4 Dialogues qu'il a fait sur les deux systemes du monde de Ptolomée & de Copernic.

Il a aussi fait deux liures en Italien, l'vn qui traicte des choses qui nagent entre deux eaux; & l'autre, du mouuement local.

Il est le premier de ceux qui ont mis l'vsage du Compas de proportion en lumiere.

Les œuures d'Adrianus Romanus sont, *Idea Mathematica*; *Vranographia*, *Exercitationes cyclica*; l'Exposition d'Archimede; des Triangles spheriques; & *Pyrotechnia*; qui traicte de la construction des feux de ioye.

Christophorus Scheiner Iesuiste, a escrit de l'Optique vn liure intitulé, *Oculus*; vn autre des Macules solaires, qu'il a du depuis beaucoup augmenté en son liure intitulé, *Rosa Vrsina*; & a encore fait quelques autres petits traictez.

Franciscus Aquilonius Iesuiste, a bien escrit de l'Optique, & particulierement des projections des cercles de la Sphere.

Iosephus Blancanus Iesuiste, a expliqué les lieux Mathematiques d'Aristote; & a mis à la fin de ce liure la Chronologie des Mathematiciens plus celebres, la plus-part desquels nous auons

mis icy, expliquez en François.

Il a aussi faict vn autre liure de la Sphere du monde, à la fin duquel il y a vn petit traicté de l'Echometrie.

Io. Neperus Baro Merchistonij Scotus, a inuenté les Tables des Logarithmes, qui abregent grandement le Calcul de la Trigonometrie, principalement aux Triangles Spheriques.

Henricus Briggius, suiuant l'intention de Neper, a du depuis construict deux liures des Tables des Logarithmes plus commodes, dont l'vn est intitulé, *Arithmetica logarithmetica*, dans lequel la Table des nombres absolus, que nous auons mis au 3 Tome du Cours Mathematique iusques à 1000, a esté continuée en la premiere impression iusques à 20000, & en la seconde impression iusques à 100000, par Adrian Vlacq, & se trouue en Latin & en François.

L'autre liure intitulé, *Trigonometria Britannica*, a esté mis en lumiere apres le decez de Brigge, par Henry Gellibrand Professeur és Mathematiques à Londres, lequel contient les sinus, tangentes, & secantes des logarithmes des degrez, subdiuisez en secondes de la dixme.

De ces deux liures, le premier monstre bien la construction des Tables des Logarithmes : & le second, enseigne mieux la construction des Tables des sinus, tangentes, & secantes, & aussi la Trigonometrie des Triangles tant plans que spheriques, y employant aussi pour la construction des tables l'vsage des theoremes de la section des angles inuentez par Viete, qui se trouuent demonstrez en particulier, entre autres les theoremes de la 29 & 30 propos. du supplement de nostre Algebre.

Iustus Lipsius a fait deux liures, qui traictent de la milice, dont le premier est intitulé, *de Militia Romana*, & l'autre, *Poliorceticon*, qui traicte des Machines de Guerre.

Claudius Gaspard Bachetus a commenté les six premiers liures de Diophante, & aussi celuy qui traicte des nombres polygones.

Claudius Hardy Conseiller du Roy au Chastelet de Paris, a tres-bien traduit de Grec en Latin les Dates d'Euclide, dont nous auons suiuy la version.

Claudius Mydorgius Patricius Parisinus, en son liure intitulé, *odromus Catoptricorum & Dioptricorum*, a bien augmenté & enri-y la science des Sections coniques.

.Marinus Mersennus Religieux de l'Ordre des Minimes, a bien richy la science de la Musique de beaucoup de belles choses 'il met en ses escrits de la Musique theorique & practique, tant cienne que moderne; & de la nature, causes, & effects des sons, nsonances, & dissonances, & d'autres choses appartenantes à armonie.

En son liure intitulé, *Harmonicorum instrumentorum lib*. 4. il a scrit & fait grauer les figures de tous les instrumens d'harmo-e qui ont esté ou sont maintenant en vsage: lequel est en Latin en François, mais le François est beaucoup plus ample que le tin, & contient plusieurs choses rares de la Musique, & des au-es parties des Mathematiques.

Il a aussi beaucoup meslé de Mathematiques en tous ses autres ires, comme on peut voir en celuy qu'il a fait sur la Genese.

René Des-Cartes, au liure qu'il a intitulé, De la Methode, ex-ique la Dioptrique, & les Meteores, par le moyen des nou-aux principes qu'il suppose: Et en sa Geometrie il a trouué, par moyen de l'Algebre, la solution du probleme d'Apollonius ergeus, dont Pappus fait mention au 7 liure, qui s'appelle, *locus l tres, quatuor, vel plures lineas*.

Il a aussi enseigné à resoudre, par le moyen des Sections coni-ues, les equations d'Algebre, qui montent au 3 & 4 degré paro-que.

Vvillebrodus Snellius, outre les trois petits liurets que nous ions fait imprimer à la fin des Elem. d'Euclide, d'où il appert 'il estoit bon Geometre: Il a fait les liures intitulez, *Eratosthenes atauus, de Terra ambitus vera quantitate: Descriptio Cometa anni 1618. yclometricus: Tiphys Batauus, siue Istiodromice*. Et a mis en Latin les euures de Steuin; & l'Algebre de Ludolphe à Ceulen.

Du depuis on a aussi imprimé sa Trigonometrie, qu'il auoit omposé deuant son decez.

Adrianus Metius a escrit de l'Arithmetique & Geometrie pra-tique; de la Trigonometrie; des Fortifications; de la Gnomo

nique; de la fabrique & vsage de l'Astrolabe; de l'histoire Astronomique; de l'art de Nauiger; & de l'vsage des Globes.

Philippus Cluuerius a tres bien escrit de la Geographie ancienne de l'Allemagne, Italie, Sicile, & Sardaigne; & depuis so[n] decez, l'on a encore imprimé de ses œuures, l'Introduction en l[a] Geographie.

Opera Fratris Bonauenturæ de Cauallериis sunt, *Geometria indiuisibilibus continuorum mira quadam ratione promota.*

Directorium generale Vranometricum.

Lo specchio vstorio. Centuria di varij problemi.

Compendio delle regole de triangoli.

Noua prattica astrologica di far direttioni secondo la via rationale.

Table par ordre alphabetique des choses notables pa[r] lesquelles nous auons distingué la suite du temps.

Table par ordre alphabetique des Autheurs Mathematiques contenus en la Chronologie precedente.

Catalogue des principaux Autheurs qui ont escrit des Mathematiques.

Des Elemens de Geometrie.

Euclides commenté par Comandin.

Euclides commenté par Clauius.

Euclides commenté par Proclus, de la version de Barocius.

Euclidis Data, de la version de Claude Hardy.

Archimede de l'ancienne version, imprimé auec le texte Grec, & commenté par Eutoce.

Archimede commenté *per Dauidem Riualtum à Flurantia.*

Archimede commenté par Comandin.

Apollonius Pergeus des sections Coniques, de la version de Comandin.

Auec l'Apollonius de Comandin, sont aussi les deux liures de la section du cylindre de Serenus.

Claudii Mydorgii conicorum libri quatuor priores

Collectiones Mathematicæ Pappi, de la version de Comandin.

Mahometes Bagdadinus, de la version de Comandin.

Apollonius Pergæus de determinata sectione, restitué par Vvilebrodus Snelius.

Apollonius Pergæus de proportionis sectione, restitué par Vvilebrodus Snelius.

Apollonius Pergæus de spatii sectione, restitué par Vvilebrodus Snellius.

Apollonius Pergæus inclinationum Geometria, restitué par Marinus Ghetaldus.

Apollonius Pergæus tactionum Geometria, restitué par François Viete.

Angularium sectionum doctrina, inuentée par Viete, que nous auons commenté apres Alexandre Andreson.

Petri Antonii Cattaldi Geometrica transformatio.

Dibuadius a escrit sur les Elem. d'Euclide, expliquant les lignes aussi par nombres.

De la Theorie de l'Arithmetique.

Euclide aux 7. 8, 9, & 10 liures des Elemens.
Iordanus Nemorarius commenté par Faber Stapulensis:
Arithmetica Boetii.
Francisci Maurolyci Arithmeticorum libri duo, qui sont dans ses Opuscules.
Logistica Barlaami Monachi.

De l'Arithmetique practique, & de l'Algebre.

Arithmetica & Algebra Michaëlis Stifelii.
Arithmetica & Algebra Cardani.
Arithmetica & Algebra Clauii.
Arithmetica & Algebra Ioannis Buteonis.
Algebra Diophanti, commenté par Claude Bachet.
Algebra speciosa Francisci Vieta.
Ghetaldus de Resolutione & compositione Mathematica.
Petrus Bungus a escrit des Mysteres des nombres.

Les principaux Autheurs qui ont escrit en Italien sont:
Frater Lucas de Burgo: Tartaglia: & Bombel.
L'Algebre de Nonius est en Espagnol.
L'Arithmetique & l'Algebre de Pelletier se trouuent en François & en Latin: & celle de Steuin en François.

De la Trigonometrie des triangles plans & spheriques.

Les Spheriques de Theodose, de Menelaus, & de Maurolycus.
La Trigonometrie de Pitiscus: de Clauius: l'Arithmetique logarithmetique d'Adrian Vlacq: *Trigonometria Britannica: Benj. Vrsini Trigonometria cum magno logarithmorum Canone: Opus Palatinum de Triangulis.*

De la Geometrie practique.

Hero Mechanicus de Geodæsia, de la version de Barocius: *Ioannes Maginus*

Maginus de dimetiendi arte : Geometria practica Clauii : Nicolaus Tartalea en Italien : *Geometria practica Adriani Metii* : Samuel Marolois : Simon Steuin : & Daniel Santbech.

Des Fortifications.

Des Fortifications d'Errard de Bar-le-Duc : de Samuel Marolois : du Cheualier Antoine de Ville : d'Adam Fritach : de Steuin auec sa Castrametation. Et en Italien, *de Lorini : del cauallieri Francesco Tensini : del caualliero Alessandro Barone de Groote.* Les descriptions des ouurages qui se sont faict en diuers sieges, comme en celuy de Breda & de Bolduc, & aussi les traictez de l'Artillerie, comme de Diego Vfano, & d'autres sont aussi necessaires pour la parfaite intelligence de l'art de fortification.

De l'Architecture.

Vitruue, tant en Latin qu'Italien, commenté par Daniel Barbaro : l'Architecture de Leon Baptiste Albert, laquelle se trouue en Latin & en François : l'Architecture de Sebastien Serlio ; elle a esté traduite d'Italien en Latin : l'Architecture de Philibert de Lorme : les nouuelles inuentions de bien bastir, & à petits frais, du mesme Autheur : l'Architecture de Vincense Scamozzi en Italien : *Trattato del l'arte della pittura, scoltura, & Architettura di Paolo Lomazo : Libri del l'Architettura di Andri Palladio* : l'Architecture de Vignole en Italien & en François : Iacques Androüet du Cerceau a mis en deux tomes les plus excellents bastimens de France, & en autre tome diuers bastimens pour toutes sortes de personnes, & diuersité des situations de lieux : & en vn autre, les cinq ordres de colomnes : & les Temples & Antiquitez.

De la Milice.

Les principaux Autheurs qui ont escrit en Latin sont : *Fl. Vegetius Renatus. de re militari : Leonis Imperatoris Tactica : Ioan. Ant. Valtrini, Societatis Iesu, de re militari veterum Romanorum : Iustus Lipsius, de militia Romana : Bartholomaus Policarius, de rebus militaribus : Cato Censorinus, de re militari : Cyropadia Xenophontis : Polianus,*

le rebus militaribus : Gabrielis Naudai Syntagma de re militari : Sexti 'ulij Frontini Stratagemata.

En François se trouuent, les Tactiques d'Ælian, traduict du Grec par Louis de Machaut : L'art militaire d'Onosender, traduit du Grec par Blaise de Vigenere : Reigles militaires du Cheualier Louis Melzo, sur le gouuernement & seruice particulier & propre de la Caual lerie : L'art militaire, tant pour l'Infanterie que la Caualle rie, de Iean Iacques de Vvalhausen : Instructions militaires, diuisées en six liures, par Ieremie de Billon Escuyer, sieur de la Prugne : De la charge des Gouuerneurs des places, par Ant. de Ville : Le parfaict Capitaine : La charge du Mareschal des logis, tant general que particulier, par Dauid de Solemne.

Les principaux Autheurs en Italien sont : *Paralleli militari di Francesco Patrizi : Della disciplina militare antica, moderna del Capitano Imperiale Cinuzzi Sanese : Il Seminario de gouuerni di Stato & di Guerra, di Girolamo Fracheta da Rouigo : Propositioni ouero Considerationi in materia di cose di Stato sotto titolo di Auertimenti, Auuedimenti Ciuili & Conceti Polutici, di M. Francesco Guicciardini, M. Gio. Francesco Lottini, M. Francesco Sansouini.*

Des Mechaniques.

Les Mechaniques d'Aristote *cum commentarij Henrici Monantholij, & Iosephi Blancani* : Les Mechaniques de Guid-Vbalde : Les Mechaniques de Steuin : *Iusti Lipsi Poliorceticon, siue de Machinis, Tormentis, & Telis* : Les Spiritales de Heron : Les Automates du mesme Autheur, qui sont traduits en Italien : Hero Mechanicus, des Machines de Guerre, de la version de Barocius : Heronis Ctesibij Belopeia, de la version de Bernardino Baldo : *Robertum Valturium, de re militari* : & les 120 figures de Guerre qui se trouuent dans Vegece : Iosephus Cedrenus, *de Cochlea Archim.* en Italien : les Pneumates de Iean Batista Porta : Theatre des instrumens Mathematiques de Iacques Besson : Artifices de feu, & diuers instrumens de guerre de Ioseph Boillot : les diuerses Machines du Capitaine Augustin Ramelli : Les desseins artificiaux de Strada : *Georgius Agricola, de re Metallica : Thesaurus Bellicus ex latissimo historiarum campo à Polyano erutus : Promotus Archimedes de Ghetal-*

de : de Galilée en Italien, des choses qui nagent entre deux eaux : & vn autre qu'il a fait du depuis du mouuement local : Robert de Flud, *de Natura Simia* : Les Mechaniques que Iean Baptiste Benedicte a mis en ses Speculations Mathematiques : Guid-Vbalde, *de Cochlea aquatica*, & aussi sur Archimede, *de Æquiponderantibus* : Lucas Valerius, *de centro grauitatis solidorum* : Iordanus Nemorarius, *de Ponderibus* : *Quesiti & inuentioni diuerse de* Nicolo Tartaglia.

De l'Optique, & de la Perspectiue.

L'Optique & Catoptrique d'Euclide : *Dioptrica Kepleri* : *Maurolycus, de lumine & umbra* : *Paralipomena ad Vitellionem Kepleri* : *Optica Aquilonij* : *Oculus, siue fundamentum opticum*, *Christophori Scheiner* : *Optica Vitellionis & Alhazeni* : *Perspectiua Rogerij Bacconis* : *Ioan. Baptista Porta Perspectiua* : *Guid-Vbaldi Marchionis Perspectiua* : La Perspectiue de Steuin : La Perspectiue de Samuel Marolois.

De la Sphere.

Cosmographia Maurolyci : Sacrobosco commenté par Clauius : *Epitome Astronomica Mestlini* : *Sphæra mundi, seu Cosmographia Blancani* : La doctrine spherique de l'Epitome astronomique de Kepler : *Alfragani Chronologica & Astronomica elementa* : Iulius Higinus, des Constellations.

De la Theorie des Planetes.

Epitome Ioan. de Monteregio in Almagestum Ptolomai : *Almagestum Ptolomai* : Theorie des Planetes de Purbachius, commenté par Erasme Rheinholde, & aussi par Petrus Nonius : Theorie des Planetes de Maginus : *Astronomia Danica Longomontani* : la doctrine Theorique de l'Epitome astronomique de Kepler : & encore du mesme Autheur, *Mysterium Cosmographicum, & de Stella Martis* : la Theorie des Planetes de Steuin : Copernic, des reuolutions des orbes celestes : les œuures de Tycho-Brahé : *Aristarcus Samius, de distantiis Solis & Luna*, de la version de Comandin.

De l'vsage des Globes.

Ioannes Garcæus : Robert Hues : Adrianus Metius :

De l'Astrolabe, & Planisphere.

De l'Astrolabe ont escrit Ioannes Stoflerus, Maurolycus, & Clauius: & du Planisphere, Gemina Frisius, Roias, & Guid-Vbaldus.

De la Geographie.

Ptolomée de Bertius: le grand Atlas: le Theatre d'Ortelius auec le Parergon: Ptolomée commenté par Magin: la Geographie de Strabon: Solin, Pomponius Mela, & Ioachim Vadiam: le Monde de Pierre d'Auite, diuisé en cinq volumes: le Theatre de la Terre Saincte d'Adriachomius: les œuures de Philippes Cluuerius: le Dictionnaire ou Thresor Geographique d'Ortelius.

De la Chronologie, & du Calendrier.

La Chronologie du Cardinal Bellarmin: Eusebe commenté par I. Scaliger: Sethus Caluisius: le Theatre historic de Heluicus: *Ioannis Funcij Chronologia*: I. Scaliger, *de Emendatione temporum*: *Doctrina temporum* du Pere Petau Iesuiste, & aussi *Rationarium temporum*: & le Calendrier Gregorien de Clauius, aussi Iesuiste.

De l'Art de Nauiger.

Petrus Nonius, *de Arte nauigandi*: Medina, de l'art de Nauiger: Tiphys Batauus de Willebrodus Snellius: l'Imenheuretica de Stevin: *Adrianus Metius, de Arte nauigandi*: *Guillelmus Gilbertus, de Magnete*: *Philosophia Magnetica, auctore Nicolao Cabeo*: *Athanasij Kircherij Magnes, siue de arte Magnetica.*

De la Gnomonique.

Maurolycus, de lineis horariis: *Gnomonica Clauij*: *Ptolomaus de Analemate*, de la version de Comandin: *Gnomonica Andrea Schoneri.*

De la Musique.

La Musique d'Euclide: La Musique de Ptolomée, auec celle d'Aristoxene: *Musica Fabri Stapulensis*: *Musica Boëtij*: *Ioan. Kepler*

Harmonices mundi: Salinas de Musica: Zarlin & Vincen on Italien.

De l'Astrologie ou Iudiciaire, & des Ephemerides.

Ptolomai quadripartitum, commenté par Haly Heben Rodan, & par Cardan : *Centiloquium* du mesme Ptolomée : *Centiloquium Hermetis* : *Procli Diadochi Paraphrasis* sur le Quadripartite de Ptolomée : Manilius, commenté par I. Scaliger : Iulius Firmicus Maternus: Albohazen Haly: Alkabitius : *Guido Bonatus* : *Summa Anglicana Ioannis Eschiud* : *Lucas Gauricus* : *Ioannes Schonerus* : *Ioannes Iouianus Pontanus* : *Iunctinus* : Origan au commencement de ses Ephemerides, traicte aussi assez amplement de la Iudiciaire. Picus Mirandulanus, & Sextus ab Hemminga, ont escrit contre la Iudiciaire. Les Ephemerides de Regiomonte vont de 1476 iusques à 1506 : de Stofler, de 1507 à 1556 : de Leouitius, de 1556 à 1606 : de Mestlin, de 1577 à 1590 : de Ioseph Scala, de 1589 à 1601 de Magin, de 1581 à 1630 : de Stadius, de 1555 à 1606 : d'Origan, de 1595 à 1654 : de Kepler, de 1617 à 1636 : d'Argolius, de 1621 à 1680 : de Eischstadius, de 1636 à 1650.

De la Physionomie, & de la Chiromance.

Physiognomia d'Aristote, commenté par Camilius Baldus : *Rodolphi Gocleny Physignomica & Chiromantica* : *Ioan. ab Indagine introductiones apotelesmatica in physiognomiam, astrologiam naturalem, & naturas planetarum* : *Christiani Moldenarij Exercitationes Physiognomica Ioan. Baptista Porta, de humana Physiognomia* : Le mesme Autheur a aussi mis en lumiere vn liure intitulé, la Physionomie celeste : la Physionomie naturelle de Iean Ingegneri est en Italien, & aussi celle de Carlo Montecuccoli, traduite du Grec de Polemone.

Ceux qui ont mieux fait de la Chiromance sont, Ioannes Taisnierus & Tricasse. Et de la Geomance, Christofle Catan, & Robert Flud, en son liure intitulé, *Simia Natura*.

Voila les principaux Autheurs de toutes les parties des Mathematiques, qui pourront suffire à faire vne Bibliotheque assez bien garnie : Mais i'estime que les Mathematiques, & prin

palement celles qui consistent en demonstrations, se peuent apprendre plus promptement, en les estudiant en nostre Cours, & s'accoustumant dés le commencement à faire les demonstrations par Notes. Ie sçay bien neantmoins, que la plus part de ceux qui les ont appris par la voye ordinaire, & qui n'ont iamais guere faict de demonstrations par Notes, sont d'opinion contraire, & qu'ils diront, que les Notes ne sont bonnes qu'à ceux qui sçauent desia beaucoup de Mathematiques, pour repeter promptement ce qu'ils ont appris. Mais l'experience monstre le contraire de leur opinion, & est tres-vray que les demonstrations, sont autant ou plus faciles auec les notes, que sans notes, & beaucoup plus brieves & faciles à retenir: Car i'en cognois beaucoup à Paris, qui se sont rendus bons Mathematiciens en peu de temps, sans auoir eu aucun ayde, ny estudié d'autres liures que les miens, & qu'ils n'ont rien trouué en iceux, qu'ils n'ayent bien entendu d'eux-mesmes, excepté l'Algebre, qui est le sujet de son Isagoge que i'ay mis en ce Supplement.

Quand nous auons commencé à mettre ce Liure sous la Presse, nostre dessein estoit de mettre en lumiere seulement la premiere partie, qui traite des Effections Geometriques: Mais à cause que le liure se trouuoit trop menu, pour le grossir nous auons adiousté tout ce qui ensuit: qui sont les choses que nous auons estimé estre les plus necessaires pour l'intelligence & accomplissement de nostre Cours Mathematique: & pourrions encore adiouster l'explication des histoires ou fables, que les anciens Poëtes Payens ont fait des constellations & planetes, & des autres corps de ce monde: Mais à cause que cette matiere de fables grossiroit par trop ce liure, nous ne dirons rien sur ce suiect, sinon ce qui est necessaire pour l'intelligence des choses qu'ils ont attribué aux sept Planetes.

Du Ciel & de la Terre.

Premierement l'Æther, ou *Aura atherea*, & la lumiere ou iour, qui estoient confus dans le Chaos, ont engendré le Ciel, nommé *Cælus*, ou *Cælius*, & aussi la Terre, qui fut appellée *Vesta*, des mots Latins *vi stat*, parce qu'elle se tient ferme & immobile par son

poids : elle s'appelle aussi Cybele, à cause de la stabilité de la figure cubique. Et se prend aussi pour Latone, qui signifie Cachée, parce qu'au commencement elle estoit cachée sous les eaux & vapeurs.

Le Ciel & la Terre, qui estoient le mary & la femme (selon leurs fictions) ont engendré les deux Deesses Rhée & Ops, & aussi Saturne & Titan.

Rhée a esté ainsi nommée du verbe Grec *Rheein*, qui signifie Couler, parce que tout bien vient de la Terre.

Ops s'appelle ainsi, à cause de l'assistance qu'elle apporte aux humains, en les nourrissant, ou bien pource qu'elle leur donne des richesses, appellées *Opes*, contenant en soy les choses plus riches & precieuses.

Saturne.

Saturne, que les Grecs appellent *Chronos*, est reputé fils du Ciel pour ce qu'il se prend pour le Temps, qui est engendré par la conuersion du Ciel, comme estant la mesure de son mouuement.

L'on dit qu'il a taillé son pere Cœlus, & que du sang qui sortit de ses parties genitales furent engendrez les Geants, ce qui denote l'vnité du monde, à cause qu'estant destitué de ses parties genitales, il n'en peut plus procreer vn autre semblable. Il estoit marié auec Ops ou Rhee sa sœur, & fit accord auec son frere aisné Titan, (qui se prend pour le Soleil) qu'il n'esleueroit aucun enfant masle, & qu'il les deuoreroit tous : Ce qui nous signifie, que luy qui est le Temps, & le Soleil, qui est autheur des choses naturelles (dont aucune ne se fait qu'auec le temps) s'accordent ensemble, à ce que toutes choses prennent fin, ou plustost se resoluent par changement en leur premier commencement, & se renouuellent en d'autres : & neantmoins il y en a 4, qui ne furent par luy deuorez, sçauoir Iupiter, Iunon, Neptune, & Pluton, qui nous marquent les 4 Elements, du Feu, de l'Air, de l'Eau, & de la Terre, qui en leur total ne perissent point. La faulx qu'il tient en main signifie que le temps tranche & consomme toutes choses.

L'on luy donne vne forme de vieillard, pource que le Temps est vieil. Cerés qui se prend pour la Terre, ou plustost de ses fruicts

estoit aussi fille de Saturne. Quelques-vns confondent les Titans auec les Geants, bien que d'autres les distinguent, en ce que les Titans firent la guerre à Saturne, & les Geants à Iupiter.

Iupiter.

Iupiter se prend pour pere aydant, ou secourant, & pource l'on luy mettoit le sceptre en la main, l'estimant le Souuerain, & le Roy de tous les Dieux. Mais ceux qui ont par luy entendu l'Element du feu, & l'ont adoré sous ce nom, l'ont estimé fils de Saturne, c'est à dire du Temps, frere & mary de Iunon, entenduë par l'air : à cause que le feu est voisin de l'air, & qu'il l'eschauffe par sa chaleur, luy faisant produire toutes choses.

Ils disent qu'il trancha le membre viril à Saturne son pere, ce que signifie l'vnité de la region Elementaire ; & que le temps n'en peut produire d'autres. Il ne fut pas deuoré par Saturne dautant que cette plage celeste, & luisante, ne sent aucune violence du temps, & ne reçoit aucune corruption, comme les autres Elements. Et à cause que c'est le plus haut des Elements, d'où vient la chaleur, l'antiquité, pour cette consideration, l'a feint qu'il darde des foudres & esclairs. Minerue, appellée autrement Pallas, Deesse des Arts & Sciences, à bon droict les Anciens ont dit qu'elle est née de la ceruelle de Iupiter : veu que la sagesse est vne chose diuine, & vn singulier don de Dieu.

Mars.

Mars, que les Anciens ont creu presider aux affaires de la Guerre, les Poëtes ont feint qu'il estoit fils de Iunon, mais sans pere : car les fables portent, que Iunon faschée de ce que Iupiter auoit sans son ayde engendré Minerue ou Pallas de son cerueau, medita aussi de conceuoir sans son accointance ; ce qu'elle fit par le moyen de certaine fleur qui luy fut monstrée par Flore. L'on conjoint Mars & Venus ensemble, pource que les hommes martiaux sont ordinairement voluptueux, ou bien, selon l'opinion de Macrobe, pour monstrer la force qu'apporte le Soleil, entendu par Mars, à la generation de toutes choses : d'autres Physiologiens entendent par Mars & Venus le discord & l'amitié, qui ce

neantmoins produisent par leur contrarieté, mais qui sont trauaillez par Vulcain, c'est à dire, par la trop grande chaleur du feu, qui surmonte leurs principes,& les empesche de faire leurs fonctions, si Neptune, Dieu des eaux, ne tempere par son humidité cet excez, & s'oppose à Vulcain.

Le Soleil.

Apollon, fils de Iupiter & de Latone, nay en l'Isle de Delos d'vne mesme ventrée auec Diane, laquelle est aussi nommé Phœbe, & luy Phœbus, ou Soleil. On le qualifie specialement de trois noms selon ses trois puissances, car il a esté appellé Soleil au Ciel, Pere Liber en Terre,& Apollon aux Enfers. C'est pourquoy l'on le representoit auec ces trois choses; la lyre, qui demonstroit l'harmonie des Cieux; le bouclier, pour ce qu'il seruoit de preseruatif aux humains;& les sagettes, dautant qu'il enuoyoit quelques fois aux Enfers par ses malignes influences. Les Poëtes le feignoient tousiours ieune, & sans barbe, ainsi que Bacchus. Platon en son *Cratil.* attribuë à Apollon quatre facultez: à sçauoir, l'art de Deuiner, la Musique, la Medecine, & l'addresse à bien tirer de l'Arc. Pour le premier, il n'y a rien qui descouure plus la verité que le Soleil,& qui chasse plus les tenebres & l'obscurité de l'esprit de l'homme; & pource on a feint qu'Apollon estoit le chef & guide des Muses. Il estoit estimé Dieu de la Musique, tenant en main vne lyre, à cause que selon les Platoniciens, les mouuemens des Planetes (ou plustost de leurs Cieux) entre lesquels il est le Prince, & constitué au milieu, rend vn concert d'harmonie fort douce & agreable. L'on le faisoit aussi pour cet effect inuenteur de la harpe, qui n'estoit auparauant garnie que de sept chordes, qui respondent aux sept Planetes sur lesquelles il répand sa vertu. Les Poëtes le feignent pareillement autheur de la Medecine, & pere d'Æsculape, reputé Medecin tres-expert: pource qu'il donne vigueur aux herbes, & aux autres remedes, dont vsent les Medecins, & coopere d'vne façon admirable à la generation des animaux, & renouuellement de la terre. La benignité & temperature de l'air, conseruatrice du corps humain, prouient du Soleil, qui consomme les vapeurs & humiditez contraires à

la santé. Mais aussi ses flesches se doiuent entendre en sens contraire, dautant qu'il eslance & décoche ses raiz, qui sont comme des sagettes, sur terre, auec des effects merueilleux, penetrans iusques en Enfer : parce que ses trop vehementes ardeurs causent la peste, & d'autres maladies, qui enuoyent les hommes aux Enfers. En toutes lesquelles choses les Anciens nous ont voulu declarer les effects admirables de cet Astre, qui est la fontaine de chaleur, le flambeau du monde, l'ornement du Ciel, & la plus belle & parfaite creature de toutes les insensibles. De ses 4 cheuaux, qui denotent les 4 qualitez de la course iournaliere du Soleil sur nostre horizon, le premier est appellé Pyroeis, c'est à dire, Rouge, dautant que le Soleil a cette couleur le matin quand les vapeurs s'esleuent de la terre : Eous, qui veut dire, Luisant, pource que le Soleil s'esclaircit grandement apres auoir dissipé toutes ces vapeurs & nuages : Æthon, qui signifie, Ardant, qui est lors que le Soleil estant au haut du iour, l'on ressent sa chaleur beaucoup plus bruslante : Le 4 c'est Phlegon, qui tend d'vne couleur rougeastre sur le noir, & c'est lors que le Soleil sur le declin du iour, semble se vouloir retirer sous la terre.

Venus.

Venus a esté reputée par les Anciens, Mere d'Amour, Deesse des delices, des plaisirs, passe-temps, mignardises, gentillesses, & specialement de la generation & propagation de toutes choses, accouplant ensemble, par vn doux & voluptueux germe, toutes sortes de creatures celestes, terrestres, & aquatiques. Les Poëtes ont feint qu'elle auoit prins naissance des genitoires de Cœlus, meslez auec l'escume de la mer, que son fils Saturne luy couppa, & ietta dans la mer. L'on luy donne Bacchus pour Escuyer ; car Venus ou la volupté est bien plaisante en la compagnie de Bacchus ou du vin. Ce globe qu'elle tient en vne main, & ces pommes en l'autre, monstrent le pouuoir qu'elle a sur tout le monde au Ciel & en la Terre. Vulcain, estimé par les anciens, Dieu du Feu, Forgeron, boiteux & fort laid, estoit son mary, mais elle ne l'aymoit gueres à cause de sa laideur, & se prestoit à d'autres.

Mercure.

Mercure, que les Anciens ont reputé le Heraut & Messager des Dieux, & l'Ambassadeur ordinaire de la Cour celeste : on le peignoit à trois testes, pource qu'il estoit tousiours en voye, tantost au Ciel, tantost en Terre, & tantost aux Enfers. On le tenoit presider sur tout ce qui depend de la marchandise, à raison dequoy en Grece on mettoit sa statuë au milieu du marché. Il fut inuenteur de la Musique & de la Lyre à sept chordes qu'il donna à Apollon : Obserua le premier le cours des Astres, & redigea les iours & les années en certain ordre, qui n'estoient point limitez. Mais s'il employa son eloquence, & son artifice à bien, il l'appliqua pareillement à mal ; car il fut en reputation d'estre le plus subtil, & ingenieux larron du monde, & pour ce fut adoré pour Dieu des Larrons : comme aussi Dieu des Pastres & Bergers, estimé auoir la puissance de benir, faire croistre & multiplier les troupeaux. En sa main il portoit vne verge entortillée de deux serpens, nommée Caducée.

De la Lune.

Diane ou Phœbé, qui se prend aussi pour la Lune, les Anciens la nommoient en trois façons, au Ciel la Lune, en Terre Diane, & en Enfer Hecate, & aussi Proserpine, qui est la femme de Pluton : à quoy se doit rapporter cette forme d'vne femme, laquelle ils representoient à trois testes, dont la dextre estoit de cheual, celle du milieu d'vn sanglier, & la senestre d'vn chien.



Annotation sur la 46 propos. du 5 chapitre de l'Algebre.

NOVS n'auons rien dit en ce Liure de la regle d'expurgation par onces, encore qu'elle soit necessaire pour les Effections geometriques des equations cubiques affectées sous le quarré, ou sous le quarré & le costé, à cause qu'elle est amplement expliquée par Viete, en son liure *de Recognitione & Emendatione Æquationum*. Et qu'en la 46 propos. du 5 chap. de nostre Algebre, nous auons donné la demonstration du premier exemple, à l'imitation de laquelle on peut demonstrer les conclusions des corollaires suiuans. Neantmoins afin qu'on ne trouue aucune difficulté en la prattique de cette regle, nous remarquerons icy les 4 choses suiuantes, qui sont necessaires de sçauoir pour faire la reduction des equations par le moyen de l'expurgation par onces.

La 1. que le coefficient du degré parodique plus proche de la puissance, doit tousiours estre le triple de quelque lettre : que s'il n'est tel, qu'on deura prendre vne autre lettre, qu'on fera valoir le tiers de la lettre qui se trouue en l'equation. Par exemple, si l'equation proposée est a3 + da2 2|2 g3, supposant que b soit égal au tiers de d, on aura l'equation a3 + 3ba2 2|2 g3, qui se pourra reduire par la regle de l'expurgation par onces.

La 2. que la racine ou lettre incognuë A, affectée de la lettre, dont le triple se trouue en l'equation, se doit tousiours supposer estre egale à la lettre incognuë E, pour purger l'equation de l'vne de ses affections, ou pour abbaisser l'affection du second degré en celuy du premier ; comme on peut voir aux exemples de ladite 46 propos.

La 3. que si l'equation cubique proposée n'est ambiguë, l'affection deura tousiours estre semblable à celle du plus haut degré parodique, comme on l'a faict au premier exemple, & aux corollaires 1, 4, 6, & 8.

Mais si l'equation est ambiguë, comme aux corollaires 2, 3, 9

10, 11 & 12, on pourra tousiours donner à l'affection le signe contraire à celle du plus haut degré parodique, comme aux corollaires 2, 9, 10, & 11.

La 4, que pour faire l'operation de la reduction il se faut tousiours seruir du premier axiome des Elem. d'Euclide, comme au premier, l'equation proposée est $a^3 + 3ba^2$ 2|2 zs: ayant supposé que E soit egal à A + B, par antithese A sera egal E ~ B: pour venir à l'vsage du premier axiome, on doit trouuer à quoy sont egaux $a^3 + 3ba^2$, & trouuant que a^3 est 2|2 $e^3 \sim 3e^2b + 3eb^2 \sim b^3$, & $3ba^2$ est 2|2 $3e^2b \sim 6eb^2 + 3b^3$, on conclura suiuant le premier axiome, zs sera 2|2 $\left\{\begin{array}{l} e^3 \sim 3e^2b + 3eb^2 \sim b^3 \\ + 3e^2b \sim 6eb^2 + 3b^3. \end{array}\right.$

Puis suiuant les regles ordinaires des reductions des equations on trouuera que $zs \sim 2b^3$ est 2|2 $e^3 \sim 3eb^2$, qui est vne equation affectée sous le costé.

Pareillement en l'exemple du 9 corollaire, ayant supposé que E est egal A + B, par antithese A sera egal E ~ B, & par consequent

a^3 vaudra $+ e^3 \sim 3e^2b + 3eb^2 \sim b^3$:
a^2 vaudra $e^2 \sim 2eb + b^2$, & $3ba^2$ vaudront $3be^2 \sim 6b^2e + 3b^3$: dpa vaudra $dpe \sim dpb$,

Partant par le premier axiome

zs sera 2|2 $\left\{\begin{array}{ll} + dpe \sim dpb, & \sqcup + dpa, \\ \sim 3be^2 + 6b^2e \sim 3b^3, & \sqcup \sim 3ba^2 \\ \sim e^3 + 3e^2b \sim 3eb^2 + b^3, & \sqcup \sim a^3. \end{array}\right.$

En cette equation à cause que $3ba^2$ & a^3 sont marquez par le signe de moins, on a donné à leurs equiualants les contraires de leurs signes, suiuant les preceptes de la soustraction: Puis faisant les reductions & antitheses à l'ordinaire, on trouuera que

$zs + 2b^3 + dpb$ est 2|2 $dpe + 3b^2e \sim e^3$,

qui est vne equation affectée seulement sous le costé E. En l'expurgation par onces des autres equations cubiques, il n'y a pas plus de difficulté, & se reduisent par la mesme methode.

SCHOLIE.

Nous auons dit aux definitions des Elemens d'Euclide, que la description ou construction differe de la science ou cognoissance de la proportion exprimée par nõbres; mais nous n'auõs pas noté en aucun endroit que les Anciens n'estimoient pas la solution d'vn probleme estre geometrique & scientifique, si de sa construction l'on ne pouuoit inferer la science, ils auoient aussi recognu que les nombres se peuuẽt trouuer aux problemes construits par les principes des Elem. d'Euclide, pourueu que ceux de l'hypothese se peûssent aussi obtenir geometriquement, & non en ceux qui se resoluoient par d'autres principes que ceux d'Euclide, si ce n'est par voye analytique d'Algebre, qui n'estoit pas estimée scientifique, comme est celle de composition. Nous noterons aussi que l'art analytique qui se pratique sans Algebre, ne consiste pas en calcul, pour trouuer la construction du probleme: mais qu'en l'art analytique, qui se pratique par l'Algebre, l'on ne peut trouuer la construction du probleme proposé, sans premierement trouuer quelque equation par calcul, qui determine la proportion qu'il y aura entre quelques-vnes des lignes données & incognuës. Et parce que le principal fondement de ce calcul, est la 47 propos. des Elem. pour trouuer l'equation par le moyen de quelque calcul, il est necessaire le plus souuent de tirer quelque ligne perpendiculaire, comme on peut voir en la plus part des problemes geometriques resouds par le moyen de l'Algebre.

De la methode vniuerselle d'extraire la racine du nombre d'vne puissance pure ou affectée.

L'vsage des lettres de l'alphabet que nous auons inuenté pour l'extraction des racines des puissances tant pures qu'affectées, est la meilleure inuention qu'on puisse auoir pour cet effect: & ne peuuent trouuer en l'extraction des racines autres difficultez que celles qui viennent de l'ambiguité de la racine, ceux qui entendent cet vsage, qui ne consiste qu'attribuer aux lettres les vrais nombres qu'elles signifient aux extractions des racines: comme

il appert de ce que nous auons dit, tant en la 9 prop. du 3 chap. de l'Algebre, qu'au 20 chap. & és annotations qui sont aux pages 326, 327, & 328 du mesme liure, où nous auons dit, que si vn nombre dõne les zero qu'il a à son costé droit, à celuy qu'il doit multiplier, la multiplication dõnera le mesme nõbre qu'elle eust donné en les gardãt : par exemple, pour multiplier 17 par 300, si on donne à 17 les deux zero de 300, viendra 1700 ; lequel nombre estant multiplié par le reste 3, viendra au produict 5100, qui est le mesme nombre qui fust arriué si on eust multiplié par 300. Nous auons dit aussi que la racine de toute puissance se doit imaginer estre composée de deux parties ou nombres, que nous attribuons à B +A, aux extractions pures ; & aux affectées à B+ A, plus les lettres coefficientes cognuës de l'equation proposée : & qu'il n'y a rien à trouuer aux extractions, que la figure ou nombre qui appartient à la lettre A, qui n'excede iamais 9. Par exemple, en la racine cubique 734, que nous auons trouué en la 9 prop. de nostre Algebre, pour la valeur de la racine E, de l'equation e3 2|2 395446904, les deux parties de la racine 734, sont premierement 700 + 34, dont 700 est la valeur de B, & 30 la valeur de l'A : secondement 730 est la valeur de B, & 4 la valeur de A.

Pareillement, en la racine cubique 43, de l'equation cubique affectée du 20 chapitre, qui est e3 +de2 2|2 86220288, en laquelle nous auons attribué à D 30 pour sa valeur, les deux parties de la racine E, sont 40 +3, dont 40 est la valeur de B, & 3 la valeur de A : & parce que cette racine ne peut auoir que deux parties, la lettre B ne peut signifier autre nombre que 40, & la valeur de l'A, est seulement le 3. Et le coefficient D, ou autre s'il y en auoit, soit que le quotient soit grand ou petit, ne change iamais de valeur en la suite de l'extraction, comme font les deux lettres B & A : dont le B signifie tousiours le quotient desia trouué, & la lettre A la figure ou nombre qu'il faut mettre dans le quotient, dont le premier s'augmente en la suite de l'extraction, & celuy de la lettre A, est differẽt selon la diuersité des nombres ou figures que l'on met dans le quotient, comme on peut voir aux exemples que nous auons donné en ces deux chapitres, & ne donnerons point icy autres exemples, sinon qu'vn qui seruira à trouuer la racine si

tres qu'on voudra du iuste, & à tout le moins, que l'erreur soit moindre que la centiesme partie d'vne vnité. Par exemple, soit à trouuer la valeur de la racine E, de cette equation cubique,

$$e3 + 4\frac{1}{2}e2 \sim 1\frac{2}{3}e \; 2|2 \; 12,$$

$$1 \quad 6 \quad 36 \quad 216.$$

en secondes de la dixme.

Premierement prenant pour commun denominateur 6, suiuant les preceptes de la 10 propos. du supplement de l'Algebre, soient reduitez les fractions, & on trouuera

$$e3 + 27e2 \sim 60e \; 2|2 \; 2592:$$

puis pour auoir le requis en secondes de la dixme, prenant 10 pour commun denominateur,

$$e3 + 27e2 \sim 60e \quad 2|2 \quad 2592,$$

$$1 \quad 100 \quad 10000 \quad 1000000,$$

$$e3 + 2700e2 \sim 600000e \; 2|2 \; 2592000000.$$

on trouuera par la mesme methode,

$$e3 + 2700e2 \sim 600000e \; 2|2 \; 2592000000.$$

Maintenant pour extraire la racine cube de 2592000000, il faut supposer B + A pour la racine E: la lettre D, ou autre telle qu'on voudra, pour 2700: la lettre F, ou quelque autre, pour 600000. Et par consequent,

$$e3 \; 2|2 \; b3 + 3b2a + 3ba2 + a3,$$

$$e2 \; 2|2 \; b2 + 2ba + a2,$$

$$2700e2 \; 2|2 \; db2 + 2dba + da2,$$

$$600000e \; 2|2 \; fb + fa.$$

Ayant ainsi changé la puissance & ses deux coefficients en lettres, l'extraction de la racine cubique se fera par le moyen d'icelles, comme s'ensuit.

$$2592000000 \; 2|2 \begin{cases} b3 + db2 \sim fb, \\ \hline + 3b2a + 2dba \sim fa, \\ + 3ba2 + da2, \\ + a3. \end{cases}$$

L	M	N	P	R
2	592	000	000	[9

Ayant separé les figures du nombre proposé 3 à 3, comme requiert l'extraction de la racine cubique, le nombre proposé LP aura les 4 parties LMNP, qui monstrent que le quotient R doi auoir 4 figures ou chiffres : que si on met vn dans le quotient R pour la racine de la premiere partie L, donnant aux lettre b3 + db2 ~ fb leurs vrais valeurs, on trouuera pour le nõbre à soustraire 3100000000, qui excede le nõbre proposé 2592000000 d'où s'ensuit que le quotient ne peut auoir que 3 figures, & qu'i faut, en prenant les deux parties LM pour vne, mettre dans l quotient la racine de 2592, que si on met 9, qui est le plus granc nombre qu'on puisse mettre, on trouuera 2376000000 pour l nombre à soustraire du nõbre proposé LP, & restera 216000000

Que si on eust mis vn dans le quotient pour la racine de l premiere partie 2, pour trouuer le nombre à soustraire, on eus faict l'operation ainsi :

b 2|2 1000: d 2|2 2700: f 2|2 600000.

+ b3	2|2	1000000000
+ db2	2|2	2700000000
~ fb	2|2	1600000000
aggreg. est		3100000000

Le nombre à soustrair 3100000000, excede le nõbre proposé 2592000000.

Pareillement ayant mis dans le quotient pour la racine de LM, ou de 2592, l'operation pour trouuer le nombre à soustraire a esté fait ainsi :

b 2|2 900: d 2|2 2700: f 2|2 600000.

+b3 2|2 729000000
+db2 2|2 2187000000
~ fb 2|2 540000000

aggreg. est 2376000000

Cette addition a esté faite en ostant le nombre marqué par moins de la somme des deux autres qui sont marquez par plus.

Ayant ainsi trouué 9 pour la racine de la premiere partie LM, & 16000000 de reste, pour auoir le diuiseur de la partie suiuante N, l'operation se fera ainsi :

b 2|2 900: d 2|2 2700: f 2|2 600000.

+3b2 2|2 24300000, *auec le zero de l'A.*
+3b 2|2 270000, *auec deux zero de l'A quarré.*
+2db 2|2 48600000, *auec le zero de l'A.*
+d 2|2 270000, *auec deux zero de l'A quarré.*
~ f 2|2 6000000, *auec le zero de l'A.*

aggreg. est 67440000, *qui est le diuiseur requis,*

16|000|000
67|440|000 [93.

+3b2a 72900000
+3ba2 2430000
+a3 27000
+2dba 145800000
+da2 2430000
~ fa 18000000

aggreg. est 205587000

que i'escris sous le reste, comme on peut voir en ces nombres; & ayant mis 3 dans le quotiét, pour auoir le nombre à soustraire, ie multiplie les nombres des parties du diuiseur trouué par la valeur de l'A qui represente le 3, que nous venons de mettre dans le quotient : & parce que nous auõs trouué pour 3b2, 24300000 on multipliera 24300000 par 3, & viendra 72900000, pour la valeur de 3b2a, par la mesme methode on trouuera pour 3ba2,

2430000 : pour a3, 27000 : pour 2dba, 145800000 : pour da
2430000 : pour ~ fa, 18000000 : & de la somme de ceux
sont marquez par le signe de +, ostant le nombre de celuy qui
marqué par le signe de moins, restera 205587000, que i'appelle
somme ou aggregé des six nombres, encore que celuy qui est ma
qué par moins aye esté soustraict, lequel estant soustraict du no
bre proposé 216000000, reste 10413000, pour lequel il faut tro
uer vn nouueau diuiseur, comme s'ensuit.

b 2|2 930 : d 2|2 2700 : f 2|2 600000.

+ 3b2	2|2	2594700
+ 3b	2|2	2790
+ 2db	2|2	2511000
+ d	2|2	2700
~ f	2|2	600000
aggreg. est		4511190

10 | 413 | 000 [932
4 | 511 | 190

+ 3b2a	5189400
+ 3ba2	11160
+ a3	8
+ 2dba	5022000
+ da2	10800
~ fa	1200000
aggreg. est	9033368

A cause que le nombre qu'il nc
reste à mettre dans le quotient
point de zero, & ne vaut que
propre valeur, tous ces nomb
du diuiseur n'ont point receu
cun zero pour l'A, & par con
quent 4511190 sera le diuiseur
quis, qu'il faut escrire sous le no
bre restant 10413000, comme
peut voir aux nombres qui suiu
& mettant 2 dans le quotient po
le nombre qui monstre combi
de fois le diuiseur est contenu
son superieur correspondant, po
auoir le nombre à soustraire,
multipliera, comme au preceden
les nombres qui ont donné le diu
seur, par le nombre 2, qu'on vie
de mettre dans le quotient, pour
valeur de l'A, & on trouue
9033368 pour le nombre à sou
traire de 10413000, la soustractio
estant faite, restera encore 137963
qu'on laissera comme chose de pe
de valeur, & par ainsi la racine sera enuiron 932'': & parce qu
pour euiter les fractions on auoit pris 6 pour commun denom

nateur, diuisant 932' par 6, viendra enuiron 155'' ou $1\frac{55}{100}$ pour la racine requise, ou valeur de l'E.

Propos. 37. du supplement de l'Algebre.

Nous auons dit aux corollaires de la 37 prop. du suppl. d'Algebre, qu'aux sections coniques les angles d'incidences & de reflexions, que fait la corde auec la ligne courbe de la section, sont egaux entr'eux, à sçauoir en l'ellipse, les angles ADE & BDC: en l'hyperbole, AEF & DEM: au parabole, CDA & ZDI: Mais à cause que cette egalité d'angles se trouue en ceux que font les mesmes cordes auec les touchantes des lignes courbes, és poincts D, E, D, & que nous auons nommé au lieu d'iceux, qui ne sont pas marquez en nos figures, lesdits angles mixtilignes, qui s'y trouuent, lesquels peuuent estre inegaux en les considerant geometriquement, à cause de l'inegalité, qui se peut trouuer aux angles d'attouchement des sections coniques: pour demonstrer que les angles rectilignes que font ces cordes auec les touchantes sont egaux entr'eux (ce qui n'est pas manifeste en nos corollaires) nous baillerõs icy vne raison laquelle suffira pour estre asseuré de leur verité, qui est celle-cy. Si vne corde considerée comme vne ligne mathematique, fixe en ses deux extremitez, est poussée par le bout, d'vn baston, comme par vne ligne droite inflexible, en sorte que ce baston soit au plan de la corde, & qu'il la pousse sans auoir plus d'inclination de couler d'vn costé que de l'autre, afin qu'elle soit bandée égalemenr, il diuisera en deux parties egales l'angle rectiligne que fera la corde au bout du baston, & les deux angles de suite, que fait ledit baston auec la ligne d'intersection du plan perpendiculaire au baston, & de celuy de deux cordes, seront droits, desquels si on soustraict les angles rectilignes egaux entr'eux, que fait le baston auec chaque partie de la corde, les deux angles restans, qui sont ceux que fait la corde auec ladite ligne touchante, seront égaux entr'eux, par le 3 ax. du 1 des Elem. ce qu'il falloit demonstrer, & la mesme chose arriuera à tous les autres angles qui s'y feront en faisant couler ce baston au long de la corde, par vne autre cause que celle qui le pousse pour faire tousiours tenir la corde bandée egalement.

Les textes qui manquent aux Lemmes de noſtre Optique.

LEMME 1.

Si en l'vn de deux plans AE & CD, perpendiculaires l'vn à l'a tre, on tire vne ligne droite FG, perpendiculaire à leur commu ſection, AB, elle, FG, ſera auſſi perpendiculaire à l'autre plan CD

Pour enoncer ce lemme, & autres ſuiuans, ſans voir leurs figures, il ſera pas beſoin de nommer les lettres, & ſeront plus intelligibles, ſi en enonce en ſautant les lettres de leurs figures.

LEMME 2.

Si l'angle d'incidence ACF eſt égal à l'angle de reflexion DC le rayon d'incidence AC, auec celuy de reflexion CB, fera moi que tous autres rayons d'incidences & de reflexions AF & FB, rez des deux meſmes poincts A & B, en faiſant l'angle d'inciden inegal à l'angle de reflexion.

LEMME 3.

Si deux coſtez AB & AC, comprenant l'angle du ſommet d' triangle ABC, ſont inegaux: l'angle BAD, que fait la ligne A menée de ce ſommet A, au milieu de la baſe BC, auec le moinc coſté AB, eſt plus grand que celuy qu'elle fait auec le plus gra coſté AC.

LEMME 4.

Des triangles AFE & ADC, qui ont leurs baſes FE & DC eg les, l'angle du ſommet FAE, de celuy qui a le plus grand co AF, eſt plus petit que celuy de l'autre DAC.

LEMME 5.

Des triangles rectangles ABC & DEF, celuy qui a plus grar raiſon de ſon hypothenuſe CB, à ſa baſe AB, a l'angle C, oppo à ſa baſe AB, plus petit que celuy de l'autre F, oppoſé auſſi à baſe DE.

LEMME 6.

Les angles BDA & CDA, que font les lignes droites BD & C tirées des extremitez B & C, d'vne ligne BC, perpendiculaire à

plan ADB, à l'vne des extremitez D, d'vne autre ligne droite AD, prise au mesme plan, sont de mesme espece.

LEMME 7.

L'angle CAB, que fait la ligne CA, tirée du sommet C, d'vne ligne droite BC, esleuée de l'extremité B, du diametre d'vn cercle FADB, à angles droits au plan de ce cercle FADB, à l'autre extremité A, est le plus petit de tous ceux que fait ladite ligne CA, auec les lignes tirées de la mesme extremité, A, du diametre, à sa circonference: & des angles des autres lignes AD & AE, les plus petits sont ceux que font celles qui sont plus proches du diametre AB.

Notez, que la ligne AC de la 38 propos. de l'Optique, represente la ligne CA de la figure de ce lemme, à sçauoir le centre C d'icelle, l'extremité A de celle-cy, & la ligne correspondante au diametre AB de celle cy, en icelle doit estre imaginé sous AC, au plan du cercle CDFB.

LEMME 8.

Si l'vn des deux segments du diametre est plus grand ou plus petit que la droite CD, tirée du terme, C, commun des segments AC & CB à la circonference, il sera aussi plus grand ou plus petit que l'autre segment du diametre, selon qu'il sera au respect de ladite ligne CD.

LEMME 9.

Si d'vn poinct D, du diametre sont tirées à la circonference deux lignes droites inegales DC & DE de mesme part, le segment AD du diametre, qui sera du costé de la plus grande DC, sera plus grand que l'autre segment DB.

LEMME 10.

Si deux triangles ABC & EFH ont leurs bases AB & EF egales entr'elles, & les lignes DC & GH menées des milieux de leurs bases aux angles de leurs sommets, aussi egales entr'elles, & plus grandes que les moitiez AD & EG de leurs bases; l'angle ACB du sommet de celuy qui est isoscele, sera plus grand que l'angle EHF du sommet de l'autre.

LEMME 11.

Si deux triangles ABC & DEF, ont leurs bases BC & EF egales entr'elles, & les lignes GA & HD, menées des moitiez de leurs bases aux angles de leurs sommets, aussi egales entr'elles, &

plus petites que les moitiez BG & EH, de leurs bases; l'an BAC, du sommet de celuy qui est isoscele, sera plus petit que l'a gle EDF du sommet de l'autre.

LEMME 12.

En ce lemme de mesme qu'au 10, l'angle du sommet BAC, triangle BCA, qui a la ligne GA, menée de la moitié de la base sommet A, moins oblique à sa base, a l'angle du sommet BA plus grand que l'autre EDF.

LEMME 13.

En ce lemme de mesme qu'en l'vnziesme, l'angle du somm BAC, du triangle BCA, qui a la ligne CA, menée de la moi de la base au sommet A, moins oblique à sa base, a l'angle du so met BAC, plus petit que l'angle EDF, du sommet de l'autre.

LEMME 14.

Si deux lignes droites AM & BN, touchantes vn cercle so paralleles entr'elles, la ligne droite DF, qui conioinct les poin d'attouchements D & F, sera diametre du cercle: mais si elles sont paralleles, la partie DHF du cercle, qui sera du costé de conuergence, sera plus petite que l'autre DLF, qui sera du co de la diuergence: & la ligne GC, menée du poinct G, du concou au centre C, sera perpendiculaire à celle, DF, qui conioint l poincts d'attouchements D & F.

LEMME 15.

La 24 propos. de l'Optique, explique assez le sens de ce lemm

LEMME 16.

Si l'angle BAC, du sommet du premier triangle BAC, est pl grand que l'angle DAC, du sommet du second triangle DAC, les costez comprenant iceux angles sont egaux entr'eux, chacu au sien: l'angle de la base ABC, opposé au plus grand costé AC, ceux qui comprennent ledit angle du sommet, sera plus petit premier triangle BAC, qu'au second ADC.

LEMME 17.

Si les segments EF & CD, de l'vne des deux paralleles AB ED, compris entre les lignes menées de deux poincts A & B, l'autre parallele AB, en s'entrecoupant sont egaux entr'eux: la l gne droite GH qui passe par les poincts où elles s'entrecouppen leur sera aussi parallele.

LEMME 18.

Si deux lignes droites EH & FL sont paralleles à vn costé AB, d'vn angle droict B, celles EF & HL, qui conioignent les sections EF & HL, que feront les lignes droites GD & GC: AD & AC, tirées de chaque poinct G & A, aux deux mesmes poincts D & C, pris en l'autre costé BC, du mesme angle droict B, en couppant ces deux paralleles, seront egales & paralleles entr'elles.

En l'Optique & Catoptrique nous auons adiousté les definitions, axiomes, & lemmes qui sont au commencement, & osté quelques-vnes des propositions pour en mettre d'autres, que nous estimons plus vtiles, en leurs places, sans rien changer en l'ordre des propos. d'Euclide.

En nostre Dioptrique, qui ne differe guere de celle de Kepler, nous auons quelque peu changé ses principes, & aussi l'ordre de ses propositions, qui est trop confus.

PROPOS. 1. *de l'Optique.*

A la raison que nous auons baillé en la premiere prop. de l'Optique, on peut adiouster, que pour voir vne chose bien distinctement il la faut considerer, & que nostre esprit ne pouuant bien considerer deux choses à la fois, l'on ne peut bien voir qu'vne chose à la fois distinctement.

PROPOS. 21. *de l'Optique.*

Nous n'auons pas veu la vraye demonstration de cette proposition en aucun autheur, & ne pense pas qu'il s'en puisse donner vne meilleure raison, que celle que nous auons donné au commencement du liure en suite de l'errata, où nous auons dit, que la circonference de la base du cone, que font en la superficie illuminée, les axes des pyramides qui ont, par la 20 prop. de l'Optique, leurs bases semblables au trou, par où entre la lumiere du Soleil, s'augmente sensiblement, selon les diuerses proportions qu'il y aura du trou iusque aux superficies illuminées du Soleil, & que l'augmentation des bases des pyramides est insensible.

Pour mieux demonstrer la premiere propos. de la Catoptrique, il falloit enoncer son 2 axiome ainsi.

Les especes que deux poincts enuoyent reciproquement l'vn à l'autre, vont par les deux mesmes lignes droites, faisant l'angle d'inci-

dence l'vn comme l'autre, à sçauoir plus petit, egal, ou plus granc que celuy de reflexion.

PROPOS. 11. & 12. *de la Catoptrique.*

Ces deux propositions sont enoncées suiuant l'hypothese d'Euclide, qui tenoit que la vision se faisoit par emission des rayons d nos yeux : mais il n'importe pour la demonstration geometrique que les rayons AMB & AIG soient faits par emission ou receptioı des especes.

Pour distinguer les hauteurs & profondeurs, d'auec les longueurs obliques, dont Euclide parle en ces deux propositions, 8 aux trois precedentes, nous dirons, que si l'on se mire dans vn miroir, les dimensions de hauteur & largeur de nostre visage se prennent pour longueurs obliques, & qu'elles paroissent aux miroir plats & conuexes comme elles sont : mais auec cette difference que nostre œil droict, par exemple, est le gauche de l'image, comme il est demonstré en la 19 propos. Et les dimensions qui s'estendent de la face vers le derriere de la teste, comme sont les distance des yeux aux oreilles, qui sont comme perpendiculaires à la superficie du miroir, s'appellent hauteurs & profondeurs, & paroissent tousiours renuersées en toutes sortes de miroirs, encor qu'il soit demonstré en la 12 propos. qu'elles peuuent paroistr comme elles sont, aux miroirs concaues ; mais il n'est pas demonstré en cette 12 propos. que la droite CGBHF, tirée du centre C en couppant EG & EB hors le concours E, elle puisse aussi coupper les rayons optiques AMF & AIH continuez directement ; c que neantmoins se peut demonstrer en mettant l'œil A bien loir du miroir : mais en ce cas, à cause de la trop grande distance d nous iusqu'au miroir, il sera difficile de iuger quelle partie de l'image sera plus pres, ou esloignée de nous.

PROPOS. 16. *de la Catoptrique.*

De la demonstration de cette propos. que nous auons mis au lieu de celle d'Euclide qui est defectueuse, s'ensuit que si les deux yeux n'ont qu'vn mesme plan de vision, le lieu de l'image ne sera pas si bien determiné, que si chacun auoit son plan : à cause qu'au premier cas la determinaison de l'image depend de la largeur de la prunelle de l'œil, & au deuxiesme cas, de l'interualle d'entre les

aux yeux, qui est beaucoup plus grand que ladite largeur de la prunelle d'vn œil.

AXIOME 4. *de la Dioptrique.*

Cet axiome est vn corollaire de la 2 propos. de la Dioptrique qui ne se peut demonstrer geometriquement, & se deuoit prendre pour vne chose concedée, au lieu du 5 axiome.

PROPOS. 1. *de la Dioptr.*

La demonstration de cette propos. depend entierement du 2 axiome de la Catoptrique, qui est aussi vray en la Dioptrique.

PROPOS. 2.

La demonstration de cette propos. ne sert de rien, sinon pour monstrer, que ce que pesent les poids egaux mis sur des rayons d'incidences, ont mesme proportion entr'eux, que les sinus des angles d'inclinations de ces rayons. Et se cognoist par l'experience seulement que les rayons entrans obliquement dans vn medium plus espais s'approchent de la perpendiculaire, & en sortant qu'ils s'en esloignent: la mesme experience monstre aussi que cet approchement ou esloignement ne se fait point selon la proportion qu'ont les angles d'inclinations entr'eux, & que la proportion selon laquelle les angles d'inclinations des rayons entrans en vn medium plus espais se diminuent, ou s'augmentent, les rayons sortant du medium espais, conuient mieux auec la proportion qu'ont entr'eux les sinus des angles d'inclinations, & aussi, comme nous auons supposé au 4 ax. auec la proportion qu'ont ce que pesent sur ces rayons les poids egaux, qu'on imagine estre soustenus d'iceux, la proportion desquels poids nous auōs demōstré en cette 2 prop. qu'elle ne differe point de celle des sinus. Kepler en son Paralipomenon, pour donner raison de la maniere que se rompent les rayons en changeant de medium, suppose que le medium de l'eau & du verre resiste plus au mouuement des rayons, que celuy de l'air. Monsieur Descartes au contraire, supposant que l'eau & le verre resistent moins que l'air, auec quelques autres principes qu'il suppose aussi, il demonstre en sa Dioptrique comment les rayons se doiuent rompre en changeant de medium.

Aux raisons que donnent ces deux grands personnages, i'adiousteray la pensée qui m'est venuë sur ces fractions: qui est, qu'vn

corps iettant au trauers de l'air obliquement sur la superficie de l'eau son rayon, composé d'vne infinité de petites particules spheriques, qui s'entresuiuent immediatement, vne chacune de ces particules spheriques, receuant plus de resistance en son mouuement de la partie que l'eau la touche, que de l'air qui est encore en l'opposée, se destourne du droict chemin vers la perpendiculaire qui est du costé de l'eau : & au contraire, en sortant de l'eau, la partie de cette particule spherique qui est entré dans l'air, receuant moins de resistance de l'air, que la partie opposée qui est encore dans l'eau, se destourne de son droict chemin en s'esloignant de la perpendiculaire qui est du costé de l'air.

PROPOS. 4.

Cette proposition est manifeste de la 2 propos. de la Dioptrique, & de la 14 du 5 des Elem.

PROPOS. 5.

En la demonstration de cette propos. que AD est à DC, comme AP à PE, il y a erreur d'impression, qui se doit corriger ainsi :

trigo. | ſ.<cad, ⊔ cab π ſ.<gcd 2|2 cd π da,
trigo. | ſ.<eap π ſ.<tep 2|2 ep π pa,
2.p.dio. | ſ.<cad π <gcd 2|2 ſ.<eap π ſ.<tep,
15. | cd π da 2|2 ep π pa, ⊔ ad π de 2|2 ap π pe. β

En la 7 ligne suiuante, qui a β pour citation, au lieu de DE, il y doit auoir DC, comme s'ensuit.

β | ah π he 2|2 ad π dc.

La raison de cette consequence est, que s'il estoit possible que CD & EH fussent les raisons rompus de VC & RE, du medium espais ABM, on pourra demonstrer de mesme qu'en β, que la distance AD est à son rayon rompu DC, comme la distance AH est à son rayon rompu HE, au reste de la demonstration il n'y a point de difficulté.

PROPOS. 6.

La ligne que nous auons descrit en cette 6 propos. pour le concours & directions des rayons paralleles à vn mesme poinct, dif-

fere de l'hyperbole (encore qu'elle face presque le mesme effect) en ce qu'elle doit estre composée d'vne infinité de circonferences des cercles inegaux: & que l'hyperbole descrite sans erreur est vniforme en toutes ses parties; & par consequent plus propre pour le concours & directions des rayons à vn mesme poinct. Car Monsieur Descartes en sa Dioptrique, a demonstré que si la raison du sinus de l'inclination qu'a le rayon optique dans le medium espais, au sinus de l'inclination qu'il a dans le medium rare, est egale (en l'hyperbole de la page 70) la raison du diametre GF à l'interualle des foyers A & B, les rayons du Soleil tombans à plomb sur la superficie platte de la lunette hyperbolique EFH, ayant passé au trauers d'icelle, font tous leurs concours en son foyer externe B.

PROPOS. 7.

Cette proposition n'est qu'vn coroll. des axiomes 2 de la Catoptrique, & 4 de la Dioptrique. Car par le 4 axiome de la Dioptrique, l'angle d'inclination qu'a vn rayon dans le medium espais, n'est que deux tiers de celuy qu'il a dans le medium rare: par consequent, afin que ce rayon, suiuant le 2 ax. de la Catoptrique, retourne au poinct du medium rare d'où il estoit party, il se doit rompre en sortant de ce medium espais, autant qu'il s'est rompu en entrant, à sçauoir de la moitié de son inclination, qui est egale au tiers de l'inclination qu'il auoit dans le medium rare,

Il faut aussi noter que la raison fondamentale du 4 axiome, & de la 7 propos. de la Dioptrique, depend du scholie de la 8 propos. de l'Optique, & de la 2 propos. de la Dioptrique: Car il est dit en ce scholie, que les petits angles ont presque mesme proportion que leurs sinus: & en la 2 proposition de la Dioptrique (qui tient lieu d'vn axiome) que les angles d'inclinations s'augmentent ou diminuent, suiuant la proportion de leurs sinus: Et parce qu'on a recognu par l'experience, que si l'inclination d'vn rayon dans le medium rare est de 9 degr. dans le medium espais il n'aura qu'enuiron six degrez, & par consequent il sera rompu du tiers de son inclination: on pourra aussi voir dans les tables des sinus, que le sinus de 9 degrez est presque triple du sinus de 3 degrez; d'où s'ensuit par ladite 2 propos. de la Dioptrique, que le sinus de

angle d'inclination dans le medium espais, soit qu'il soit grand ou petit, il sera enuiron les deux tiers du sinus de l'angle d'inclination du medium rare : Mais la proportion triple de l'angle d'inclination du medium rare, à celuy de sa fraction dans le medium espais, se trouue d'autant moins precise, que l'angle d'inclination dans le medium rare est grand : comme on peut voir en la table de la 3 propos. de la Dioptrique, page 136, où l'angle d'inclination de 90 degrez, est moins que double de son angle de fraction, qui vaut plus de 49 degrez.

PROPOS. 8.

Pour demonstrer cette proposition mieux & plus vniuersellement, il falloit se seruir de la raison des sinus au lieu de celles des angles : Car si en tout angle la raison du sinus de l'angle d'inclination dans le medium rare, à celuy que le mesme rayon a dans le medium espais, est comme 3 à 2, ainsi que nous venons de dire, les deux tiers d'vn grand sinus estant plus grand que les deux tiers d'vn petit sinus, l'inclination dans le medium plus espais de la plus grande inclination dans le medium plus rare, sera plus grande que celle qu'a dans le mesme medium plus espais, le rayon moins incliné dans le medium rare ; ce qu'il falloit demonstrer.

PROPOS. 9.

De la propos. precedente, & de ladite table, qui est en la page 136, s'ensuit, que la plus grande inclination que puisse auoir dans le medium espais vn rayon qui y est entré, est plus petite que 41 degrez. D'où s'ensuit par le 2 axiome de la Catoptrique, qu'vn rayon ne peut sortir du medium plus espais par la superficie, à laquelle il sera incliné plus de 41 degrez : Mais les deux angles d'inclinations que fait vn rayon en trauersant les deux costez d'vn angle droict, valent tousiours 90 degrez ; partant celuy par où il est entré ne pouuant estre plus grand que 41 degrez, celuy par où il doit sortir sera plus grand que 41 degrez, & par consequent il ne pourra sortir, à cause que celuy qui entreroit par le mesme chemin qu'il seroit sorty (suiuant ledit 2 axiome de la Catoptrique) auroit dans le medium espais son inclination plus grande que 41 degrez, ce qui est impossible.

PROPOS. 20.

Cette propos. se doit entendre de la vision qui se faict par des lunettes conuexes, sans que l'obiect paroisse renuersé.

PROPOS. 22.

En cette propos. & autres, où il est fait mention du concours des rayons, il faut tousiours entendre le concours de ceux qui viennent du mesme poinct de l'obiect, & non le concours de ceux qui viennent de diuers poincts: Il faut aussi noter, que pour entendre la raison de ce qui est à demonstrer en cette propos. & aux suiuantes, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 30, 31, & 32, il est bon de supposer que la vision se fait par des rayons qui sortent de nos yeux; car cela estant supposé, par la 15 propos. de la Dioptrique, il sera manifeste en cette propos. que si la distance de la lunette conuexe iusqu'à nostre œil excede son semidiametre, les rayons de nostre œil qui auront passé au trauers seront conuergens, & en s'entrecouppant à quelque distance d'icelle, feront paroistre renuersé l'obiect qui sera plus loin de la lunette conuexe, que leur intersection: veu que les rayons qu'enuoyeront les poincts de l'obiect à nostre œil, ne seront pas autres que ceux qu'enuoye nostre œil à l'obiect. Que si ces rayons qui sortent de nos yeux, ayant passé au trauers de la lunette conuexe, ne s'entrecouppent auparauant que d'arriuer à l'obiect, il ne paroistra pas renuersé: mais on l'estimera d'autant plus grand qu'il sera plus esloigné de nous, qui est le contraire de ce qu'il luy arriue quand il paroist renuersé.

PROPOS. 49.

L'ouuerture de la prunelle de nostre œil gardãt sa quantité, il est manifeste des prop. 17 & 20 de la Dioptrique, qu'on verra d'autant moins d'vn obiect, que le telescope aura de longueur; & par consequent, ce que nous auons attribué en cette propos. de la Dioptrique, à la petitesse de l'ouuerture du diaphragme ou carton, doit estre attribué à la plus grande longueur du telescope.

FIN.

Erreurs à corriger.

Pag.	Lin.	Errata.	Correcta.
5	19	*qu'aucun ſolide*	*aucun ſolide*
14	5	60a	60c
25	25	+d	+d2
46	6	in theorematis	theorematis
52	16	b2b	2b3
73	11	cdz	idz
80	9	*s'il*	*il*
96	5	*chacun*	*chacune*
102	19	*en l'object, & paralleles*	*conſtituées en vn meſme plan parallel*
105	13	GRYZ	GRYX
216	16	*Latin*	*Grec*
220	33	*Virgile*	*eſt du 1. a.*
221	1	*Diaphante*	*Diophante*
258	21	commentarij	commentariis
261	29	*faict*	*eſcrit.*

Acheué d'imprimer le 2 Iuillet 1642.



Pag.	*Lin.*	*Errata.*	*Correcta.*
5	19	*qu'aucun solide*	*aucun solide*
8	8	cub.. g 2|2 cub..	cubo-cub.. g 2|2 cubo-cub..
14	5	60 a	60 c
21	9	3 c	c 3
25	25	-+ d	-+d2
46	6	in theorematis	theorematis
52	16	b2b	2b3
53	19	7 contin.	8 contin.
73	11	cd2	id2
78	13	*ligne*	*signe*
80	9	*s'il*	*il*
81	8	$\frac{22}{3}$	$\frac{12}{3}$
81	22	22	2|2
82	6	3a-+bd 2|2 d2	3a2 -+bd 2|2 2d2
94	13	$\frac{a \sim 3a -+ 10}{4}$	$a\,\frac{\sim 3a -+ 10}{4}$
94	15	$\frac{a \sim 3a}{4}$	$a\,\frac{\sim 3a}{4}$
94	16	$\frac{a \sim 3a -+ 6}{4}$	$a\,\frac{\sim 3a -+ 6}{4}$
96	5	*chacun*	*chacune*
102	19	*en l'obiect, & paralleles*	*constituées en vn mesme plan parallel*
105	13	GRYZ	GRYX
108	9	54. t.	24. t.
108	12	72. t.	42. t.
108	19	DS ou GO	DT ou GO
109	9	*qui est* 72	*qui est* 42
109	19	DM	dM
109	33	72 *toises*	42 *toises*
110	12	C 5	c 5
111	31	*de l'obiect*	*du tableau*
119	32	*l'angle* ASB	*l'ange* ASB
121	6	*au milieu*	*à la fin*

Pag.	Lin.	Errata.	Correcta.
21	21	AB, *est appellé*	AB, *& est appellé*
22	16	*au septiesme*	*au quatorziesme*
22	18	*à ce 7 iour*	*à ce 14. iour*
65	24	*an synodique*	*mois synodique*
87	6	1376	3761
16	16	*Latin*	*Grec*
17	6	*de cones*	*cones*
17	24	*ont a*	*on a*
20	33	*Virgile Prince des Poëtes*	*est du siecle 1. a.*
21	1	*Diaphante*	*Diophante*
36	34	*Ferdinand 2.*	*Ferdinand 1.*
46	4	*Arbaces 6. a.*	*Arbaces 18. a.*
46	8	*Cadmus 36. a.*	*Cadmus 26. a.*
47	16	*Conon 8. a.*	*Conon 6. a.*
47	19	*Diocletian 2.4.*	*Diocletian 6. a.*
47	29	*les 7. Electeurs 18. p.*	*les 7. Electeurs 26. p.*
48	18	*Frideric Barber 22. p.*	*Frideric Barber 24 p.*
48	26	*Hercules d'Alem. 27. a.*	*Hercules d'Alem. 32. a.*
49	27	*Iustin 6. p.*	*Iustin 11. 12. p.*
50	25	*Phocas 14. p.*	*Phocas 13. p.*
51	19	*diuision de la terre 12. a.*	*diuision de la terre 20. a.*
53	8	*Diocles 11. a.*	*Diocles 9. p.*
53	17	*Comandinus 31. p.*	*Comandinus 32. p.*
54	23	*Nicomachus 1. a.*	*Nicomachus 10. a.*
58	21	cum commentarij	cum commentariis
61	21	*faict*	*escrit*
76	21	*bout, d'vn baston*	*bout d'vn baston*
71	21	*racine cubique 43. Icy nous auons parlé de 43, croyant que la racine 432 fust seulement 43.*	

Annotations sur l'vsage du compas de proportion en la perspectiue.

LEs lignes droictes tirées des poincts de l'object à l'œil sont couppées par le plan du vitre ou tableau, en quelque inclination cognuë qu'il soit, en raison donnée: laquelle est egale à la raison qu'a la distance de l'œil audit plan du tableau, à celle qu'il y a, depuis ce plan iusques au poinct proposé.

En l'inuention d'vn poinct de la perspectiue, par le moyen d'vn compas de proportion, il y a trois choses à trouuer, dont la premiere est, la hauteur que doit auoir le poinct requis, à raison de la distance ou esloignement du poinct proposé, du plan du tableau, & de la hauteur de l'œil.

La seconde, sa declinaison à droict ou à gauche, à raison de la declinaison de l'œil au respect du poinct proposé de l'object.

La troisiesme, la hauteur qu'il doit auoir, à raison de la hauteur qu'il a en l'object.

Pour auoir vne chacune de ces trois choses par le moyen du compas de proportion, il faut trouuer vne quatriesme proportionnelle, ordonnant l'analogie, selon que requiert la 4 du 6 des Elem. en mettant au second lieu de l'analogie, suiuant la 16 du 5 des Elem. la plus petite des deux moyennes, afin qu'elle n'excede le double de la premiere. Comme au premier exemple, pour auoir la perspectiue du poinct D, qui est d, en la figure de la page 106, la distance de l'œil au plan du tableau, qui est 50, estant adjoustée auec 38, qui est la distance depuis ce plan du tableau iusques au poinct proposé, fait 88, pour la premiere proportionnelle: 30, qui est la hauteur de l'œil, peut estre la seconde: & ledit 38, la troisiesme. Mais suiuant la 16 du cinquiesme des Elements, au lieu de dire, si 88 donne 30, combien donnera 38, nous auons dit si 88 donne 38 combien donnera 30, & on trouuera la hauteur LM, par laquelle on voudra de ces deux analogies.

Au 2 exemple, qui est en la page 109, la premiere proportionnelle est la hauteur de l'œil 30, ou 2L: la seconde, 42 de la ligne DQ: la troisiesme l'interualle LM, desia trouué, & la 4 proportionnelle sera Md.